

# GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TRONG MÔN TOÁN - XU HƯỚNG NGHIÊN CỨU VÀ THỰC TIỄN DẠY HỌC

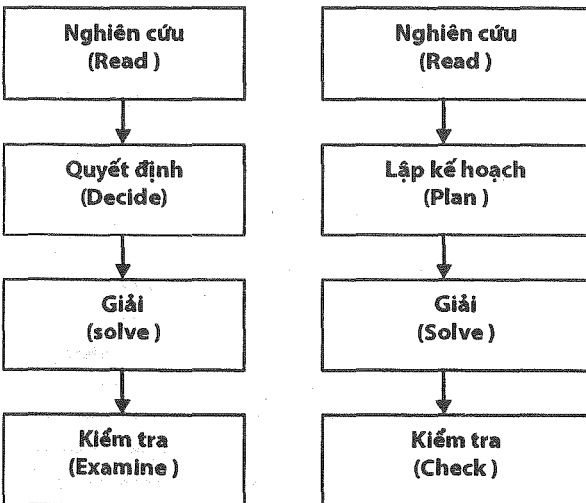
**GS. TS. NGUYỄN HỮU CHÂU**

Giải quyết vấn đề (GQVĐ) trong quá khứ, hiện tại và tương lai vẫn luôn vừa là mục tiêu vừa là tiếp cận dạy học toán học. Hàng chục năm qua, thuật ngữ "giải quyết vấn đề" đã được sử dụng rộng rãi ở khắp mọi lĩnh vực, với sự lan tỏa đáng kinh ngạc. Đáng tiếc, thuật ngữ này vẫn chỉ được sử dụng như một lối nói hoa mỹ (rhetoric), vì những gì đang diễn ra trong thực tiễn dạy học không phản ánh đúng bản chất của dạy GQVĐ, đó là dạy người học cách suy nghĩ, hành động để trở thành người kiến tạo và làm chủ kiến thức.

Bài viết này phân tích một số khuynh hướng nghiên cứu và thực tiễn dạy học GQVĐ trong môn Toán với những thành tựu và thiếu hụt cần được xem xét, điều chỉnh.

## 1. Dạy quá trình GQVĐ (problem solving processes)

Có thể thấy rõ sách giáo khoa và các giáo trình dạy về GQVĐ của Mi thường mô tả và hướng dẫn học sinh về các quá trình GQVĐ bao gồm các "pha" (phase) hay các giai đoạn một cách khá cứng nhắc và có lẽ là áp đặt. Ở Việt Nam cũng có tình hình như vậy, đặc biệt tính cứng nhắc càng thể hiện rõ hơn khi nhiều giáo viên và người viết sách sử dụng cụm từ "quy trình GQVĐ" thay cho "quá trình GQVĐ". Các quá trình GQVĐ thường được mô tả bởi sơ đồ sau:

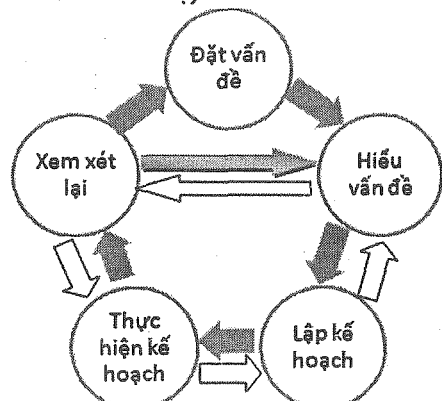


*Sơ đồ 1: Các quá trình GQVĐ*

Một quá trình GQVĐ như vậy thường chứa đựng các ý nghĩa: GQVĐ như là một quá trình tuyến tính; GQVĐ như là một "xê ri" các bước hành động; GQVĐ

như là một quá trình ghi nhớ, thực hành và theo thói quen; GQVĐ chủ yếu hướng tới việc đạt được câu trả lời hoặc lời giải.

Rõ ràng, những quá trình như vậy không lột tả đúng bản chất xác thực của GQVĐ, nó thích hợp hơn với việc những người GQVĐ diễn tả lại quá trình GQVĐ của họ sau khi đã tìm ra lời giải và bởi vậy không phản ánh được bản chất của quá trình tìm kiếm lời giải. Trong thực tế, quá trình GQVĐ diễn ra phức tạp, linh hoạt và năng động hơn rất nhiều. Các pha của GQVĐ không thể chỉ được liên kết với nhau bởi các mũi tên một chiều. Học sinh bắt đầu với việc tìm hiểu vấn đề. Học sinh sau đó lập kế hoạch nhưng thấy mình cần phải hiểu kĩ hơn vấn đề hay bài toán và quay trở lại với việc tìm hiểu lại vấn đề hay bài toán ban đầu. Ngay cả khi kế hoạch đã được thiết lập, học sinh thực hiện kế hoạch và gặp những khó khăn không vượt qua được. Khi đó, học sinh quay trở lại xây dựng một kế hoạch mới hoặc tìm hiểu lại vấn đề hay bài toán. Đôi khi, học sinh có thể phải quay trở lại với giai đoạn trước cả giai đoạn "tìm hiểu vấn đề", đó là "đặt vấn đề" (problem posing) để tìm một cách đặt vấn đề khác có liên quan tới vấn đề ban đầu nhằm tìm hướng giải quyết. Một quá trình như vậy không hề có tính "tuyến tính". Quá trình mang đúng bản chất xác thực của GQVĐ là một quá trình "năng động và có tính chu trình" (dynamic and cyclic). Chính những gì Polya [ 6 ] đề cập tới trong cuốn sách của ông đã gọi tới một quá trình GQVĐ thực sự có tính chu trình và năng động hơn nhiều so với các quy trình tuyến tính trên đây. Sơ đồ dưới đây mô tả những quá trình GQVĐ năng động, linh hoạt và có tính chu trình như vậy :



*Sơ đồ 2: Chu trình GQVĐ*

Trong một nghiên cứu vào năm 2008, nhóm tác giả Jame W. Wilson và Maria L. Fernandez thông báo rằng những quá trình QGVĐ năng động như vậy đã được thể hiện trong các giáo trình của Đại học Georgia (Mi) từ nhiều năm nay, trong khi đó rất nhiều sách giáo khoa và giáo trình khác dường như vẫn nhấn tới các quá trình QGVĐ tuyến tính. Đây cũng là tình trạng phổ biến ở Việt Nam và là một khía cạnh sự phạm rất quan trọng của QGVĐ cần được thảo luận để điều chỉnh.

## 2. Nêu vấn đề (Problem Posing or Problem Formulation) trong QGVĐ

Một khía cạnh quan trọng của học QGVĐ ngày nay thường ít được chú trọng khi các giáo viên dạy học sinh QGVĐ đó là *nêu vấn đề*. Mặc dù có ít nghiên cứu trong lĩnh vực nêu vấn đề nhưng vẫn nổi lên những công trình đáng chú ý của một số nhà nghiên cứu về giáo dục toán học ở Mi. Brown và Walter [ 3 ] đã trình bày nhiều khía cạnh quan trọng của nêu vấn đề như là một nghệ thuật. Các ví dụ về chiến lược nêu vấn đề trong nghiên cứu của họ đã minh họa cho sự linh hoạt và "đẩy sức mạnh" – theo cách nói của họ - của hoạt động nêu vấn đề. Polya [6] không nói một cách tường minh tới nêu vấn đề, nhưng những gì được đề cập tới trong hoạt động "*Xem xét lại*" (*Looking back*) của ông đã chứa đựng tinh thần như vậy.

Hoạt động nêu vấn đề rất cần được các nhà nghiên cứu giáo dục toán học và các giáo viên toán quan tâm nhiều hơn vì tầm quan trọng cả về khía cạnh logic và triết học của nó. Brown và Walter đã nhấn mạnh điều này khi gợi ý về một chiến lược nêu câu hỏi "What - If - Not ?". Với chiến lược này người giáo viên luôn đặt ra câu hỏi " **Cái gì sẽ xảy ra nếu không như vậy?**" nhằm khích lệ việc tạo ra các vấn đề mới bằng cách thay đổi một số yếu tố của vấn đề đã cho. Với một quy tắc hoặc định lí trong toán học học sinh được gợi ý tìm hiểu các thuộc tính của quy tắc hoặc định lí đó. Sau khi thảo luận về các thuộc tính này, giáo viên có thể hỏi: "Điều gì xảy ra nếu như một, một số hoặc tất cả các thuộc tính ấy không như vậy? ". Ví dụ, từ định lí Pitago với một tam giác vuông ta có  $a^2 = b^2 + c^2$ . Một thuộc tính của định lí Pitago là các đại lượng a,b,c quan hệ với nhau bởi dấu đẳng thức (=). Câu hỏi "What- If - Not" trong trường hợp này có thể là "Tam giác sẽ như thế nào nếu a,b,c quan hệ với nhau không phải bởi dấu đẳng thức mà là dấu bất đẳng thức, chẳng hạn:  $a^2 > b^2 + c^2$  ?"

Brown và Walter đã đưa ra nhiều ví dụ về cách nêu vấn đề như vậy và gợi ý rằng đó cũng là con đường dẫn tới sự ra đời của các hình học phi Oclic. Sau nhiều năm cố gắng không thành công trong việc chứng minh định đề Oclic như là một định lí, các nhà toán học bắt đầu nêu ra câu hỏi: "Điều gì xảy ra nếu

qua một điểm ngoài một đường thẳng không phải là có một đường thẳng duy nhất song song với đường thẳng đã cho ? Nếu không có một đường thẳng nào như vậy thì sao ? Nếu có hai đường thẳng như vậy thì sao ? Điều đó sẽ ảnh hưởng tới cấu trúc của hình học như thế nào?... Cách nêu vấn đề như vậy đã dẫn tới sự ra đời của Hình học phi Oclic.

Nói như vậy đủ thấy rằng nêu vấn đề là việc làm rất có ý nghĩa. Rất tiếc còn quá ít nghiên cứu sâu về vấn đề này và trong thực tiễn dạy học toán các giáo viên cũng không thực sự chú ý tới giai đoạn này trong quá trình dạy học sinh QGVĐ.

## 3. Giai đoạn xem xét lại (Looking Back) trong QGVĐ

Có thể nói giai đoạn *xem xét lại* (*Looking back*) hay còn gọi là giai đoạn *đánh giá lại* (*Check*) là giai đoạn quan trọng nhất, với ý nghĩa của giáo dục toán học, nhằm giúp người học **học được từ các vấn đề**. Polya [ 6 ] mô tả giai đoạn này bao gồm các hoạt động kiểm tra cụ thể: kiểm tra kết quả, kiểm tra lập luận, thu nhận các kết quả khác nhau, sử dụng các kết quả thu được, sử dụng các phương pháp, biểu đạt lại vấn đề, biểu đạt lại kết quả hoặc đề xuất vấn đề mới cần giải quyết...

Tuy nhiên, các nhà nghiên cứu và các giáo viên đều cho rằng rất khó thực hiện giai đoạn này một cách hiệu quả trong các giờ học và bởi vậy người ta thường xem nhẹ hoặc bỏ qua nó. Kantowski [ 4 ] cho rằng có rất ít chứng cứ cho thấy học sinh chịu xem xét lại sau khi đã tìm được lời giải cho vấn đề hay bài toán mặc dù giáo viên luôn nhấn mạnh tầm quan trọng của việc làm này. Nghiên cứu của ông mô tả lại một năm thực hiện bồi dưỡng các giáo viên toán ở trường trung học. Các học viên là giáo viên được yêu cầu theo dõi và đánh giá lại quá trình "xem xét lại" ở các lớp học của mình. Kết quả được phản ánh trong các báo cáo của họ là: "Không hề có cái gọi là "xem xét lại" ở các lớp học"! Họ đều thống nhất rằng, việc tạo ra các cơ hội để người học - người giải quyết vấn đề - thực hiện giai đoạn xem xét lại là rất khó khăn vì những thách thức lớn: Người ta tin rằng QGVĐ trong toán học thường chỉ là đi tìm lời giải; áp lực vì phải thực hiện những chương trình học vốn đã quá nặng; cách đánh giá thường không tập trung vào đánh giá quá trình; và vì những khó khăn khác từ chính người học...

Năm hoạt động căn bản thúc đẩy việc học toán đều nằm ở giai đoạn này là: khám phá sâu hơn vấn đề; mở rộng vấn đề; phát triển phương pháp giải; phát triển quá trình; phát triển khả năng tự phản ánh (self reflection). Bởi vậy, cần tiếp tục có những nghiên cứu sâu hơn về chủ đề này và các giáo viên cũng cần có những nỗ lực nhiều hơn thúc đẩy việc xem xét và đánh giá lại trong quá trình QGVĐ của người học toán. Người ta đều thấy rõ rằng " *Điều mà một người*

học được sau mỗi vấn đề được giải quyết mới là điều thực sự có ý nghĩa”!

**4. Đánh giá QQVĐ (Evaluation of Problem Solving)**

Đánh giá QQVĐ là một mục tiêu căn bản đánh giá sự phát triển của người học và là một trong những nội dung cốt lõi của các cuộc cải cách giáo dục trên thế giới. Cần phải có những hình thức và phương pháp đa dạng nhằm đo được chất lượng và sự phát triển năng lực của người học thông qua các quá trình QQVĐ. Thế nhưng, cho đến thời điểm này ở nhiều nước, trong đó có Việt Nam, các trắc nghiệm (testing) với các chuẩn mực và items không hoàn toàn phản ánh được bản chất của QQVĐ vẫn là cách thức đánh giá chủ đạo.

Cách đánh giá thiên về testing đã đặt người giáo viên toán trước nhiều áp lực nặng nề. Họ phải dạy một cách cặn kẽ tất cả mọi chi tiết trong chương trình học. Mặc dù hiểu ý nghĩa lớn lao của QQVĐ trong môn Toán, nhưng họ không có đủ thời gian để vừa dạy QQVĐ, một kiểu dạy học toán đòi hỏi sử dụng nhiều thời gian, vừa chuẩn bị đối phó với các trắc nghiệm. Chúng ta thường nói rằng, nếu quá đà các bài kiểm tra trắc nghiệm chỉ là hình thức, không phản ánh được năng lực QQVĐ của người học. Còn Schoenfeld [ 7 ] thì cho rằng: “Chỉ với các trắc nghiệm như vậy (testing) mà buộc người dạy và người học tin rằng học sinh đã hiểu về Toán học thì đó là điều đối trá”.

Hội đồng quốc gia các giáo viên toán (NCTM) ở Mĩ đã khuyến cáo trong một chương trình hành động rằng: “Các kết quả của chương trình dạy học toán và của người học toán cần được đánh giá bằng nhiều phương pháp đa dạng, không chỉ bằng các trắc nghiệm truyền thống”. Mặc dù lời kêu gọi như vậy đã được đồng ý nhưng vẫn chỉ có một số lượng hạn chế các nghiên cứu tập trung vào đánh giá QQVĐ trong toán học.

Có thể kể tới một số nghiên cứu về đánh giá QQVĐ ở môn Toán. Một số nghiên cứu tập trung vào đánh giá QQVĐ dựa trên các chẩn đoán về quá trình nhận thức toán học của học sinh, cụ thể là dựa vào một loạt trợ giúp mà người học yêu cầu trong quá trình QQVĐ. Người ta gọi phương pháp đánh giá như vậy là *Đánh giá năng động* (Dynamic Assessement). Học sinh được tiếp xúc với một bài toán hay một vấn đề cần giải. Người đánh giá bắt đầu với một chút trợ giúp học sinh trong quá trình giải bài toán. Số lượng và kiểu trợ giúp cho phép hiểu rõ năng lực QQVĐ của người học. Một trợ giúp quan trọng là đưa ra *các gợi ý (hints)*. Các gợi ý giúp người đánh giá hiểu học sinh gặp khó khăn trong lĩnh vực nào của QQVĐ.

Charles và các đồng nghiệp đã đề xuất các biện pháp đánh giá bằng *phỏng vấn (interview)* và các *báo cáo (student's report)* do người học tự viết,

Người ta sẽ chấm điểm các báo cáo này. Ví dụ dưới đây là một báo cáo mà học sinh phải viết.

1. (20 điểm)

Hãy chọn một bài toán (hay một vấn đề) mà em đã làm nhưng chưa giải được và em vẫn tin rằng em sẽ có lúc giải được. Em hãy cho biết:

- a. Những gì em đã thực hiện được cho tới lúc này
- b. Em cảm nhận được điều gì từ bài toán/ vấn đề này, vì sao ?
- c. Hãy tự đánh giá xem em đã học được điều gì từ việc giải bài toán này.

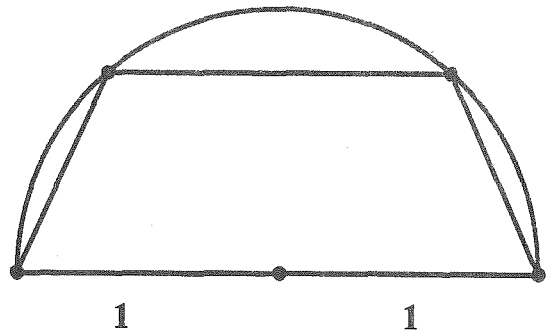
2. (20 điểm)

- a. Hãy chọn một định lí hay một quy tắc em đã học và chỉ ra những đặc tính của định lí hay quy tắc này
- b. Hãy cố gắng thử tạo ra ít nhất một mệnh đề mới nếu một hay một số đặc tính ấy không còn là như vậy

3. (10 điểm)

Giải bài toán sau: “Tìm diện tích lớn nhất của một hình thang nội tiếp trong một nửa hình tròn bán kính bằng 1”

Gợi ý: Sử dụng bất đẳng thức về giá trị trung bình cộng và trung bình nhân



Hình 1: Hình thang nội tiếp trong một nửa hình tròn bán kính bằng 1

- a. Mô tả lời giải của em
- b. Hãy thảo luận về khả năng mở rộng bài toán  
Một phương pháp tương tự là yêu cầu học sinh ghi đều đặn hàng tuần vào *Sổ ghi chép (student's note)* trong đó có các nội dung cụ thể sau:
  - a. Lời giải của học sinh về một bài toán cụ thể
  - b. Thảo luận về chiến lược học sinh đã sử dụng khi giải bài toán này;
  - c. Nhận xét về sự tương tự của bài toán này với những bài toán khác mà họ đã từng gặp;
  - d. Trình bày khả năng mở rộng bài toán;
  - e. Xem xét và phân tích ít nhất một bài toán đã được mở rộng.

Giáo viên sẽ xem xét các cuốn sổ ghi chép như vậy, kết hợp với nhiều biện pháp khác để đánh giá được sự tiến bộ của người học trong cả năm học.

Những ví dụ trên đây thuộc vào một số lượng còn rất hạn chế về những nghiên cứu đánh giá QQVĐ.

Không thể phủ nhận vai trò của trải nghiệm và các phương pháp đánh giá truyền thống, tuy nhiên rất cần có những nghiên cứu sâu và cụ thể hơn nhằm giúp giáo viên thực hiện các giải pháp *đánh giá thực (Authentic Assesment)* để đo được năng lực thực của người học.

### 5. Hiểu biết về người học- người giải quyết vấn đề (problem solver)

Hội đồng Quốc gia các Giáo viên Toán (NCTM) ở Mỹ đã đề nghị mục tiêu cơ bản của giáo dục toán học là đào tạo học sinh trở thành những người GQVĐ có năng lực thực sự, nghĩa là học sinh có thể :Xây dựng được những kiến thức toán học thông qua GQVĐ; Giải quyết được những vấn đề nảy sinh trong Toán học và trong các ngữ cảnh khác; Áp dụng được các chiến lược linh hoạt để GQVĐ; Có khả năng giám sát và phản ánh trong quá trình GQVĐ.

Để đạt được mục tiêu như vậy, người giáo viên toán cần hiểu rõ mỗi học sinh như một cá thể GQVĐ và những yếu tố nào góp phần tạo nên những thành công của họ trong GQVĐ.

Năm 1985, Schoenfeld trong cuốn sách " Giải quyết vấn đề trong Toán " đã phân tích về những lí do khiến người ta thành công (hoặc không thành công) trong GQVĐ. Ông cho rằng 4 thành tố cơ bản giúp xác định được chất lượng của GQVĐ của một cá nhân là: **Kiến thức nền tảng (knowledge base); Chiến lược GQVĐ (Problem solving strategies or heuristics); Khả năng kiểm soát (Control)** bao gồm giám sát, tự điều chỉnh và siêu nhận thức ; **Niềm tin (Beliefs)**.

Năm 1992, Defranco cho rằng những yếu tố cốt lõi làm nên thành công trong GQVĐ là những yếu tố về cảm xúc bao gồm niềm tin, thái độ, sự yêu ghét...

Lester (1994) thì cho rằng hiệu quả của GQVĐ như một hàm của nhiều biến độc lập, bao gồm kiến thức, khả năng kiểm soát, niềm tin và các yếu tố văn hóa xã hội.

Calson và Bloom (2005) trong một nghiên cứu tổng thuật nhiều nguồn tài liệu đã tổng kết những thuộc tính ảnh hưởng tới thành công của GQVĐ, đó là : **Nguồn kiến thức; Khả năng kiểm soát; Phương pháp; Chiến lược; Tinh cảm** bao gồm Thái độ (ham thích, thôi thúc, quan tâm...); các Niềm tin (tự tin, tự hào, kiên nhẫn ...); những Cảm xúc (vui vẻ, thất vọng, nóng vội...) và các Giá trị.

Heidi Janzen trong bài viết " Phát triển những người GQVĐ trong Toán học " (Developing Problem Solvers in Mathematics – 2005) đã bổ sung thêm một yếu tố nữa trong lĩnh vực tinh cảm ảnh hưởng tới mức độ thành công của GQVĐ, đó là **Hành vi chấp nhận rủi ro (Risk taking Behavior)**.

Các tác giả đều có chung quan điểm rằng để đào tạo được những người GQVĐ trong Toán, nhiệm

vụ của giáo viên không chỉ là giúp người học phát triển các kĩ năng GQVĐ mà còn cần chú ý tới những đặc điểm khác nhau của mỗi người học, nhất là trong lĩnh vực tinh cảm. Ví dụ, niềm tin có ảnh hưởng rất lớn tới các hành vi và tới việc đưa ra các quyết định. Nếu một học sinh luôn tin rằng các kết quả của bài toán chỉ phục vụ cho toán học chứ không gắn gì với cuộc sống thì học sinh đó có thể đưa ra lời giải về số xe ô tô khách cần huy động trong ngày là 32,5 cái thay cho việc phải làm tròn là 33 để phù hợp với cuộc sống thực. Nếu học sinh tin rằng GQVĐ chỉ là đi tìm lời giải của bài toán chúng sẽ không bao giờ quan tâm tới việc xem xét lại (hay kiểm tra lại, đánh giá lại ...) để học được nhiều điều sau mỗi bài toán đã được giải.

Đáng tiếc thực tiễn cho thấy dường như các giáo viên không hoặc rất ít chú ý tới mỗi cá nhân khi dạy học toán. Dĩ nhiên, đây là một việc làm rất khó khăn đối với mỗi giáo viên khi họ phải dạy những lớp học với quá đông học sinh. Dù sao, đây là một vấn đề rất cần suy nghĩ để cải thiện trong chừng mực có thể.

### 6. Kết luận

Những phân tích trên cho thấy xu hướng của nghiên cứu trong lĩnh vực giáo dục toán học về GQVĐ và những thiếu sót đã bộc lộ trong quá trình dạy học GQVĐ ở môn Toán. Những hạn chế như vậy chính là cản trở lớn trong việc nỗ lực giúp người học trở thành người GQVĐ theo đúng ý nghĩa xác thực của nó. Rõ ràng, còn nhiều vấn đề người giáo viên toán cần quan tâm nhằm đạt được hiệu quả thực của dạy học GQVĐ. Không thể khắc phục các hạn chế như vậy chỉ bằng một số giờ dạy học và chúng ta cũng không hi vọng nhìn thấy những tiến bộ sẽ diễn ra trong một thời gian ngắn. Người giáo viên không phải là những "Thần thánh", họ đang chịu đựng rất nhiều áp lực. Những phân tích trên cũng cho thấy nghiên cứu về GQVĐ trong môn Toán cần tiếp tục được đẩy mạnh và phải hướng đến nhiều lĩnh vực thực sự hóc búa mà thực tiễn dạy học toán đặt ra, khác với trào lưu chỉ tập trung vào các chiến lược tìm lời giải.

Các nhà nghiên cứu giáo dục toán học thừa nhận rằng, đã hơn 40 năm kể từ lúc các khoa học nhận thức (cognitive sciences) kết hợp với khoa học giáo dục toán học (mathematics education) dù đã đạt được nhiều thành tựu nhưng vẫn còn rất nhiều việc phải làm. Schoenfeld đã nói trong "*Kế hoạch một trăm năm*" (a Hundred Year Plan) của ông, rằng: "Trí não còn phức tạp hơn nhiều so với cơ thể (và GQVĐ là vấn đề của trí não – NHC). Bởi vậy, nếu so sánh với một khoảng thời gian dài để đạt được những thành tựu trong thực tiễn y học, chúng ta cũng phải chờ đợi một thời gian lâu như vậy, thậm chí còn lâu hơn

(Xem tiếp trang 46)