PHÁT TRIỂN TÌNH HUỐNG THỰC TẾ THÀNH BÀI TOÁN THỰC TIỄN CHO SINH VIÊN TOÁN TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

• TS. NGUYỄN THỊ LAN PHƯƠNG
Trung tâm Nghiên cứu đánh giá kết quả giáo dục
• ThS. PHAN THỊ TÌNH
Trường Đại học Hùng Vương, Phú Thọ

Một trong những mục tiêu cơ bản của chương trình giáo dục phổ thông cấp THPT là giúp học sinh có "kĩ năng vận dụng kiến thức toán học vào đời sống" [2]. Để giáo viên (GV) có đủ trình độ chuyên môn, nghiệp vụ sư phạm giúp học sinh đạt được mục tiêu trên, đào tạo sinh viên (SV) Toán Đại học sư phạm theo hướng "Ứng dụng toán học vào thực tế" là hết sức cần thiết.

1. Một số khái niệm cơ bản

Theo từ điển Tiếng Việt, *thực tế* là tổng thể những gì đang tồn tại, đang diễn ra trong tự nhiên và trong xã hội, có quan hệ đến đời sống con người. *Thực tiễn* là những hoạt động của con người nhằm tạo ra điều kiện cần thiết cho sự tồn tại của xã hội [5].

Tình huống thực tế là tình huống chứa đựng những yếu tố thực tế. *Bài toán thực tế* là bài toán mà giả thiết, kết luận của chứa đựng các nội dung thực tế [4]. *Mô hình:* khách thể M là mô hình của khách thể A đối với một hệ thống các đặc trưng S nào đó nếu M được xây dựng để bắt chước A theo những đặc trưng đó [1].

Như vậy có thể quan niệm, *mô hình toán học của bài toán thực tế* là bài toán toán học được xây dựng từ bài toán thực tế: được cấu trúc bằng những ràng buộc toán học giữa những yếu tố toán học, mà những yếu tố này phải diễn tả mối liên hệ ràng buộc giữa những yếu tố thực tế.

2. Rèn luyện khả năng xây dựng bài toán thực tế từ tình huống thực tế cho SV

Quá trình vận dụng kiến thức toán học để giải quyết các vấn đề thực tiễn luôn đòi hỏi sự sáng tạo. Mà theo I.Ia. Lecner, hoạt động sáng tạo có một số nét đặc trưng như: độc lập chuyển tình huống đã biết vào tình huống mới; nhìn thấy vấn đề mới trong tình huống quen thuộc; nhìn thấy chức năng mới của đối tượng đã biết; độc lập tổ hợp các cách thức, hoạt động đã biết thành cách thức, hoạt động mới; nhìn thấy các lời giải khác nhau của vấn đề đã cho;...

Giảng viên có thể luyện tập cho SV khả năng phát triển tình huống thực tế thành bài toán thực tế theo ba định hướng: xem xét tình huống thực tế theo nhiều góc độ khác nhau; phát triển tình huống thực tế thành những bài toán thực tiễn tiến đến tiếp cận những lí thuyết mới; khai thác, mở rộng, phát triển hay biến đổi tình huống thực tế. Khi thực hiện, cần lưu ý:

+ Việc xây dựng một bài toán thực tế từ một tình huống thực tế cần dẫn đến việc xây dựng mô hình toán học mà phương hướng giải quyết đã có và phù hợp với kinh nghiệm thực tiễn của SV.

+ Cần xét kĩ cái gì đang hoặc có thể xảy ra trong tình huống đã cho, những yếu tố nào ảnh hưởng thực sự đến những đặc trưng của tình huống để xây dựng được các nhiệm vụ cần giải quyết.

+ Cùng một khách thể có nhiều mô hình, nên cần nghiên cứu những khía cạnh khác nhau của khách thể đó. Giữa tình huống thực tế và bài toán thực tế có thể có những khác biệt bởi sự lược bớt, đơn giản hoá một vài chi tiết thực. Vì vậy để hạn chế những khác biệt, cần xem xét kĩ tình huống thu hẹp hoặc mở rộng.

Ví dụ, với chuyên đề *"quy hoạch tuyến tính"*, sau khi SV nắm được mô hình và thuật toán đơn hình giải bài toán quy hoạch tuyến tính, có thể đưa ra tình huống thực tế sau: Một xí nghiệp dự kiến sản xuất *n* loại mặt hàng từ *m* loại vật liệu, một đơn vị mặt hàng loại j $\left(j=\overline{1,n}\right)$ bán được c_j đơn vị tiền.

Trong lĩnh vực kinh tế, những vấn đề cần quan tâm là: nên sản xuất những mặt hàng nào; mỗi mặt hàng nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để thu được nhiều tiền lãi nhất; khả năng tiêu thụ của thị trường cho các mặt hàng ra sao; chiến lược giảm giá, khuyến mại nên được thực hiện theo tỉ lệ nào, vào thời điểm nào; sự ổn định tương đối của lợi nhuận khi có những biến đổi về giá cả nguyên vật liệu đầu vào như thế nào; mức lợi nhuận khi chuyển nhượng dây chuyền sản xuất;... Khai thác mỗi tình huống đó, có thể xuất hiện các bài toán thực tế.

2.1. Xem xét tình huống dưới nhiều góc độ khác nhau

Nói về mức tiền lãi lớn nhất, có thể thêm các điều kiện về nguyên vật liệu, giá cả vật liệu, chi phí sản xuất,... và xây dựng bài toán tối ưu (tuyến tính hay phi tuyến). Nếu xem xét đến chất lượng nguyên vật liệu, tính tỷ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn, nghiên cứu thời gian bảo hành sản phẩm,... thì dẫn đến các bài toán về xác suất mua được hàng đảm bảo chất lượng, về tính lợi nhuận trung bình trên mỗi sản phẩm bán được của nhà sản xuất,... Nếu chi phí sản xuất khá lớn thì phải yêu cầu về số lượng sản phẩm, đòi hỏi phải xây dựng các bài toán quy hoạch nguyên,... Trong một số tính toán cạnh tranh sản xuất thì có thể bổ sung nguyên lí đối ngẫu của quy hoạch tuyến tính.

2.2. Khai thác, mở rộng, biến đổi tình huống để xây dựng bài toán mới

(1) Bổ sung giả thiết cho bài toán: Xí nghiệp dự trữ *m* loại vật liệu, số lượng đơn vị vật liệu loại i $\left(i=\overline{1,m}\right)$ hiện có là b_i. Biết rằng để sản xuất một đơn vị mặt hàng loại j $\left(j=\overline{1,n}\right)$ cần a_{ij} $\left(i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n}\right)$ đơn vị vật liệu loại *i* (số đơn vị sản phẩm sản xuất ra đều bán hết). Mỗi mặt hàng nên sản xuất bao nhiêu đơn vị sản phẩm để tiền thu được nhiều nhất với điều kiện hạn chế về số vật liệu hiện có của xí nghiệp (chưa tính đến giá cả nguyên vật liệu và các yếu tố phụ khác).

Mô hình toán học của bài toán này là: Tìm x_j $\left(j=\overline{1,n}\right)$ (số đơn vị từng loại sản phẩm) sao cho hàm lãi: $f(x)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ (*) đạt giá trị lớn nhất với hệ điều kiện: $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, i=\overline{1,m}; x_j \ge 0; j=\overline{1,n}$ (bài toán có thể giải theo thuật toán đơn hình).

(2) Thêm điều kiện: Một đơn vị nguyên liệu thứ i $\left(i=\overline{1,m}\right)$ nhà sản xuất phải mua với giá d_i đơn vị tiền (bổ sung thêm lập luận: chi phí để sản xuất một đơn vị hàng loại j $\left(j=\overline{1,n}\right)$ là $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} d_i$, tiền lãi khi bán một đơn vị hàng loại *j* là $l_j = c_j - \sum_{i=1}^{m} a_{ij} d_i, \left(j=\overline{1,n}\right)$

Mô hình toán học là: thay hàm (*) bằng hàm $f(x)=\sum_{j=1}^{n}\left(c_j-\sum_{i=1}^{m} a_{ij} d_i\right)x_j$.

(3) Thêm điều kiện: Mặt hàng loại j $\left(j=\overline{1,n}\right)$ chỉ tiêu thụ tối đa k_j $\left(j=\overline{1,n}\right)$ sản phẩm với giả thiết việc sản xuất được thực hiện trong một đơn vị thời gian nào đó

Mô hình toán học: bổ sung bài toán ban đầu hệ điều kiện $0 \le x_j \le k_j, j=\overline{1,n}$.

(4) Bổ sung giả thiết: Mức giá cho vật liệu loại i $\left(i=\overline{1,m}\right)$ như thế nào thì nhà sản xuất có thể chấp nhận được để đảm bảo sản xuất có lãi

Mô hình toán học: thêm hệ *n* điều kiện: $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} d_i \le c_j, j=\overline{1,n}$.

2.3. Khai thác dẫn đến tiếp cận lí thuyết mới

(1) Phát triển tình huống: Một công ty khác muốn mua lại chính số vật liệu nói trên. Người bán sẽ chỉ chấp nhận nếu số tiền thu được do bán các vật liệu để sản xuất một đơn vị hàng loại j $\left(j=\overline{1,n}\right)$ không thấp hơn c_j đơn vị tiền. Người mua thì muốn mua với tổng số tiền thấp nhất. Nhà sản xuất có thể định giá bán lại các loại vật liệu trên không?

Bài toán này đòi hỏi phải tìm cách giải quyết mang lợi ích tốt nhất cho cả hai hoạt động mua và bán. Tình huống này dẫn đến tiếp cận lí thuyết đối ngẫu của quy hoạch tuyến tính. Mô hình toán học: gọi y_i $\left(i=\overline{1,m}\right)$ là giá bán nhà sản xuất định ra một đơn vị vật liệu thứ i $\left(i=\overline{1,m}\right)$. Cần tìm y_i $\left(i=\overline{1,m}\right)$ sao cho hàm $g(y)=\sum_{i=1}^{m} b_i y_i$ (**) đạt giá trị nhỏ nhất với hệ điều kiện: $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \ge c_j, j=\overline{1,n}; y_i \ge 0; i=\overline{1,m}$).

(2) Nếu giá trị các loại mặt hàng khá lớn thì phải thêm tính nguyên dương cho số lượng các mặt hàng. Tình huống này dẫn tới tiếp cận lí thuyết quy hoạch nguyên. Mô hình bài toán như trong hướng 2, bổ sung thêm điều kiện về tính nguyên của các ẩn số.

(3) Thêm giả thiết: Phân xưởng $T_i\left(i=\overline{1,k}\right)$ cung cấp $b_i\left(i=\overline{1,k}\right)$(%) số lượng sản phẩm ($\sum_{i=1}^{k} b_i(\%)=100(\%)$) trong đó có $P_i\left(i=\overline{1,k}\right)$(%) số lượng sản phẩm không đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để người mua phải một sản phẩm không đạt tiêu chuẩn.

Mô hình bài toán: tìm P(A), trong đó A là biến cố người mua phải sản phẩm không đạt tiêu chuẩn.

(4) Thêm giả thiết: Giả sử thời gian bảo hành sản phẩm là *t* tháng. Xác suất để một sản phẩm đạt tiêu chuẩn do phân xưởng $T_i\left(i=\overline{1,k}\right)$ sản xuất ra bị hỏng trong thời gian bảo hành là $P_{i1}\left(i=\overline{1,k}\right)$, xác suất để một sản phẩm không đạt tiêu chuẩn do phân xưởng $T_i\left(i=\overline{1,k}\right)$ sản xuất ra bị hỏng trong

(Xem tiếp trang 38)