BIỆN PHÁP GIÚP HỌC SINH "TÁCH" BỘ PHẬN PHẲNG CỦA HÌNH KHÔNG GIAN ĐỂ GIẢI TOÁN

TS. PHAN ANH TÀI
Trường Đại học Sài Gòn

1. Đặt vấn đề

Bài toán hình học không gian (HHKG) phần lớn chưa có thuật giải, đối với nhiều học sinh (HS) đây chính là tình huống cần giải quyết. Trong hoạt động giải bài toán HHKG, HS phải vận dụng hệ thống tri thức phương pháp trong đó có tri thức phương pháp về *bài toán phụ*. Phân tích các dữ kiện, các điều kiện và kết luận của bài toán; HS "nhìn" ra, biết "tách" các bộ phận phẳng khỏi hình không gian và sử dụng *bài toán phẳng* như là công cụ để giải toán. Các hoạt động này nhằm rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề cho HS.

2. "Tách" bộ phận phẳng khỏi hình không gian và sử dụng bài toán phẳng như là công cụ để giải bài toán HHKG

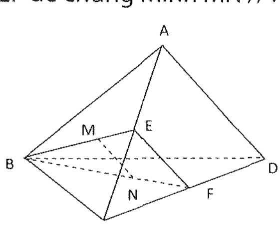
2.1. Sử dụng biểu tượng trực quan hình không gian, "tách" bộ phận phẳng cần nghiên cứu khỏi hình không gian

Phân tích các dữ kiện, các điều kiện và kết luận của bài toán, HS có được biểu tượng trực quan, biết "tách" bộ phận phẳng khỏi hình không gian và sử dụng các kiến thức hình học phẳng để giải toán.

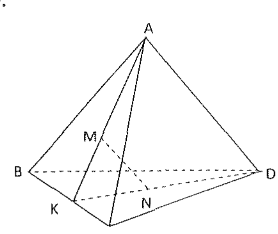
Ví dụ: Cho tứ diện ABCD, gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, BCD. Chứng minh MN // AD.

Từ giả thiết trọng tâm tam giác, có các cách tiếp cận để định hướng cách giải cho bài toán này.

Định hướng cách giải 1: Gọi E, F lần lượt là giao điểm của BM với AC, BN với CD (xem hình 1). Biểu tượng trực quan hình không gian, "tách" mặt phẳng (BEF) ra khỏi hình không gian, trong mặt phẳng này ta đã sử dụng định lí Ta-let. Tiếp tục "tách" mặt phẳng (ACD) và áp dụng định lí về đường trung bình của tam giác. Sử dụng yếu tố trung gian đường thẳng thứ ba EF để chứng minh MN // AD.



Hình 1



Hình 2

Định hướng cách giải 2: Do M và N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và BCD, nên các đường thẳng AM và DN cắt nhau tại trung điểm K của cạnh BC (xem hình 2). "Tách" mặt phẳng (ADK) và áp dụng định lí Ta-let cho tam giác KAD để chứng minh MN // AD.

Qua hai cách giải trên cho thấy: Với cùng dữ kiện, điều kiện của bài toán có thể tồn tại các cách "phối hợp" khác nhau dẫn tới các biểu tượng trực quan tương ứng khác nhau. Từ đó, phân tích "độ phức tạp" của nó để có các cách "tách" bộ phận phẳng và cho ta các giải pháp giải quyết vấn đề khác nhau. Trong ví dụ trên, cách 2 là cách giải trực tiếp và hay hơn cách 1.

2.2. Xét dấu hiệu xác định các đối tượng và thuộc tính định lí, tính chất; "tách" bộ phận phẳng cần nghiên cứu khỏi hình không gian

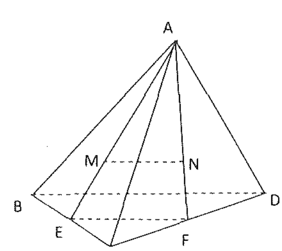
Liên kết dấu hiệu xác định các đối tượng cụ thể của bài toán với thuộc tính định lí, tính chất tổng quát đã được học, HS "tổng hợp" các quan hệ không gian và biết "tách" bộ phận phẳng khỏi hình không gian, sử dụng các kiến thức hình học phẳng để giải bài toán.

Ví dụ 1: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD. Chứng minh MN // mặt phẳng (ABD).

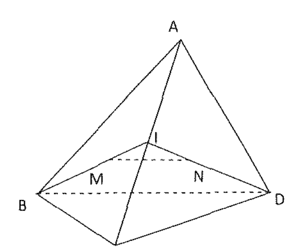
Với giả thiết trọng tâm tam giác và kết luận chứng minh MN // mặt phẳng (ABD), huy động kiến thức về dấu hiệu nhận biết đường thẳng song song với mặt phẳng, xuất hiện yêu cầu xác lập đường thẳng thuộc mặt phẳng (ABD) song song với MN. Từ sự tri giác "chính diện", "trực quan", có thể định hướng các cách giải bài toán như sau:

Định hướng cách giải 1: Gọi E và F lần lượt là giao điểm của AM và AN với BD và CD (xem hình 3). "Tách" mặt phẳng (AEF), dùng định lí Ta lét suy ra MN // EF. Mặt khác EF là đường trung bình của tam giác BCD nên EF // BD. Từ đó suy ra MN // BD. Vậy BD chính là đường thẳng thuộc mặt phẳng (ABD) cần xác định.

Định hướng cách giải 2: Do M và N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ACD, nên các đường thẳng BM và DN cắt nhau tại trung điểm I của cạnh AC (xem hình 4). "Tách" mặt phẳng (BDI) và áp dụng định lí Ta-let cho tam giác BDI, ta có MN // BD. Vậy BD chính là đường thẳng thuộc mặt phẳng (ABD) cần xác định.

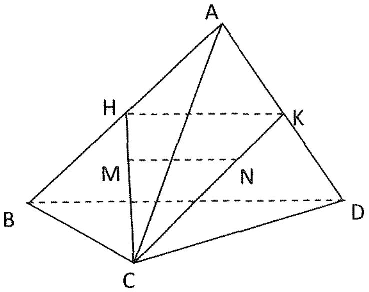


Hình 3



Hình 4

Định hướng cách giải 3: Gọi H và K lần lượt là giao điểm của CM và CN với AB và AD (hình 5). "Tách" mặt phẳng (CHK), dùng định lí Ta-let suy ra MN // HK. Vậy HK chính là đường thẳng thuộc mặt phẳng (ABD) cần xác định.



Hình 5

2.3. "Tách" bộ phận phẳng trong bài toán định lượng của HHKG

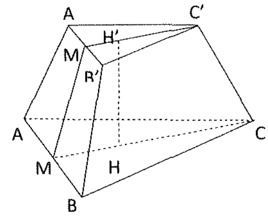
"Tách" bộ phận phẳng khỏi hình không gian và sử dụng các kiến thức hình học phẳng để giải bài toán định lượng chỉ đạo về mặt phương pháp rèn luyện cho HS năng lực giải quyết vấn đề: Phân tích mối liên hệ giữa các yếu tố đã biết, yếu tố cần tìm; "liên tưởng" với bài toán phẳng, để xác định yếu tố cần tìm, giải quyết bài toán định lượng trong không gian.

Ví dụ 2: Cho hình chóp cụt tam giác đều ngoại tiếp một hình cầu bán kính r cho sẵn. Tính thể tích hình chóp cụt biết rằng cạnh đáy lớn gấp đôi cạnh đáy nhỏ.

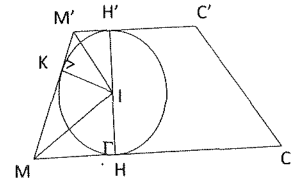
Định hướng cách giải: Đây là bài toán định lượng, tính thể tích hình chóp cụt. Từ giả thiết của bài toán, nếu gọi h là chiều cao, a là cạnh đáy nhỏ, khi đó, cạnh đáy lớn là 2a thì thể tích hình chóp cụt:

$$V = \frac{h}{3}\left(B + B' + \sqrt{BB'}\right)$$
$$= \frac{h}{3}\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + a^2\sqrt{3} + \frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$= \frac{7ha^2\sqrt{3}}{12}$$

Do đó, để tính V phải biết h và a mà giả thiết bài toán chưa cho. Phân tích mối liên hệ giữa yếu tố cần tìm và yếu tố đã biết: Hình cầu (I) bán kính r nội tiếp hình chóp cụt (xem hình 6), h và a sẽ được tính theo r. Để làm được điều này học sinh phải biết "tách" mặt phẳng chứa hình thang CMM'C' và đường tròn tâm I bán kính r (đường tròn lớn của hình cầu nội tiếp hình chóp cụt). Đường tròn (I, r) tiếp xúc cạnh bên MM' tại K và tiếp xúc với hai cạnh đáy của hình thang CMM'C' lần lượt tại H và H', trong đó H và H' lần lượt là trong tâm các tam giác đều ABC và A'B'C' (xem hình 7). Đến đây với "vốn" kiến thức hình học phẳng HS không quá khó khăn để tính h và a.



Hình 6



Hình 7

3. Kết luận

Trong dạy học môn Toán, ngoài việc giúp HS tích lũy có chủ định vốn kiến thức, KN, giáo viên cần trang bị cho HS hệ thống tri thức phương pháp dùng trong quá trình giải toán. Tri thức phương pháp về bài toán phụ, học sinh biết "tách" bộ phận phẳng khỏi hình không gian và sử dụng bài toán phẳng như là công cụ để giải bài toán HHKG, giúp HS giải quyết được tình huống đặt ra. Hơn nữa, đây cũng là một trong những điều kiện tạo tiền đề cho sự phát triển trực giác xác lập các "liên tưởng" trong giải quyết tình huống mới của HS.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Phạm Văn Hoàn, Trần Thúc Trình, Nguyễn Gia Cốc, (1981), *Giáo dục học môn Toán*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[2]. Nguyễn Bá Kim, (2006), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm.

[3]. Bùi Văn Nghị, (2009), *Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

[4]. Phan Anh Tài, (2014), *Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của học sinh trong dạy học Toán trung học phổ thông*, Luận án tiến sĩ giáo dục học, Trường Đại học Vinh.

[5]. Đào Tam, (2005), *Phương pháp dạy học hình học ở trường trung học phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

SUMMARY

The article refers to solutions for additional Maths exercise; analysis of facts, conditions and conclusion of problem; "separate" flat parts from geometry of space and use flat exercise as a tool to solve exercises in the geometry of space. Through these activities, student's competence to problem solving in teaching Mathematics will be improved.

Keywords: *geometry of space, pupils, "separate" flat part.*