DẠY HỌC NỘI DUNG KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI PHẲNG THEO HƯỚNG GẮN LIỀN VỚI KIẾN THỨC TOÁN HỌC PHỔ THÔNG CHO SINH VIÊN SƯ PHẠM TOÁN

TS. TRẦN VIỆT CƯỜNG - TS. ĐỖ THỊ TRINH
Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên

1. Đặt vấn đề

Hình học là môn học phân tích đầy đủ cơ sở Toán học và giúp sinh viên (SV) hiểu sâu sắc hơn những nội dung Toán học ở trường phổ thông. Giảng viên giảng dạy các bộ môn hình học cao cấp (HHCC) cần thường xuyên tổ chức hoạt động cho SV tiến hành đặc biệt hóa các kết quả có được trong HHCC. Qua đó, SV thấy được mối liên quan giữa nội dung kiến thức HHCC với các kiến thức hình học ở trường phổ thông và nắm vững các kiến thức về HHCC [1].

Thông qua việc dạy học (DH) nội dung *Khoảng cách giữa hai phẳng* cho SV sư phạm Toán theo hướng gắn liền với kiến thức Toán học ở trường phổ thông, SV thấy được mối quan hệ giữa nội dung HHCC nói riêng và nội dung Toán học cao cấp nói chung với nội dung môn Toán ở trường phổ thông.

2. DH nội dung khoảng cách giữa hai phẳng theo hướng gắn liền với kiến thức Toán học phổ thông cho SV sư phạm Toán

2.1. DH nội dung khoảng cách giữa hai phẳng theo hướng gắn liền với kiến thức Toán học ở trường phổ thông cho SV sư phạm Toán

Nội dung *khoảng cách giữa hai phẳng* trong giáo trình Hình học Afin và Hình học Euclid được giảng dạy cho SV Toán ở các trường sư phạm [2] bao gồm định nghĩa về khoảng cách giữa hai phẳng, định nghĩa đường vuông góc chung của hai phẳng, hai định lí liên quan đến các tính chất của đường vuông góc chung của hai phẳng, định thức Gram, khoảng cách từ một điểm đến một m phẳng, khoảng cách giữa hai phẳng và khoảng cách từ một điểm đến một siêu phẳng. Để SV thấy được mối liên hệ giữa kiến thức HHCC với các kiến thức ở trường phổ thông, giảng viên tiến hành DH nội dung *Khoảng cách giữa hai phẳng* cho SV như sau:

1) Giảng viên cho SV làm quen với hai định nghĩa khoảng cách giữa hai cái phẳng và đường vuông góc chung hai phẳng

- Định nghĩa khoảng cách giữa hai phẳng: *Khoảng cách giữa hai phẳng α và β trong không gian Euclid E^n, kí hiệu $d(\alpha, \beta)$ là số:*

$$d(\alpha,\beta) = \inf_{\substack{M\in\alpha \\ N\in\beta}} d(M,N).$$

- Định nghĩa đường vuông góc chung hai phẳng: *Đường thẳng Δ gọi là đường vuông góc chung của hai phẳng α và β nếu Δ trực giao với cả α và β và Δ cắt cả α và β.*

Để SV hiểu rõ hơn nội dung hai định nghĩa trên và thấy được mối quan hệ với các kiến thức đã học ở trường phổ thông, giảng viên dẫn dắt cho SV thấy: *Trong không gian 3 chiều, cho hai đường thẳng chéo nhau Δ_1 và Δ_2. Một đường thẳng cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 đã cho và cùng vuông góc với hai đường thẳng đó gọi là đường vuông góc chung của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.* Theo ngôn ngữ của HHCC, đường thẳng là 1-phẳng, vuông góc là trực giao. Do đó, khái niệm đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau trong không gian 3 chiều chính là khái niệm đường vuông góc chung của hai 1-phẳng trong không gian 3 chiều.

2) Dưới sự hướng dẫn của giảng viên, SV nghiên cứu nội dung hai định lí

Định lí 1: *Nếu D là đường vuông góc chung của hai cái phẳng a và b và giao điểm của Δ với α và β là I và J thì $d(\alpha, \beta) = d(I, J)$*; Định lí 2: *Nếu hai phẳng α và β không có điểm chung thì chúng có đường vuông góc chung, và đường vuông góc chung đó là duy nhất khi và chỉ khi $\vec{\alpha} \cap \vec{\beta} = \{\vec{0}\}$.*

Để SV hiểu và thấy được ý nghĩa của nội dung hai định lí trên và mối quan hệ giữa các kiến thức đó với các kiến thức đã học ở trường phổ thông, giảng viên hướng dẫn SV như sau: *Trong không gian 3 chiều, cho hai đường thẳng chéo nhau Δ_1 và Δ_2. Một đường thẳng cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 đã cho lần lượt tại M, N và cùng vuông góc với hai đường thẳng đó gọi là đường vuông góc chung của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Đoạn thẳng MN gọi là đoạn thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 và MN là khoảng cách ngắn nhất nối từ một điểm thuộc đường thẳng này đến một điểm thuộc đường thẳng kia.* Theo ngôn ngữ của HHCC, đường thẳng là 1-phẳng, vuông góc là trực giao. Do đó, đường thẳng MN chính là đường vuông góc chung của hai 1-phẳng Δ_1, Δ_2; khoảng cách MN chính là khoảng cách giữa hai 1-phẳng Δ_1, Δ_2 hay MN = $d(M, N) = d(\Delta_1, \Delta_2)$.

3) Sau khi hướng dẫn cho SV tìm hiểu nội dung định thức Gram, giảng viên hướng dẫn SV tìm hiểu nội dung khoảng cách từ một điểm đến một m-phẳng: *Cho một điểm I và m phẳng α qua điểm S và có phương*

$\vec{\alpha} = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, ..., \vec{u}_m)$. Khi đó, ta có:

$$d^2(I,\alpha) = \frac{Gr(\vec{u}_1, \vec{u}_2, ..., \vec{u}_m, \overrightarrow{SI})}{Gr(\vec{u}_1, \vec{u}_2, ..., \vec{u}_m)} \quad (1)$$

Để SV nắm vững được khoảng cách từ một điểm đến một m – phẳng, giảng viên yêu cầu SV tiến hành đặc biệt hoá nội dung trên. SV sẽ thấy: Nếu m = 1 thì

1-phẳng α là đường thẳng. Lấy véc tơ $\vec{e} \neq \vec{0}$ thuộc $\vec{\alpha}$, ta có: $d^2(I,\alpha)=\dfrac{Gr(\vec{e},\overrightarrow{SI})}{Gr(\vec{e})}=\dfrac{\vec{e}^2.\overrightarrow{SI}^2-(\vec{e}.\overrightarrow{SI})^2}{\vec{e}^2}$ (2)

Giả sử trong mục tiêu trực chuẩn, cho điểm I có tọa độ $(x_1^0, x_2^0, \ldots x_n^0)$ và đường thẳng a có phương trình:

$$\frac{x_1-b_1}{a_1}=\frac{x_2-b_2}{a_2}=\ldots=\frac{x_n-b_n}{a_n}$$

Khi đó, ta có thể chọn $S(b_1, b_2, \ldots, b_n)$ và $\vec{e}(a_1, a_2, \ldots, a_n)$.
Do đó, ta có (2)

$$d^2(I,\alpha)=\frac{\sum_{i=1}^{n}a_i^2.\sum_{i=1}^{n}(x_i^0-b_i)^2-\left(\sum_{i=1}^{n}a_i(x_i^0-b_i)\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}a_i^2} \quad (3)$$

+) Với n = 2, từ (3) ta có:

$$d^2(I,\alpha)=\frac{(a_1^2+a_2^2)\left((x_1^0-b_1)^2+(x_2^0-b_2)^2\right)-\left(a_1(x_1^0-b_1)+a_2(x_2^0-b_2)\right)^2}{(a_1^2+a_2^2)}$$

$$=\left(\frac{a_2(x_1^0-b_1)-a_1(x_2^0-b_2)}{(a_1^2+a_2^2)}\right)^2$$

Do đó, ta có $d(I,\alpha)=\dfrac{\left|a_2(x_1^0-b_1)-a_1(x_2^0-b_2)\right|}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}}$ là công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mặt phẳng đã được trình bày trong chương trình sách giáo khoa lớp 10.

+) Với n = 3, từ (3) ta có công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong không gian.

4) Giảng viên hướng dẫn SV nghiên cứu nội dung khoảng cách giữa hai phẳng:

$$d^2(\alpha,\beta)=\frac{Gr(\vec{u}_1,\vec{u}_2,\ldots,\vec{u}_m,\overrightarrow{RS})}{Gr(\vec{u}_1,\vec{u}_2,\ldots,\vec{u}_m)} \quad (4)$$

Trong đó: R thuộc phẳng α và S thuộc phẳng β.

Để SV thấy được mối quan hệ giữa nội dung kiến thức khoảng cách giữa hai phẳng với các kiến thức ở phổ thông, giảng viên tổ chức cho SV tìm hiểu như sau:

- Nếu *α và β là* hai 1-phẳng song song hay α và β là hai đường thẳng song song thì khoảng cách giữa hai đường thẳng song song chính là các khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mặt phẳng và trong không gian đã biết ở trường phổ thông.

- Nếu *α và β* là hai 1-phẳng không song song trong không gian hay *α và β* là hai đường thẳng chéo nhau trong không gian thì khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau chính là các khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau đã biết ở trường phổ thông.

5) Giảng viên hướng dẫn SV nghiên cứu nội dung khoảng cách từ một điểm đến một siêu phẳng: *Giả sử đối với mục tiêu trực chuẩn siêu phẳng α có phương trình $a_1x_1+a_2x_2+\ldots+a_nx_n=0$ và điểm I có tọa độ $(x_1^0, x_2^0, \ldots x_n^0)$.* Khi đó, ta có:

$$d(I,\alpha)=\frac{\left|\sum_{i=1}^{n}a_ix_i^0+a_0\right|}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}a_i^2}} \quad (5)$$

Để SV nắm vững được khoảng cách từ một điểm đến một siêu phẳng, giảng viên yêu cầu SV tiến hành đặc biệt hoá nội dung trên. Khi đó, SV sẽ thấy:

- Trong không gian 2 chiều (n = 2), đường thẳng là một siêu phẳng. Từ (5) ta có $d(I,\alpha)=\dfrac{a_1x_1^0+a_2x_2^0+a_0}{\sqrt{a_1^0+a_2^0}}$.

Đây là công thức tính khoảng cách từ một điểm $I(x_1^0, x_2^0)$ đến một đường thẳng $a_1x + a_2y + a_0 = 0$ trong chương trình Hình học lớp 10.

- Trong không gian 3 chiều (hay n = 3), mặt phẳng là một siêu phẳng. Từ (5) ta có

$d(I,\alpha)=\dfrac{a_1x_1^0+a_2x_2^0+a_3x_3^0+a_0}{\sqrt{a_1^0+a_2^0+a_3^0}}$. Đây là công thức tính khoảng cách từ một điểm $I(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$ đến một đường thẳng $a_1x + a_2y + a_3z + a_0 = 0$ trong chương trình Hình học lớp 12.

2.2. Kết quả thử nghiệm sư phạm

Để kiểm nghiệm, đánh giá tính hiệu quả của kết quả nghiên cứu của bài báo, chúng tôi đã tiến hành thử nghiệm sư phạm đối với SV K48 tại lớp học phần Hình học Afin và Hình học Euclid-2-14 (N02), Khoa Toán - Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên theo đúng chương trình đào tạo nội dung *Khoảng cách giữa hai cái phẳng* được học trong học kì 2 với phân phối chương trình nội dung bài *Khoảng cách giữa hai cái phẳng* trình bày trong 6 tiết (3 tiết lí thuyết và 3 tiết bài tập). Chúng tôi đã tiến hành dạy thử nghiệm sư phạm vào ngày 6/3/2015. Qua quá trình thử nghiệm sư phạm, chúng tôi đã có những trao đổi với SV lớp thử nghiệm, kết quả thu được như sau:

- Việc giảng viên tổ chức DH nội dung *Khoảng cách giữa hai phẳng* theo hướng gắn liền với kiến thức Toán học ở trường phổ thông đã giúp cho SV nắm vững được nội dung các kiến thức đường vuông góc chung của hai phẳng, khoảng cách từ một điểm đến một m-phẳng, khoảng cách giữa hai phẳng và khoảng cách từ một điểm đến một siêu phẳng,... SV thấy được mối quan hệ giữa các nội dung đó với các kiến thức đường vuông góc chung giữa hai đường thẳng chéo nhau, khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mặt phẳng và trong không gian, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong chương trình Toán phổ thông.

(Xem tiếp trang 41)