



HOẠT ĐỘNG KHÁM PHÁ TRONG DẠY HỌC NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA PHẦN MỀM MAPLE

TS. PHAN ANH TÀI - Trường Đại học Sài Gòn

ThS. NGUYỄN NGỌC GIANG - TP. Hồ Chí Minh

1. Đặt vấn đề

Dạy học là hoạt động giáo viên (GV) tổ chức, điều khiển hoạt động học tập của học sinh (HS), qua đó hình thành ở người học những tri thức, kĩ năng mới. Một trong các phương pháp dạy học toán tích cực là dạy học khám phá. GV tạo ra những tình huống để HS tự khám phá ra tri thức, kĩ năng mới cho bản thân. Dạy học khám phá ở một số nội dung sẽ phát huy được tính tích cực khi có sự trợ giúp của công nghệ thông tin nói chung và phần mềm Maple nói riêng. Trong bài viết này, chúng tôi đưa ra một số hoạt động HS tự khám phá tri thức, kĩ năng trong dạy học nguyên hàm và tích phân với sự hỗ trợ của phần mềm Maple.

2. Khái niệm dạy học khám phá

Theo Bruner, việc học tập khám phá xảy ra khi các cá nhân phải sử dụng quá trình tư duy để phát hiện ra ý nghĩa của điều gì đó cho bản thân họ. Để có được điều này, người học phải kết hợp quan sát và rút ra kết luận, thực hiện so sánh, làm rõ ý nghĩa số liệu để tạo ra một sự hiểu biết mới mà họ chưa từng biết trước đó. GV cần cố gắng và khuyến khích HS tự khám phá ra các nguyên lí, cả GV và HS phải hoà nhập trong quá trình dạy học. Trong dạy học khám phá, nhiệm vụ của người dạy là chuyển tải các thông tin cần học theo một phương pháp phù hợp với khả năng hiểu biết hiện tại của HS. Giáo trình cũng cần được xây dựng theo hình xoắn ốc để HS xây dựng kiến thức mới trên cơ sở những nội dung đã học. Tuy nhiên, ông cũng khẳng định rằng: Việc dạy học khám phá không phải là HS tự khám phá tất cả các dữ liệu thông tin, mà họ khám phá ra sự liên quan giữa các ý tưởng và các khái niệm bằng cách sử dụng những cái đã học. J. Bruner đã chỉ ra bốn lí do cho việc sử dụng phương pháp này, bao gồm: Thúc đẩy tư duy; phát triển động lực bên trong hơn là tác động bên ngoài; học cách khám phá; phát triển trí nhớ [1].

3. Giới thiệu sơ lược về Maple

3.1. Đại cương về Maple

Maple được Trường Đại học Tổng hợp Waterloo của Canada xây dựng và đưa ra lần đầu tiên vào năm 1980. Sau nhiều lần cải tiến cho đến nay, Maple đã có phiên bản Maple 18.

Maple đủ đáp ứng cho mọi tính toán số và đặc biệt tính toán trên các kí hiệu toán học. Việc sử dụng Maple tương đối đơn giản, tương tác giữa người và máy khá thuận tiện. Cấu hình máy không cần lớn. Ngoài các tính năng này, Maple cũng có thể sử dụng như một ngôn ngữ lập trình. Ưu điểm của Maple là có rất nhiều hàm khác nhau ở mọi lĩnh vực (trên 2500 hàm) nên việc lập trình trên Maple đơn giản hơn rất nhiều so với các ngôn ngữ lập trình khác như Pascal, C#, Visual Basic, ...

3.2. Các câu lệnh về Maple sử dụng trong bài viết

Cú pháp tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$:

> Int($f(x)$, x); int($f(x)$, x);

Cú pháp tính tích phân của hàm số $f(x)$

> Int($f(x)$, $x=a..b$); int($f(x)$, $x=a..b$);

Lệnh này dùng để tính tích phân có dạng: $\int_a^b f(x) dx$.

4. Hoạt động khám phá trong dạy học nguyên hàm và tích phân với sự hỗ trợ của phần mềm Maple

4.1. Phát hiện những thuộc tính đặc trưng của đối tượng

Sử dụng phần mềm Maple phát hiện những thuộc tính đặc trưng qua các bài toán cụ thể, từ đó đề xuất các tính chất, các bài toán, các khái niệm tổng quát trên cơ sở những đặc trưng riêng biệt đã khám phá. Trong dạy học các định lí, các tính chất về nguyên hàm và tích phân, GV đưa ra các kiến thức và phương pháp tính. Thông qua một số ví dụ cụ thể, GV cho HS tự khám phá các đặc trưng khác nhau của đối tượng mình muốn tổ chức dạy học. HS được khuyến khích khái quát từ ví dụ cụ thể để dự đoán một số định lí, tính chất (việc chứng minh các định lí, tính chất đã dự đoán chúng tôi không trình bày trong bài viết này).

Ví dụ: Tìm

$$\int \left(\frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$$

Trước hết, sử dụng Maple để tính nguyên hàm:

> f:=sqrt(x)/2+2/sqrt(x);

$$f := \frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

> int(f,x);

$$\frac{1}{3}\sqrt{x}(x+12)$$

$$\text{Vậy } \int \left(\frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx = \frac{1}{3}x\sqrt{x} + 4\sqrt{x} + C \quad (1)$$

Tiếp tục sử dụng Maple để tính nguyên hàm:

$$\int \frac{\sqrt{x}}{2} dx$$

> int(sqrt(x)/2,x);

$$\frac{1}{3}x^{3/2}$$

$$\text{Vậy } \int \frac{\sqrt{x}}{2} dx = \frac{1}{3}x^{3/2} + C_1 \quad (2)$$

Sử dụng Maple để tính nguyên hàm:

$$\int \frac{2}{\sqrt{x}} dx$$

$$> \text{int}(2/\text{sqrt}(x), x);$$

$$4\sqrt{x}$$

$$\text{Vậy } \int \frac{2}{\sqrt{x}} dx = 4\sqrt{x} + C_2 \quad (3)$$

HS so sánh kết quả (1), (2) và (3), nhận thấy, các hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2}$ và $g(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ liên tục trên các miền xác định của chúng thì:

$$\int \left(\frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx = \int \frac{\sqrt{x}}{2} dx + \int \frac{2}{\sqrt{x}} dx;$$

$$\text{và } \int \frac{\sqrt{x}}{2} dx = \frac{1}{2} \int \sqrt{x} dx; \int \frac{2}{\sqrt{x}} dx = 2 \int \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

Khi đó, HS tự khám phá được: “Nguyên hàm của tổng bằng tổng các nguyên hàm, nguyên hàm của tích một số với hàm số bằng tích của số với nguyên hàm của hàm số đó”.

Từ đó, hình thành dự đoán về tính chất cơ bản của nguyên hàm: Nếu f, g là hai hàm số liên tục trên X thì:

$$a) \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx;$$

$$b) \text{Với mọi số thực } k \neq 0 \text{ ta có } \int kf(x) dx = k \int f(x) dx.$$

4.2. Hình thành công thức toán

Phát hiện, đề xuất những giả thuyết, dự đoán các tính chất, đặc điểm của các đối tượng qua mối quan hệ giữa các yếu tố, HS biết cách sáng tạo những kết quả mới từ các kết quả đã có. Sử dụng phần mềm Maple tính tích phân để giải bài toán, từ kết quả của một số bài toán HS khám phá hình thành công thức toán. Qua quan sát, dùng một số thao tác tư duy như tương tự hóa, khái quát hóa, ... với sự trợ giúp của phần mềm Maple, HS khám phá hình thành dự đoán một số công thức toán từ chuỗi các bài toán có cùng cách giải (ở đây chúng tôi cũng không trình bày việc chứng minh các công thức đã dự đoán).

Ví dụ 1: Xét chuỗi các bài toán sau:

Bài toán 1: Tính diện tích của hình tròn $x^2 + y^2 = R^2$.

$$\text{Biến đổi } x^2 + y^2 = R^2 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$\text{Do đó, diện tích hình tròn } S = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{R^2 - x^2} dx$$

Tính tích phân trên phần mềm Maple:

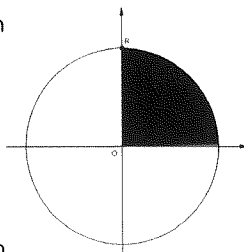
$$> f := \text{sqrt}(R^2 - x^2);$$

$$f := 4\sqrt{R^2 - x^2}$$

$$> 4 * \text{abs}(\text{int}(f, x=0..R));$$

$$\pi |R|^2$$

Từ kết quả của bài toán



này, HS hình thành dự đoán công thức tính diện tích hình tròn là $S = \pi R^2$.

Bài toán 2: Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi elip:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0).$$

Tương tự cách giải trên:

Biến đổi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (a > b > 0)$$

$$\text{Do đó, diện tích hình elip } S = 4 \int_0^a \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

Tính diện tích của hình phẳng trên phần mềm Maple:

$$> f := (b/a) * \text{sqrt}(a^2 - x^2);$$

$$f := \frac{b\sqrt{a^2 - x^2}}{a}$$

$$> 4 * \text{abs}(\text{int}(f, x=0..a));$$

$$\pi |ba|$$

Từ kết quả của bài toán này, HS hình thành dự đoán công thức tính diện tích hình elip là $S = \pi ab$.

Tương tự, các bài toán phẳng trên đây, ta có một số bài toán trong không gian:

Bài toán 3: Tính thể tích hình cầu bán kính R .

Trong mặt phẳng Oxy , xét hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa đường tròn tâm O bán kính R có phương trình $y = \sqrt{R^2 - x^2}$, trục hoành Ox . Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành ta thu được hình cầu bán kính R .

Tính thể tích hình cầu trên phần mềm Maple:

$$> V := \text{Pi} * \text{int}(R^2 - x^2, x=-R..R); V := \text{value}(V);$$

$$V := \pi \left(\int_{-R}^R (R^2 - x^2) dx \right)$$

$$V := \frac{4}{3} \pi R^3$$

Khi đó, công thức tính thể tích hình cầu được dự đoán là:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Bài toán 4: Tính thể tích hình chỏm cầu bán kính R và chiều cao h .

Trong mặt phẳng Oxy , xét hình phẳng (H) giới

(Xem tiếp trang 57)

