

# RÈN LUYỆN KĨ NĂNG THÍCH NGHI TRÍ TUỆ CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN THEO PHƯƠNG PHÁP PHÁT HIỆN VÀ GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

ThS. NGUYỄN VIỆT DŨNG

Cơ quan đại diện Bộ Giáo dục và Đào tạo tại TP. Hồ Chí Minh

## 1. Mở đầu

Lí thuyết phát sinh nhận thức do nhà bác học J. Piaget (1896-1980) đưa ra khoảng thập niên 50 thế kỉ XX. Pualpraisse nhận xét: "Từ đây cho tới cuối thế kỉ, tôi e rằng tâm lí học thế giới chỉ việc khai thác riêng các ý tưởng của J.Piaget thì cũng không làm sao hết được" [4, tr.373].

Để mô tả *sự thích nghi* của chủ thể, J. Piaget sử dụng 4 khái niệm gốc sinh học: *Đồng hóa* (Assimilation), *Điều ứng* (Accommodation), *Sơ cấu hay Sơ đồ* (Schema) và *Cân bằng* (Equilibrium) [4, tr.390]. *Đồng hóa* là chủ thể tái lập lại một số đặc điểm của khách thể được nhận thức, đưa chúng vào trong các sơ đồ đã có. *Điều ứng* là quá trình thích nghi của chủ thể đối với những đòi hỏi đa dạng của môi trường, bằng cách tái lập những đặc điểm của khách thể vào cái đã có, qua đó biến đổi cấu trúc đã có, tạo ra cấu trúc mới, dẫn đến trạng thái cân bằng. *Cân bằng* là sự tự cân bằng của chủ thể, là quá trình cân bằng giữa hai quá trình đồng hóa và điều ứng. Sự mất cân bằng (Desequilibrium) cũng là mất cân bằng giữa hai quá trình này. Trong *đồng hóa*, các kích thích được chế biến cho phù hợp với sự áp đặt của cấu trúc. Còn trong *điều ứng*, chủ thể buộc phải thay đổi cấu trúc đã có cho phù hợp với kích thích mới. *Đồng hóa* là *tăng trưởng*, *điều ứng* là *phát triển*. *Cấu trúc nhận thức* là những kinh nghiệm mà chủ thể tích lũy được trong mỗi giai đoạn nhất định. *Sơ đồ* là một cấu trúc nhận thức bao gồm một lớp các thao tác giống nhau theo một trật tự nhất định. Đó là một thể thống nhất, bền vững các yếu tố cấu thành (các thao tác) có quan hệ với nhau. *Sơ đồ* là khái niệm then chốt trong lí thuyết phát sinh trí tuệ và thể hiện rõ nhất tư tưởng của J. Piaget về bản chất tổ chức, bản chất của thao tác trí tuệ.

Trong bài viết này, chúng tôi trình bày một số biểu hiện của kĩ năng thích nghi trí tuệ (TNNT) nhìn từ góc độ các phương pháp dạy học (PPDH) tích cực.

## 2. Sự thích nghi trí tuệ nhìn theo góc độ phương pháp dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề

Dạy học phát hiện và giải quyết vấn đề (GQVĐ), theo Nguyễn Bá Kim là gợi ra vấn đề và giúp học sinh GQVĐ. Tình huống vấn đề hay tình huống gợi vấn đề là một tình huống gợi ra cho học sinh (HS) những khó

khăn về lí luận hay thực tiễn mà họ thấy cần thiết và có khả năng vượt qua, nhưng phải trải qua một quá trình tích cực suy nghĩ, hoạt động biến đổi đối tượng để kiến tạo kiến thức mới nhằm biến đổi sơ đồ nhận thức đã có để được sơ đồ nhận thức mới cao hơn, đó là quá trình TNNT.

Đặc điểm của dạy học phát hiện và GQVĐ là "đặt ra một tình huống có vấn đề, chứ không phải thông báo tri thức dưới dạng có sẵn" [3, tr. 189]; HS phải hoạt động chủ động, sáng tạo để phát hiện và GQVĐ chứ không phải nghe giáo viên (GV) giảng một cách thụ động; qua đó phát triển tư duy và hình thành các kĩ năng hoạt động nhằm thích nghi với các tình huống đặt ra. "Tư duy sáng tạo luôn luôn bắt đầu bằng một tình huống gợi vấn đề" (Rubinstein 1960, tr.435).

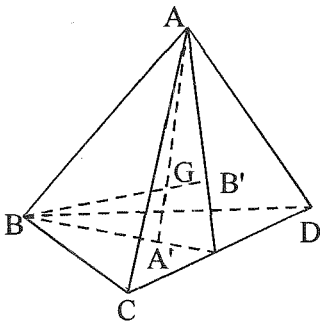
Như vậy, TNNT trong dạy học phát hiện và GQVĐ là quá trình phát hiện hoặc thâm nhập vấn đề từ một tình huống gợi vấn đề. Chủ thể tiếp thu và ý thức được vấn đề, từng bước xâm nhập vào vấn đề sẽ định ra phương hướng và chất lượng của sự nỗ lực tìm tòi trí tuệ, và vì vậy, nó giúp chủ thể định hướng và điều chỉnh tiến trình tư duy để tìm ra cách GQVĐ. Quá trình tìm giải pháp đòi hỏi chủ thể xác định rõ mối liên hệ giữa cái đã biết và cái cần tìm, từ đó huy động tri thức thích hợp để biến đổi vấn đề, cấu trúc lại vấn đề và từng bước giải thích được vấn đề đó. Trong quá trình giải quyết vấn đề, chủ thể thường phải sử dụng các hoạt động (HĐ) biến đổi đối tượng, HĐ xâm nhập đối tượng, HĐ điều ứng, đó chính là các HĐ *thích nghi* của người học.

Trong dạy học phát hiện và GQVĐ, học là quá trình *thích nghi*, hóa giải các tình huống mới. Như vậy, PPDH này đòi hỏi cao sự nỗ lực cá nhân để giải quyết được các khó khăn nhằm vượt qua "chướng ngại thích nghi" [7, tr.38]. Chướng ngại thích nghi là những chướng ngại sự phạm, là khó khăn, rào cản về nhận thức của HS bộc lộ trong quá trình tìm tòi, phát hiện kiến thức mới do tác động sự phạm của GV trong quá trình dạy học. Việc khắc phục chướng ngại thích nghi rèn luyện cho HS các kĩ năng vận dụng kiến thức vào các tình huống mới, cách nhìn một đối tượng, một vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau,...thông qua HĐ *đồng hóa* và *điều ứng* bằng cách xâm nhập vào đối tượng, biến đổi đối tượng, cấu trúc lại bài toán.

Như vậy, “*tồn tại một vấn đề*” trong dạy học phát hiện và GQVĐ và “*chứng ngại thích nghi*” có mối quan hệ biện chứng, nghĩa là: đứng trước một tình huống, HS chỉ ra được *tồn tại một vấn đề*, tức là “*tồn tại ít nhất một phần tử của khách thể mà HS chưa biết và cũng chưa có trong tay một thuật giải để tìm phần tử đó*” [3, tr.187]. Đây cũng chính là chứng ngại thích nghi.

Như vậy, sự TNTT nhìn theo góc độ PPDH phát hiện và GQVĐ là rèn luyện khả năng xâm nhập vào vấn đề và hóa giải nó một cách khoa học, giúp chủ thể có thể liên tưởng những cách suy nghĩ, tìm tòi, dự đoán, đề xuất giả thuyết, kiểm nghiệm trong quá trình khám phá tri thức mới.

**3. Một số ví dụ về rèn luyện kĩ năng TNTT theo phương pháp dạy học phát hiện và GQVĐ.**

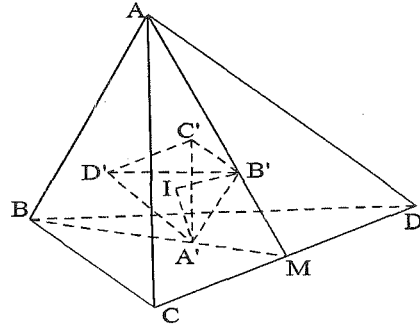


**Ví dụ 1:** Sau khi học chương III, Quan hệ vuông góc- Hình học nâng cao lớp 11, GV có thể nêu bài tập số 29, tr. 55.§2, Chương II, SBT HH nâng cao 11: *Cho tứ diện ABCD, chứng minh rằng các đoạn thẳng đi qua mỗi đỉnh và trọng tâm của mặt đối diện đồng quy tại một điểm G là trọng tâm của tứ diện ABCD.*

Sau khi hướng dẫn bài tập này, GV có thể gợi ý để HS đặc biệt hóa khi ABCD là tứ diện đều thì các đoạn thẳng đi qua mỗi đỉnh và trọng tâm của mặt đối diện (trọng tuyến) có tính chất gì? Đây là một tình huống có vấn đề. Bằng cách tái lập những kiến thức về định nghĩa hình chóp đều và phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng, HS có thể đồng hóa kiến thức và chứng minh được trong tứ diện đều các đoạn thẳng đi qua mỗi đỉnh và trọng tâm của mặt đối diện thì vuông góc với mặt đối diện đó.

Như vậy, khi ABCD là tứ diện bất kì thì AA', BB', CC', DD' đồng quy tại trọng tâm G (với A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm của các mặt đối diện với các đỉnh A, B, C, D). Đặc biệt, khi ABCD là tứ diện đều thì AA', BB', CC', DD' có thêm tính chất là AA', BB', CC', DD' vuông góc với mặt đối diện. GV có thể khái quát hóa để gợi tình huống có vấn đề: *Tứ diện phải có tính chất gì để các đường thẳng đi qua trọng tâm của các mặt của tứ diện và vuông góc với các mặt đó đồng quy?* Đây là tình huống gợi vấn đề rất lí thú với HS. Tuy nhiên, HS gặp khó khăn là chưa có thuật giải, bởi gặp phải

chứng ngại là trong tứ diện bất kì các trọng tuyến chỉ đồng quy mà không là đường vuông góc xuống mặt đối diện của tứ diện. Để khắc phục chứng ngại này, HS phải xâm nhập vào đối tượng, “*kết nối*” tính chất trọng tâm và tính chất vuông góc để điều ứng nhằm GQVĐ.



- Xét trường hợp đồng quy:

Giả sử IA', IB', IC', ID' lần lượt vuông góc với các mặt đối diện với các đỉnh A, B, C, D (A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm của các mặt (BCD), (ACD), (ABD), (ABC)). Ta có: IA' ⊥ (BCD) ⇒ IA' ⊥ CD, IB' ⊥ (ACD) ⇒ IB' ⊥ CD, nên CD ⊥ (IA'B) ⇒ CD ⊥ A'B' (1).

A', B' lần lượt trọng tâm tam giác BCD, ACD nên

$$\frac{MA'}{MB'} = \frac{MB'}{MA} = \frac{1}{3}$$

⇒ A'B' // AB (2). Từ (1), (2) suy ra CD ⊥ AB.

Chứng minh tương tự, ta có AD ⊥ BC, AC ⊥ BD, BC ⊥ DA.

Vậy, trong một tứ diện, các đường thẳng đi qua trọng tâm của các mặt của tứ diện và vuông góc với các mặt đó đồng quy thì tứ diện có tính chất các cặp cạnh đối vuông góc với nhau (tứ diện trực tâm).

- Xét trường hợp tứ diện trực tâm:

Giả sử ABCD là tứ diện trực tâm. A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC. Chứng minh rằng các đường thẳng vuông góc với các mặt phẳng (BCD), (ACD), (ABD), (ABC) lần lượt tại A', B', C', D' đồng quy (\*).

Bài toán này tồn tại một tình huống có vấn đề, hay chứng ngại là chưa có thuật giải để chứng minh 4 đường thẳng nêu trên đồng quy. Tuy nhiên, trong chứng minh trên HS có thể phát hiện được trong tứ diện bất kì ABCD với A', B', C', D' lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC thì các cạnh X'Y' // XY trong đó XY và X'Y' tương ứng là các cặp cạnh của tứ diện ABCD và A'B'C'D'. Từ đây suy ra được tứ diện ABCD và A'B'C'D' có các cặp mặt phẳng song song với nhau: (B'C'D') // (BCD), (A'B'C') // (ABC), (A'D'C') // (ACD), (A'B'D') // (ABD). Vì ABCD là tứ diện

trực tâm nên A'B'C'D' cũng là một tứ diện trực tâm. Do đó, việc chứng minh 4 đường thẳng (\*) đồng quy dẫn đến việc chứng minh 4 đường cao của tứ diện A'B'C'D' đồng quy.

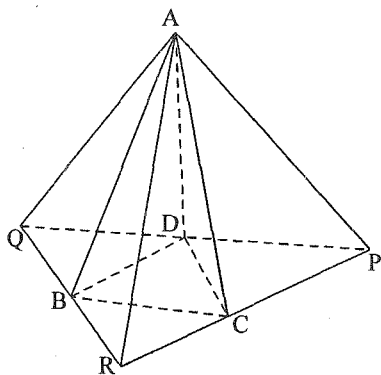
Vậy, HS đã xâm nhập vào bài toán và thực hiện sự điều ứng để có thể cấu trúc lại bài toán chứng minh (\*) bằng bài toán sau: *Chứng minh rằng trong tứ diện trực tâm, các đường cao của tứ diện đồng quy.* Đây là bài tập số 20, tr.103,§3, Chương III, SBT HH nâng cao 11.

Từ đây, chúng ta có bài toán sau:

*Điều kiện cần và đủ để một tứ diện có các đường thẳng đi qua trọng tâm của các mặt của tứ diện và vuông góc với các mặt đó đồng quy là một tứ diện trực tâm.*

**Ví dụ 2:** *Tính thể tích của khối tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối bằng nhau:  $AB = CD = a, AC = BD = b, AD = BC = c$ .*

Bài toán này tồn tại một vấn đề hay một chứng ngại, đó là HS không xác định được vị trí chân đường cao vẽ từ một đỉnh nào đó của tứ diện; chân đường cao không thuộc điểm nào đã biết. Điều này có nghĩa là HS không thể đồng hóa kiến thức để tính đường cao hình tứ diện và áp dụng công thức tính thể tích hình chóp (trong trường hợp này tứ diện là hình chóp tam giác). Vì vậy, HS phải điều ứng để thay đổi cấu trúc bài toán bằng cách xâm nhập vào đối tượng, biến đổi đối tượng để làm bộc lộ sự khiếm khuyết về kiến thức và kĩ năng và cần thiết phải bổ sung, điều chỉnh hoàn thiện tri thức, kĩ năng nhằm tham gia GQVĐ nảy sinh.



Để thực hiện GQVĐ nảy sinh có thể thực hiện dưới nhiều hình thức, nhưng trong tình huống này có thể phối hợp hình thức “thầy trò vấn đáp” kết hợp với “người học hợp tác” phát hiện và GQVĐ [3, tr.190].

GV có thể gợi ý cho HS tính chất quen thuộc: trong tam giác PQR, gọi B, C, D lần lượt là trung điểm QR, RP, PQ thì BC, CD, DB là các đường trung bình của tam giác PQR.

Điều này gợi lên mối quan hệ gì với giả thiết của bài toán đã cho?

Sự điều ứng giúp HS phát hiện ra rằng, khi đó

$$DC = AB = \frac{1}{2}QR, DB = AC = \frac{1}{2}PR,$$

$$BC = AD = \frac{1}{2}PQ.$$

Từ đây, HS có thể dễ dàng biết được trong tam giác AQR đường trung tuyến AB bằng một nửa cạnh đáy QR, do đó tam giác AQR vuông tại A. Tương tự, các tam giác ARP, APQ vuông tại A. Như vậy, tứ diện APQR có 3 mặt vuông tại A, do đó thể tích

$$V = \frac{1}{6}AP.AQ.AR.$$

Dễ dàng suy ra

$$V_{ABCD} = \frac{1}{4}V_{APQR} = \frac{1}{24}AP.AQ.AR.$$

Không dừng lại ở đó, GV có thể gợi ý để HS phát hiện và GQVĐ bằng cách giải khác: chứng ngại là không tìm được đường cao của tứ diện, để khắc phục chứng ngại nhờ sử dụng mối liên hệ giữa tứ diện và hình hộp bằng cách: Ngoại tiếp tứ diện ABCD bởi hình hộp AMBN.PCQD (AP//MC//BQ//ND). Do tính chất tứ diện có các cặp cạnh đối bằng nhau nên dễ dàng chứng minh hình hộp AMBN.PCQD là hình hộp chữ nhật. Hoạt động điều ứng cấu trúc lại bài toán: Tính một phần thể tích của hình hộp chữ nhật AMBN.PCQD có các kích thước  $AM = x; AN = y, AP = z$ . Khi đó:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}xyz.$$

**Ví dụ 3:** *Cho góc tam diện Oxyz. Trên các tia Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C (khác O). Một mặt cầu (T) nằm trong góc tam diện thỏa mãn các điều kiện sau:*

1) (T) nằm ngoài tứ diện.

2) (T) tiếp xúc với bốn mặt phẳng chứa các mặt của tứ diện OABC. Trên mặt phẳng (ABC) lấy các điểm D, E, F sao cho:

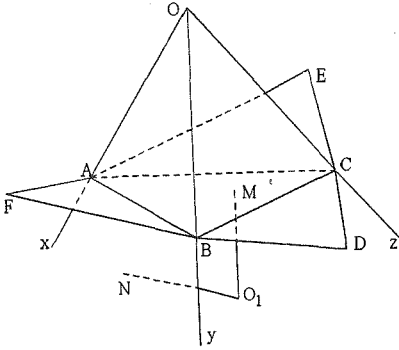
$\triangle DBC = \triangle OBC$  (D và A nằm khác phía đối với nhau đối với bờ BC).

$\triangle ECA = \triangle OCA$  (E và B nằm khác phía đối với nhau đối với bờ AC).

$\triangle FAB = \triangle OAB$  (F và C nằm khác phía đối với nhau

đối với bờ AB).

Gọi M là tiếp điểm của (T) đối với mặt (ABC). Chứng minh rằng M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF.



Bài toán này tồn tại hai vấn đề là hình chiếu của tâm mặt cầu (T) xuống các mặt phẳng (ABC), (Oxy), (Oyz), (Ozx) không thể xác định được vị trí cụ thể. Các điểm D, E, F chưa có mối liên hệ gì với điểm M. Đây là các chướng ngại phải vượt qua. GV có thể định hướng HS tìm được một đoạn thẳng nào đó bằng MD, ME, MF hoặc tìm được 3 đoạn thẳng bằng nhau mà chúng lần lượt bằng MD, ME, MF. Từ giả thiết (2) HS có thể nghĩ đến phương pháp trái hình và điều ứng giải bài toán như sau:

Trái hình tứ diện lên mặt phẳng (ABC) thì từ điều kiện 2), ta có  $\triangle OAB \rightarrow \triangle FAB$ ,  $\triangle OBC \rightarrow \triangle DBC$ ,  $\triangle OAC \rightarrow \triangle EAC$ .

Gọi N là tiếp điểm của (T) với (Oxy) (N thuộc mặt phẳng (Oxy)).

$O_1$  là tâm của mặt cầu (T). Từ giả thiết đã cho, suy ra N nằm ngoài  $\triangle OAB$ , M nằm trong  $\triangle ABC$ .

HS dễ dàng chứng minh được:

$$\triangle O_1NH = \triangle O_1MH \Rightarrow NH = MH \Rightarrow \triangle AHN = \triangle AHM.$$

Do đó AN = AM.

$$\text{Tương tự } \triangle HNB = \triangle HMB \Rightarrow BN = BM.$$

Điều này chứng tỏ qua phép trái hình thì  $N \rightarrow M$ ,  $O \rightarrow F \Rightarrow NO = NF$ .

Hoàn toàn tương tự nếu ta gọi P, Q là tiếp điểm của (T) đối với (Oyz), (Ozx) thì  $OP = MD$ ,  $OQ = ME$ .

Mà  $ON = OP = OQ$  (vì (T) tiếp xúc với 3 mặt (Oxy), (Oyz), (Ozx) lần lượt tại N, P, Q). Suy ra  $MD = MF = ME$  (đpcm). Vậy M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF.

Từ bài toán này, ta có bài toán tổng quát như sau:

**Ví dụ 4:**

Cho góc đa diện  $OX_1X_2...X_n$ . Trên  $OX_i$  lần lượt lấy

các điểm  $A_i$  sao cho chúng đồng phẳng ( $i = \overline{1, n}$ ). Xét mặt cầu (T) tâm  $O_1$  nằm trong góc đa diện và thỏa

mãn:

1) (T) nằm ngoài hình chóp  $O, A_1, A_2, \dots, A_n$ ,

2) (T) tiếp xúc với các mặt phẳng chứa các mặt của hình chóp.

Xét các điểm  $B_1, B_2, \dots, B_n$  đồng phẳng sao cho

$$\triangle OA_iA_{i+1} = \triangle B_iA_iA_{i+1} \text{ (với } j \in \overline{1, n}, \text{ trừ } i \text{ và } i + 1 \text{ thì)}$$

$B_i$  và  $A_j$  nằm về hai nửa mặt phẳng bờ  $A_iA_{i+1}$ ).

Gọi M là tiếp điểm của (T) với  $(A_1A_2...A_n)$ . Chứng minh rằng M là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác

$B_1B_2...B_n$ .

Tương tự như lời giải của bài toán góc tam diện, HS có thể độc lập phát hiện và GQVĐ như sau:

Trái hình của hình chóp xuống mặt

$(A_1A_2...A_n)$ . Ta có:  $O \rightarrow B_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ). Gọi

$C_1, C_2, \dots, C_n$  lần lượt là các tiếp điểm của (T) với các mặt  $(OA_1A_2); (OA_2A_3), \dots, (OA_nA_1)$ .

Ta cũng có:  $C_i \rightarrow M \Rightarrow OC_i = B_iM$ .

Từ giả thiết suy ra:

$$OC_1 = OC_2 = \dots = OC_n$$

$$\text{hay } B_1M = B_2M = \dots = B_nM.$$

**4. Khảo nghiệm**

Khảo nghiệm sư phạm được tiến hành tại Trường THPT Phú Điền, Đồng Tháp.

Thời gian thực hiện: tháng 4 năm học 2011-2012. Lớp thực nghiệm: 11A<sub>1</sub>, lớp đối chứng: 11A<sub>2</sub>. Trình độ 2 lớp tương đương nhau, lớp 11A<sub>1</sub> có 40 HS và lớp 11A<sub>2</sub> có 38 HS. Nội dung các tiết khảo nghiệm nhằm tạo điều kiện để cho học sinh phát hiện và GQVĐ: biết đồng hóa và điều ứng để có sơ đồ nhận thức mới cao hơn nhằm thích nghi.

Kết quả khảo nghiệm cho thấy: lớp được khảo nghiệm hứng thú học tập hơn, bài kiểm tra có kết quả cao hơn. Đặc biệt, số HS biết "điều ứng" để hóa giải những tình huống đã phát hiện thông qua sự biến đổi, điều chỉnh sơ đồ nhận thức đã có cho phù hợp với tình huống để tạo ra sơ đồ nhận thức mới cao hơn có tỉ lệ cao hơn. Điều này được thể hiện ở bảng đánh giá kết quả bài kiểm tra 45 phút ở lớp khảo nghiệm và lớp đối chứng (Bảng 1, trang 55).

Có thể khẳng định, nội dung nghiên cứu của chúng tôi về việc hình thành và phát triển kĩ năng TNTT cho HS, nhằm nâng cao chất lượng dạy và học đã thu được một số kết quả theo yêu cầu đặt ra.

(Xem tiếp trang 55)