



SỬ DỤNG MỘT SỐ DẠNG MÔ HÌNH TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

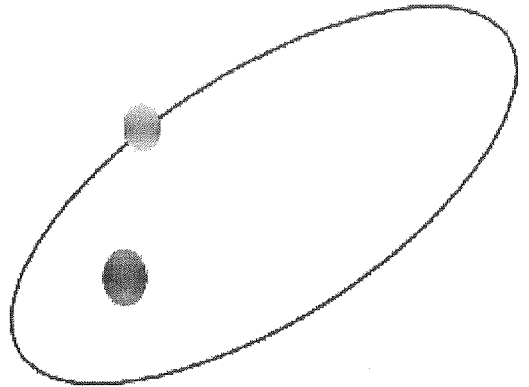
TS. TRẦN TRUNG
Ủy ban Dân tộc Chính phủ

1. Đặt vấn đề

Toán học nghiên cứu các quan hệ số lượng và hình dạng không gian của hiện thực. Và mặc dù trong toán học, vai trò của trừu tượng hoá đặc biệt quan trọng, nhưng đó là sự trừu tượng hoá của không gian hiện thực ba chiều mà ta đang sống. Để cho quá trình trừu tượng hoá diễn ra trong nhận thức học sinh một cách tuần tự, không bị đứt đoạn, mà có chỗ dựa vững chắc ở các biểu tượng trực quan, thầy giáo cần dùng các phương tiện dạy học, đáng chú ý là các mô hình toán. Các mô hình toán, đặc biệt là các mô hình không gian, rất có tác dụng trong việc hình thành những biểu tượng đúng đắn và các hình khối giúp học sinh phát triển trí tưởng tượng không gian một cách vững chắc. Thực tiễn dạy học hình học không gian ở trường phổ thông cho thấy, các biểu tượng không gian này sinh trong nhận thức học sinh thường chậm chạp và khó khăn. Vì thế, các mô hình khối (ba chiều) do chỗ phản ánh đơn giản, rõ ràng và hơn nữa, phản ánh đẳng cấu đúng đắn các hình không gian trừu tượng sẽ đóng một vai trò to lớn trong phát triển việc học hình học không gian của học sinh, nhất là ở giai đoạn đầu. Nhờ có chỗ dựa vững chắc là các biểu tượng không gian, học sinh sẽ nhận thức đúng đắn các đối tượng và sự kiện hình học trừu tượng. Nhưng điều này sẽ không thể có được nếu chỉ bằng lòng với các mô hình hai chiều - các hình vẽ phẳng của các hình không gian. Với mô hình toán, học sinh còn có điều kiện thực nghiệm với các đối tượng toán học - một dạng hoạt động mà các nhà tâm lí học sư phạm rất coi trọng. Nhờ các mô hình, học sinh không chỉ thụ động quan sát mà chủ động tạo ra mô hình cần thiết để thực nghiệm và đi tới khái quát hoá đúng đắn, do vậy mà tích cực hoá hoạt động nhận thức của các em.

dụng trong việc hình thành biểu tượng đúng đắn về các hình khối, giúp học sinh phát triển trí tưởng tượng không gian một cách vững chắc.

Ví dụ 1: Quỹ đạo chuyển động của trái đất khi quay quanh mặt trời là một đường Elip.



Mặt khác, với các mô hình, học sinh còn có điều kiện để thực nghiệm với các hình hình học hoặc thực hiện các thao tác so sánh, đối chiếu làm vật mẫu cho học sinh quan sát, và là các phương tiện để học sinh thực hiện thao tác phân tích tổng hợp, trừu tượng, trừu tượng hóa, khái quát hóa.

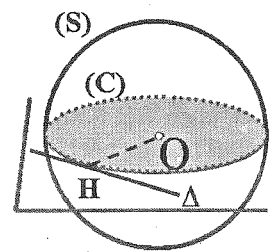
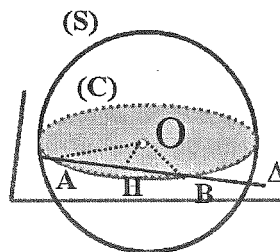
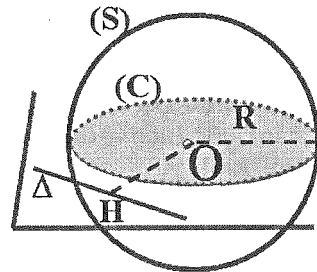
Ví dụ 2: Giáo viên cho học sinh quan sát các hình vẽ sau:

2. Sử dụng một số dạng mô hình trong dạy học toán cho học sinh phổ thông

2.1. Mô hình dạng hình vẽ

Mô hình dạng hình vẽ có các dạng khác nhau, phản ánh mức độ trừu tượng từ thấp lên cao (từ biểu tượng đến kí hiệu đại diện, sang toán học):

- Các mô hình hình học có thể làm bằng nhựa hoặc làm bằng gỗ, bằng các bìa cứng, bìa các tông... với yêu cầu đẹp, tương thích với các hình hình học. Chẳng hạn, mô hình hình chữ nhật, hình vuông, hình tam giác, hình thang... Các mô hình hình học có tác



Từ các hình vẽ trên, giáo viên giúp học sinh phát hiện ra kiến thức mới, giữa đường thẳng và mặt cầu có ba vị trí tương đối, và rút ra kết luận: Cho mặt cầu $S(O;R)$ và đường thẳng Δ . Gọi d là khoảng cách từ tâm O đến Δ khi đó:

- + Nếu $d > R$ thì Δ không cắt mặt cầu;
- + Nếu $d = R$ thì Δ cắt mặt cầu tại điểm H duy nhất;
- + Nếu $d < R$ thì Δ cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.

- Mô hình dạng sơ đồ - kí hiệu cũng rất thích hợp để diễn tả các mối liên hệ bên trong giữa các đối tượng, sự kiện toán học được nghiên cứu. Mô hình này ngày càng được sử dụng rộng rãi trong giảng dạy toán, khai thác tiềm năng sư phạm của các dạng phương tiện dạy học, tạo nên hình ảnh phẳng dưới dạng các hình biểu diễn, các sơ đồ - kí hiệu thích hợp trên màn ảnh, trên bảng treo tường,... với những yêu cầu khác nhau, rất có tác dụng trong việc hướng dẫn học sinh vẽ và đọc hình biểu diễn các hình không gian. Trên cơ sở các hình biểu diễn, sơ đồ - kí hiệu, học sinh học được cách thức hình dung hình không gian trong tưởng tượng, đối chiếu hình biểu diễn với mô hình, tiến hành thí nghiệm trong óc,... Điều đáng chú ý là việc khai thác các hình biểu diễn phẳng được thực hiện trên các bản vẽ kĩ thuật của một vài chi tiết máy móc đơn giản. Nhờ đó, học sinh thấy được sự vận dụng cụ thể các kiến thức hình học không gian vừa lĩnh hội trong việc lập bản vẽ một chi tiết máy và biết hình dung chính xác chi tiết này trong không gian từ một bản vẽ cho trước.

2.2. Mô hình dạng công thức toán học

Dạng phổ biến nhất của mô hình toán học là những biểu thức, công thức, hàm số, phương trình (bằng các chữ cái có kèm các tham số bằng số) toán học. Đó là sự biểu đạt mối quan hệ giữa một đại lượng toán học với một vài đại lượng khác có liên quan với nhau. Có lúc đó là công thức để biểu đạt định nghĩa, một khái niệm toán học.

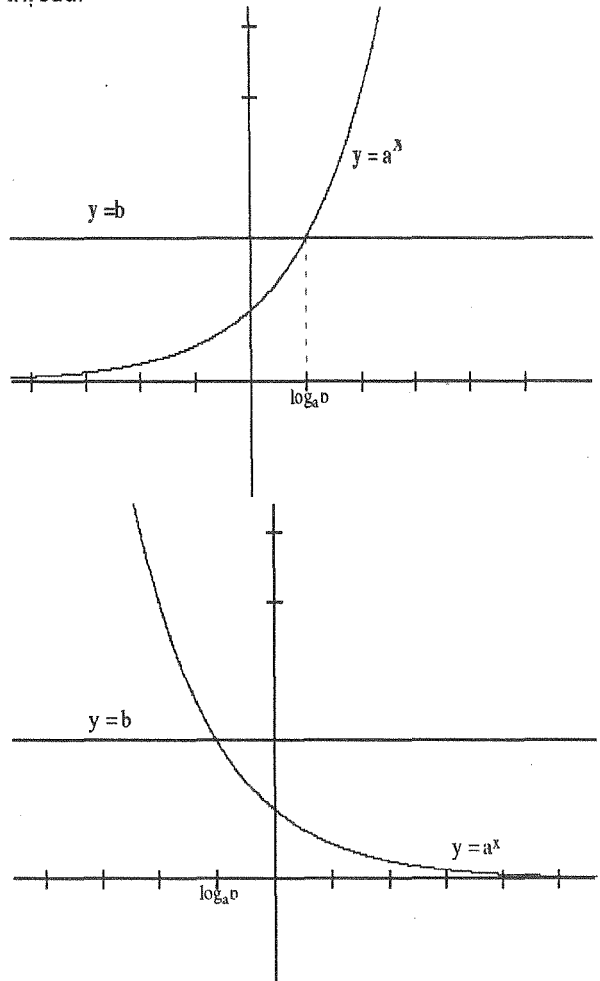
Ví dụ 3: $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), lúc này ta có sự biểu đạt khái niệm hàm số bậc hai một ẩn. Nhưng cũng có lúc đó là công thức để biểu đạt nội dung một định lí. Ví dụ: $a^2 = b^2 + c^2$ (a là độ dài cạnh huyền và b, c là độ dài 2 cạnh còn lại của một tam giác vuông), đây là biểu thức của định lí Pitago...

Nhờ có dạng mô hình toán học này mà nội dung toán học được biểu đạt một cách ngắn gọn, đặc biệt khi cần tính toán giá trị bằng số của các đại lượng toán học trong những bài toán phức tạp.

Dạng mô hình toán học khác hay được sử dụng là các biểu đồ, đồ thị. Có thể coi đây là sự trực quan hóa của dạng mô hình biểu thức. Bởi vì muốn có biểu đồ, đồ thị thì phải đưa vào một biểu thức, một hàm

số... nào đó. Tuy nhiên, nhờ dạng mô hình này mà tư tưởng và nội dung toán học được biểu đạt một cách đầy đủ và sinh động hơn.

Ví dụ 4: Dạy giải phương trình mũ cơ bản $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$), giáo viên cho học sinh quan sát các đồ thị sau:



Giáo viên có thể chỉ cho học sinh thấy rằng hoành độ của đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = b$ là nghiệm của phương trình $a^x = b$. Rõ ràng, nếu $b > 0$ thì phương trình $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$) có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$, nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Như trên đã nói, mô hình biểu thức giúp cho tư tưởng toán học được biểu đạt ngắn gọn, súc tích và giúp cho việc tính toán được tiện lợi. Ở đây, mô hình đồ thị toán học cũng có những lợi ích đó. Ngoài ra, nó còn giúp cho sự biểu đạt rõ ràng hơn, trực quan hơn và nhiều khi nhờ mô hình đồ thị mà ta còn có thể mở rộng phạm vi biểu đạt. Nhờ đồ thị, ta có thể ngoại suy đến một phạm vi rộng hơn.

Cần lưu ý một số điểm sau khi sử dụng dạng mô hình này trong dạy học:

- Khi dùng mô hình biểu thức toán học thì cần lưu ý đến thứ nguyên (và do đó liên quan đến

đơn vị đo) của các đại lượng toán học. Trước hết, ở biểu thức chữ thì yêu cầu học sinh biết sử dụng thứ nguyên các đại lượng đo để thử, để kiểm tra tính đúng đắn của biểu thức. Biểu thức chỉ đúng khi hai vế có cùng thứ nguyên. Nếu điều này không được thỏa mãn thì biểu thức sai, vì vậy cần phải kiểm tra lại quá trình biến đổi, tính toán trung gian hoặc phải xem lại biểu thức xuất phát ban đầu. Sau đó (khi thứ nguyên đã được kiểm tra), việc thay số để tính giá trị của biểu thức phải đảm bảo rằng tất cả các đại lượng ở trong biểu thức phải có đơn vị đo thống nhất. Tức là chúng phải được xác định trong cùng một hệ đơn vị đo. Ngày nay, người ta thường chuyển các đơn vị đo của các đại lượng về hệ thống đo lường quốc tế (hệ SI);

- Khi dùng mô hình đồ thị toán học, cần lưu ý rèn luyện cho học sinh kĩ năng vẽ đồ thị đúng tỉ xích (hệ số tỉ lệ) đã chọn. Mặt khác, cần hình thành cho học sinh kĩ năng vẽ đồ thị toán học. Tức là phải biết xác định hình bao sai số cho từng giá trị đo, đường bao sai số cho cả quá trình. Và do đó biết cách dựng đồ thị trong giới hạn hai đường bao sai số (vẫn giữ đúng dạng đồ thị toán học như biểu thức hàm số đã được xác định).

2.3. Mô hình dạng ngôn ngữ

Chúng ta đều biết, ngôn ngữ là công cụ, là phương tiện để biểu đạt tư tưởng, biểu đạt nội dung. Do đó, một hệ thống từ ngữ theo một quy tắc cú pháp chặt chẽ cũng là một loại mô hình. Dĩ nhiên, đây là một dạng mô hình trừu tượng. Nó được phát biểu bằng một tập hợp các mệnh đề ngôn ngữ. Nhắc đến mô hình ngôn ngữ để nhấn mạnh lại một lần nữa rằng trong dạy học môn Toán, yêu cầu hình thành cho học sinh kĩ năng sử dụng ngôn ngữ là rất cần thiết, với tư cách ngôn ngữ là một phương tiện phổ biến của dạy học toán.

Theo A. A. Stôliar (1980), ngôn ngữ toán học khác với ngôn ngữ tự nhiên ở chỗ:

- Trong ngôn ngữ toán học, một dấu, chữ số, chữ cái, dấu phép tính, hay dấu quan hệ biểu thị điều mà ngôn ngữ tự nhiên phải dùng đến từ hay một kết hợp từ mới biểu thị được, điều đó làm cho ngôn ngữ toán học gọn gàng hơn so với ngôn ngữ tự nhiên;

- Mỗi kí hiệu toán học hoặc một kết hợp các kí hiệu đều có một nghĩa duy nhất, điều đó làm cho ngôn ngữ toán học có khả năng diễn đạt chính xác tư tưởng toán học hơn hẳn ngôn ngữ tự nhiên (đôi khi ta gặp những từ hoặc cụm từ có nhiều nghĩa);

- Trong ngôn ngữ toán học có dùng đến ngôn ngữ biến (biểu thị nhiều đối tượng trong một quan hệ nào đó), điều đó cho phép ngôn ngữ toán học rất thích hợp để diễn đạt khái quát các quy luật chung.

Ngôn ngữ toán học có tính quốc tế nên rất

thuận lợi trong giao lưu toán học giữa các nước trên thế giới. Trong dạy học môn Toán, người ta thường sử dụng đan xen ba dạng ngôn ngữ: các kí hiệu toán học, các thuật ngữ toán học và ngôn ngữ tự nhiên. Giáo viên cần quan tâm đúng mức đến hai phương diện: ngữ nghĩa và cú pháp. Theo Nguyễn Bá Kim [1]: Trong toán học, người ta phân biệt cái kí hiệu và cái được kí hiệu, cái biểu diễn và cái được biểu diễn. Nếu xem xét phương diện những cái kí hiệu, những cái biểu diễn, đi vào cấu trúc hình thức và những quy tắc hình thức để xác định và biến đổi chúng, thì đó là phương diện cú pháp. Nếu xem xét phương diện những cái được kí hiệu, những cái được biểu diễn, tức là đi vào nội dung, nghĩa của những cái kí hiệu, những cái biểu diễn thì đó là phương diện ngữ nghĩa.

3. Kết luận

Trong dạy học toán, biết khai thác hợp lí, đúng lúc, đúng chỗ, đúng cường độ các dạng mô hình trực quan làm phương tiện nhận thức, giáo viên sẽ góp phần phát huy tính tích cực nhận thức của học sinh, giúp các em vượt qua các chướng ngại trong các thao tác tư duy giữa cái cụ thể và cái trừu tượng, giúp nâng cao hiệu quả dạy học môn Toán ở trường Trung học phổ thông.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Bá Kim, *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, 2004.
2. Bùi Văn Nghị, *Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, 2008.
3. Đào Tam (Chủ biên), Trần Trung, *Tổ chức hoạt động nhận thức trong dạy học môn Toán ở trường Trung học phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, 2010.
4. Trần Trung (Chủ biên), Đặng Xuân Cương, Nguyễn Văn Hồng, Nguyễn Danh Nam, *Ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, NXB Giáo dục Việt Nam, 2011.

SUMMARY

The author focuses on the role of models in teaching and introducing the use of 3 models mainly used in teaching mathematics at high schools including geometry drawings, mathematical formulas and language. If we know how to exploit the models property and appropriately as a means of cognition, teachers will contribute actively to promoting active awareness of students and helping them overcome the obstacles in thinking between the concrete and the abstract, and improve the efficiency of teaching Mathematics at high school.