# CHUYỂN HÓA SƯ PHẠM TỪ TRI THỨC KHOA HỌC THÀNH TRI THỨC PHƯƠNG PHÁP TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

**TS. TRẦN VIỆT CƯỜNG**
**Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên**

## 1. Đặt vấn đề

Trong xu thế đổi mới giáo dục và đào tạo hiện nay, để nâng cao chất lượng dạy học, người giáo viên môn Toán cần phải hiểu biết sâu rộng về toán học nói chung và nội dung chương trình môn Toán ở trường phổ thông nói riêng. Khả năng này thể hiện ở việc giáo viên nắm vững nội dung, chương trình môn Toán ở trường phổ thông, có khả năng phân tích, nhìn nhận các mạch kiến thức toán trên quan điểm toán học cao cấp, quá trình lịch sử phát minh và phát triển của nó, có khả năng tư duy toán học, nhất là khả năng giải toán.

Việc người giáo viên có sự hiểu biết về các kiến thức Toán cao cấp cũng như cội nguồn của các nội dung môn Toán trong chương trình phổ thông sẽ giúp cho người giáo viên đó có khả năng: nhìn nhận chương trình môn Toán ở trường phổ thông từ một tầm cao hơn, cho phép nhìn nhận các sự kiện riêng lẻ trong một tổng thể, khái quát; định hướng cách giải quyết các bài toán phổ thông từ cách giải quyết trong Toán cao cấp, sau đó chuyển đổi ngôn ngữ, chuyển hóa sư phạm sang cách giải phổ thông;...

Người giáo viên cần nắm vững các cơ sở toán học hiện đại của kiến thức môn Toán trong chương trình phổ thông như: Tập hợp, Ánh xạ, Cấu trúc đại số, Giải tích... có khả năng vận dụng các kiến thức của Toán cao cấp để soi xuống Toán sơ cấp trong chương trình phổ thông, nhìn nhận các mạch kiến thức toán ở phổ thông trên quan điểm Toán cao cấp. Để làm tốt vấn đề này, giáo viên ngành sư phạm Toán cần có kiến thức về các bước chuyển hóa sư phạm bao gồm tri thức khoa học - tri thức chương trình - tri thức phương pháp, thông qua hoạt động chuyển đổi ngôn ngữ.

## 2. Một số khái niệm

Tri thức khoa học: là những thuộc tính bản chất, những quy luật của hiện tại khách quan - là đối tượng nghiên cứu của nhận thức. Khi thông báo một kiến thức, các nhà nghiên cứu giáo dục đã thể hiện nó ở dạng tổng quát nhất theo quy tắc diễn đạt hiện hành, tức là nhà nghiên cứu đã phi hoàn cảnh hóa, phi cá nhân hoá, phi thời gian hoá quá trình tìm ra kiến thức đó.

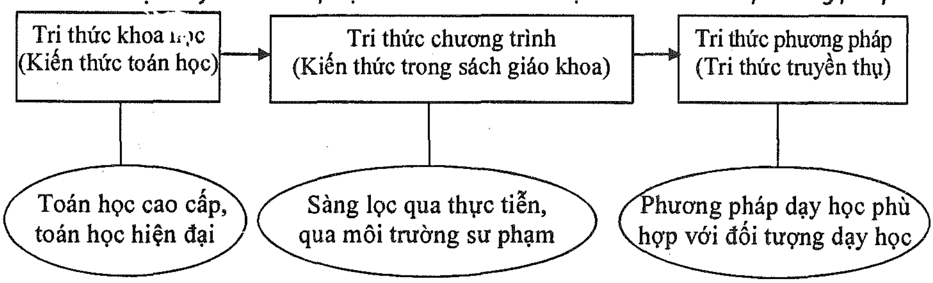
Tri thức chương trình: Tri thức khoa học phải thông qua quá trình sàng lọc mới trở thành chương trình quy định trong sách giáo khoa, nó là đối tượng của dạy học.

Tri thức phương pháp: là môi trường truyền thụ của thầy và lĩnh hội của trò. Để đạt được mục tiêu, người giáo viên phải tổ chức lại tri thức chương trình theo khả năng sư phạm của mình với những ràng buộc của lớp học.

## 3. Quá trình chuyển hóa tri thức khoa học thành tri thức phương pháp trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông

Để học sinh ở trường phổ thông có thể lĩnh hội được nội dung các tri thức toán học hiện đại, các tri thức vừa đề cập ở trên phải trải qua hai quá trình chuyển hóa như sau:

*Sơ đồ 1: Sự chuyển hóa sư phạm từ tri thức khoa học thành tri thức phương pháp*




- Quá trình thứ nhất: Các tri thức toán học hiện đại được chuyển hóa thành tri thức chương trình, đó là nội dung các kiến thức toán học trong chương trình sách giáo khoa phổ thông hiện hành. Để làm được điều đó, các nhà nghiên cứu giáo dục toán học phải tiến hành tìm hiểu, nghiên cứu nội dung toán học hiện hành, biên tập lại theo những mạch kiến thức toán học nhất định, tiến hành sàng lọc qua thực tiễn, qua môi trường sư phạm để được những nội dung toán học phù hợp với trình độ nhận thức chung của mỗi lứa tuổi học sinh sao cho đáp ứng được các mục đích, yêu cầu về mặt nội dung cần đạt được;

- Quá trình thứ hai: Các tri thức chương trình được chuyển hóa thành các tri thức phương pháp. Để làm được điều đó, người giáo viên cần phải căn cứ vào đặc điểm của từng đối tượng học sinh, nội dung chương trình môn học, điều kiện cơ sở vật chất phục vụ cho hoạt động giảng dạy... để có thể lựa chọn được những phương pháp dạy học, hình thức dạy học thích hợp sao cho học sinh có thể lĩnh hội được các nội dung kiến thức đó được trình bày trong sách giáo khoa, biết vận dụng các kiến thức đó để giải quyết các dạng toán liên quan.

Từ đó cho thấy, người giáo viên đóng vai trò quan trọng trong khâu thứ hai của sự chuyển hoá sư phạm, theo tác giả được biểu diễn thông qua sơ đồ 1 (trang 20).

Từ sơ đồ trên cho thấy, giáo viên môn Toán ở trường phổ thông sẽ không dạy nguyên dạng tri thức khoa học hay tri thức chương trình mà cần phải chuyển hoá tri thức chương trình thành tri thức phương pháp. Nắm vững tri thức khoa học là một điều kiện cần nhưng chưa đủ để đảm bảo cho người giáo viên có được một kết quả dạy học tốt. Ngược lại, dù có phương pháp dạy học tốt mà không nắm vững bản chất những trí thức khoa học được đề cập trong tiết giảng thì giờ giảng sẽ không được "sâu". Để giờ dạy được hiệu quả, cuốn hút được người học vào tiết dạy, người giáo viên ngoài việc nắm vững bản chất, cội nguồn của mỗi nội dung được trình bày trong chương trình phổ thông cần phải có năng lực sư phạm trong chuyển hóa các dạng tri thức. Năng lực sư phạm này cần được chuẩn bị kĩ lưỡng thông qua việc giảng dạy tại các trường đại học sư phạm.

Để mô tả cho sự chuyển hóa giữa các dạng tri thức, thấy được mối quan hệ giữa các dạng tri thức trên, chúng ta xét một số ví dụ sau:

*Ví dụ 1:* Sự chuyển hóa tri thức Giới hạn của hàm số từ tri thức khoa học thành tri thức phương pháp:

- Tri thức khoa học: Trong Toán cao cấp, khái niệm Giới hạn của hàm số được định nghĩa như sau: "Cho hàm số f xác định trên tập $X \subset R$ và $x_0$ là một điểm tụ của tập X. Số thực $L \in R$ được gọi là giới hạn của hàm số f khi x dần đến $x_0$ nếu "e > 0, $\exists \delta(\varepsilon) > 0$: "x Î X mà $0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$" (Sách Toán cao cấp, Tập 2, Giải tích - Hàm một biến, NXB Giáo dục, 1998).

- Tri thức chương trình: Tuy nhiên, khi đưa khái niệm Giới hạn của hàm số vào trong sách giáo khoa, khái niệm này được định nghĩa như sau: "Cho khoảng K chứa điểm $x_0$ và hàm số $y = f(x)$ xác định trên K hoặc trên $K\backslash\{x_0\}$. Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn là số L khi x dần tới $x_0$ nếu dãy số $(x_n)$ bất kì, $x_n \in K\backslash\{x_0\}$ và $x_n \to x_0$, ta có $f(x_n) \to L$" (Sách giáo khoa Đại số và Giải tích 11, NXB Giáo dục, 2007).

Về mặt toán học, khái niệm Giới hạn của hàm số được định nghĩa theo ngôn ngữ *d - e* tương đương với định nghĩa theo ngôn ngữ dãy. Điều khác biệt trong hai định nghĩa trên chính là khái niệm "điểm tụ" (điểm giới hạn) trong định nghĩa thứ hai. Khái niệm "điểm tụ" này là một khái niệm của Tôpô trên không gian R. Khái niệm này được định nghĩa trong Toán cao cấp là: "$x_0 \subset R$ được gọi là điểm tụ của tập hợp A nếu và chỉ nếu "$\varepsilon > 0$, $(A\backslash\{x_0\}) \cap (x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon) \neq \varnothing$", trong đó, khoảng $(x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon)$ gọi là e - lân cận của $x_0$ và được kí hiệu là $U_\varepsilon(x_0)$. Ta biết rằng, điểm tụ có thể thuộc hoặc không thuộc tập hợp A. Như vậy, chúng ta thấy đã có sự bỏ qua tính chính xác trong định nghĩa này vì khái niệm điểm tụ không thể trình bày một cách chính xác, tường minh cho học sinh hiểu được. Do đó, khi dạy khái niệm Giới hạn của hàm số, người giáo viên cần đưa ra các ví dụ yêu cầu học sinh tính giới hạn của hàm số tại một điểm liên quan đến đặc điểm của điểm tụ có thể thuộc hoặc không thuộc tập xác định.

- Tri thức phương pháp: Từ khái niệm Giới hạn của hàm số, giáo viên có thể truyền thụ cho học sinh tri thức phương pháp để vận dụng khái niệm này vào giải quyết một số dạng toán sau:

+ Dạng 1: Sử dụng định nghĩa, chứng minh hàm số $y = f(x)$ có giới hạn là $L$ khi $x$ dần tới $x_0$.

Bước 1: Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y = f(x)$.

Bước 2: Giả sử $(x_n)$ là một dãy số bất kì, $x_n$ thuộc $D$ khác $x_0$ và $x_n \to x_0$.

Bước 3: Tính $\lim f(x_n)$.

Bước 4: So sánh nếu $\lim f(x_n) = L$ thì kết luận $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = L$.

+ Dạng 2: Sử dụng định nghĩa, chứng minh hàm số $y = f(x)$ không tồn tại giới hạn khi $x$ dần tới $x_0$.

Bước 1: Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y = f(x)$.

Bước 2: Chọn hai dãy số khác nhau $(a_n)$ và $(b_n)$ thoả mãn $a_n$, $b_n$ thuộc D và khác $x_0$: $a_n \to x_0$, $b_n \to x_0$.

Bước 3: Chứng minh $\lim f(a_n) \neq \lim f(b_n)$ hoặc chứng minh một trong hai giới hạn đó không tồn tại.

*Ví dụ 2:* Ở các trường sư phạm, sinh viên được giới thiệu về quy tắc lôpitan để tính giới hạn của hàm số. Nội dung này không được đưa vào trong chương trình phổ thông. Để vận dụng được quy tắc này để tính giới hạn bằng kiến thức phổ thông ta phải làm như thế nào?

Có thể thấy mối liên hệ như sau: Giả sử f(x), g(x) là các hàm số liên tục trên khoảng K chứa điểm a.

- Nếu f(a) = g(a) = 0 thì $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{f'(a)}{g'(a)}$ (theo quy tắc lôpitan).

Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh tìm cách biến đổi $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ để có thể vận dụng được kiến thức trên như sau:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\dfrac{g(x)-g(a)}{x-a}}=\frac{\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}}{\lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)-g(a)}{x-a}}=\frac{f'(a)}{g'(a)}$$

(theo định nghĩa Đạo hàm).

- Nếu f(a) = g(a) = b thì

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-g(x)}{x-a}=f'(a)-g'(a)$$

(theo quy tắc lôpitan).

Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh tìm cách biến đổi

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-g(x)}{x-a}$$

để có thể vận dụng được kiến thức trên như sau:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-g(x)}{x-a}=$$

$$=\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)-f(a)}{x-a}-\frac{g(x)-g(a)}{x-a}\right]$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}-\lim_{x\to a}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$$

$$=f'(a)-g'(a)$$

Việc vận dụng các kiến thức trên, học sinh có thể tính được giới hạn của những hàm số phức tạp hơn so với các bài toán đã được trình bày trong sách giáo khoa và sách bài tập hiện hành.

*Ví dụ 3:* Mối liên hệ giữa phương pháp tìm hình bao của một họ đường với bài toán chứng minh một họ đường luôn tiếp xúc với một đường cong cố định?

Ở trường phổ thông, chúng ta đã biết bài toán: "Chứng minh rằng: Họ đường cong ($d_m$): $2mx + (1 - m^2)y - 1 - m^2 = 0$, m là tham số, luôn tiếp xúc với một đường cong cố định". Đây chính là bài toán tìm hình bao của họ đường cong ($d_m$). Vì vậy, với phương pháp tìm hình bao được giới thiệu trong chương trình hình học vi phân ở bậc Đại học, người giáo viên có thể nhận ra được đường cong cố định cần tìm là đường tròn đơn vị.

Cách tìm hình bao của họ đường cong F(x, y, m) = 0 (m là tham số) là ta tiến hành khử tham số m từ hệ phương trình:

$$\begin{cases}F(x,y,m)=0\\F'(x,y,m)=0\end{cases}.$$

Vận dụng cách làm trên vào bài toán trên, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}2mx+(1-m^2)y-1-m=0 & (2)\\2x-2my-2m=0 & (1)\end{cases}$$

Từ (2) ta có $m=\dfrac{x}{y+1}$, thế vào (1) và rút gọn ta được:

$$\frac{2x^2}{y+1}+\left(1-\frac{x^2}{(y+1)^2}\right)y-1-\frac{x^2}{(y+1)^2}=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2=1.$$

Vậy họ đường cong ($d_m$) luôn tiếp xúc với đường tròn đơn vị nằm trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

Người giáo viên không thể giới thiệu cho học sinh phổ thông cách làm như trên mà cần diễn đạt lời giải của bài toán bằng các tri thức phổ thông. Chẳng hạn, giáo viên có thể cho học sinh thực hiện những hoạt động sau:

- Dự đoán đường cong cố định cần tìm bằng cách xét một vài trường hợp đặc biệt của ($d_m$) ứng với m = 0, m = -1, m = 1? (Kết quả dự đoán là ($d_m$) luôn tiếp xúc với đường tròn đơn vị);
- Chứng minh ($d_m$) luôn tiếp xúc với đường tròn đơn vị?...

Trong quá trình giảng dạy ở các trường sư phạm, cần làm cho sinh viên thấy được mối liên hệ giữa nội dung kiến thức Toán cao cấp vừa được học với nội dung Toán sơ cấp được trình bày trong chương trình phổ thông. Việc nắm được mối liên hệ này sẽ giúp sinh viên có khả năng vận dụng kiến thức Toán cao cấp để soi sáng Toán sơ cấp và biết cách tổ chức cho học sinh con đường khám phá tìm kiếm các nội dung kiến thức, người giảng viên có thể tiến hành một số hoạt động như sau:

- Nghiên cứu mối quan hệ giữa phần kiến thức Toán phổ thông với cơ sở lí thuyết trong Toán cao cấp và Toán sơ cấp được trang bị ở trường sư phạm;
- Sử dụng góc nhìn và ngôn ngữ của Toán cao cấp để phân tích kiến thức môn Toán phổ thông, nhằm thấy rõ bản chất sâu sắc về khoa học toán học, phát triển lớp các bài toán mới cho toán phổ thông thông qua hoạt động biến đổi đối tượng;
- Thông qua hoạt động chuyển đổi ngôn ngữ để tiến hành chuyển hóa sư phạm tri thức khoa học - tri thức chương trình - tri thức phương pháp.

**4. Kết luận**

Để giúp cho sinh viên ngành sư phạm Toán có thể trở thành những người giáo viên có năng lực trong tương lai, quá trình đào tạo ở các trường sư phạm cần giúp cho sinh viên thấy được mối quan hệ mật thiết giữa Toán cao cấp và Toán sơ cấp. Việc dạy học Toán sơ cấp phải nhằm mục tiêu giúp cho người học có một nền tảng vững chắc về những nội dung

*(Xem tiếp trang 40)*