TỔ CHỨC HOẠT ĐỘNG HỌC TẬP TRẢI NGHIỆM CỦA HỌC SINH- KHÂU THEN CHỐT TRONG TIẾN TRÌNH VẬN DỤNG LÍ THUYẾT KIẾN TẠO VÀO DẠY HỌC Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG.

ThS. PHẠM SỸ NAM
Trường THPT chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An

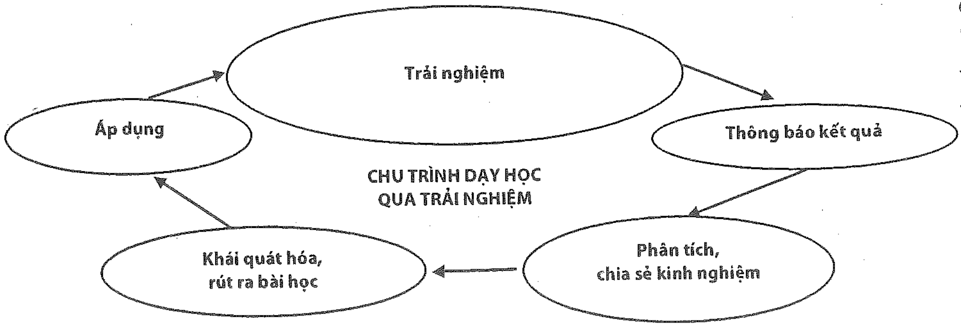
1. Đặt vấn đề

Ngày nay, một trong những xu thế nổi bật cần nhắc đến trong dạy học hiện đại là việc vận dụng các lí thuyết học tập trong dạy học ở nhà trường phổ thông mà trước hết là *thuyết kiến tạo* do các nhà bác học như J. Dewey, J. Piaget, L.S.Vygotsky và J. Brunner... đặt nền móng.

Lí thuyết kiến tạo nhấn mạnh đến vai trò hàng đầu của sự *trải nghiệm và tự kiến tạo kiến thức cho bản thân,* coi những nỗ lực cá nhân của HS là trung tâm của quá trình giáo dục, người học tự tạo ra và tự xây dựng kiến thức cho riêng mình là chủ yếu, chứ không chỉ đơn giản là tiếp thu một cách thụ động từ môi trường bên ngoài. Người GV phải biết cách khéo léo đặt vấn đề và tổ chức môi trường sư phạm cho học sinh tự tìm tòi, khám phá, phát hiện tri thức mới, trong đó cần hết sức coi trọng việc *học hợp tác,* làm việc theo nhóm để giải quyết những vấn đề phức tạp.

Đồng thời, lí thuyết kiến tạo cũng khẳng định học là một quá trình mang tính xã hội tích cực, "HS học tốt nhất khi các em được đặt trong môi trường học tập có tính xã hội tích cực, ở đó các em có điều kiện và khả năng để kiến tạo sự hiểu biết của riêng mình".

Từ những phân tích trên, ta thấy trong quá trình vận dụng lí thuyết kiến tạo vào dạy học, "dạy học trên cơ sở trải nghiệm" phải được coi là một quy luật then chốt. Để thực hiện dạy học trên cơ sở trải nghiệm, chúng tôi thiết kế chu trình dạy học được thể hiện qua sơ đồ sau:



2. Một số kĩ thuật triển khai việc "Dạy học trên cơ sở trải nghiệm"

Dưới đây chúng tôi tập trung nghiên cứu trường hợp dạy học "Ứng dụng của hàm số liên tục" trong chương trình lớp 11 THPT chuyên để minh họa cho việc dạy học trên cơ sở trải nghiệm.

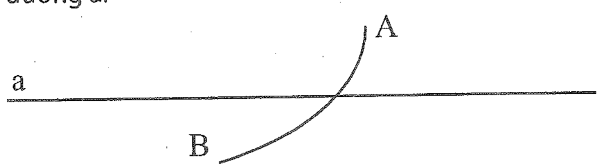
Kĩ thuật 1: GV tạo tình huống để HS trải nghiệm

Giữa Toán học và thực tiễn có mối liên hệ mật thiết. Vì vậy, trong dạy học, chúng ta cần giúp HS nhận ra được mối liên hệ đó. Ngoài tác dụng phát triển tư duy, gắn kết toán học và thực tiễn cuộc sống, mối liên hệ này còn giúp HS kiến tạo nên những vấn đề toán học và giúp HS hiểu được toán học thông qua thực tiễn. Có thể minh họa quá trình kiến tạo theo hướng này thông qua sơ đồ sau:

Hiện tượng thực tiễn → Vấn đề toán học → Kết quả toán học.

Ví dụ: Bạn An muốn đi từ vị trí A đến vị trí B, nhưng ở giữa vị trí A và B là một con đường a như hình vẽ. Có thể kết luận gì về đường đi của bạn An và con đường a?

Kết luận: Đường đi của bạn An phải cắt con đường a.



Chuyển sang vấn đề toán học: Nếu hình dung đường đi của bạn An là đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng a là trục hoành, các điểm A, B có hoành độ lần lượt là a, b, như vậy đồ thị hàm số $f(x)$ là đường liền nét trên $[a; b]$, hai điểm A, B nằm về hai phía trục hoành nên f(a).f(b) <0. Có thể kết luận được điều gì?

Kết quả toán học: Đồ thị hàm số y = f(x) phải cắt trục hoành y = 0.

Phân tích, chia sẻ kinh nghiệm: Từ trải nghiệm trong học tập, HS tập cách diễn đạt chuyển đổi ngôn ngữ, như "đồ thị hàm số y = f(x) cắt trục hoành y = 0", có nghĩa là: "đồ thị hàm số y = f(x) và trục hoành y = 0 có điểm chung", hay "tồn tại x thỏa mãn phương trình f(x) = 0" hay "phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng (a; b)". Đồ thị hàm số f(x) là đường liền nét trên [a; b] cũng có nghĩa là hàm số f(x) liên tục trên [a; b].

Khái quát, rút ra bài học: ***Nếu hàm số f(x) liên tục trên [a; b], f(a).f(b) < 0 thì phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng (a; b)***

Áp dụng: Kết quả trên cho HS một phương pháp chứng minh phương trình có nghiệm trên (a; b).

Rõ ràng rằng, các đồ thị, giá trị hàm số là những yếu tố trừu tượng trong toán học, việc xuất phát từ những trải nghiệm trong cuộc sống, từ những hiện tượng quen thuộc thường ngày, như là những chân lí xác thực, do đó khi xét vấn đề trong toán học HS sẽ nhanh chóng phát hiện ra kết quả hơn. Các kết quả trên mới chỉ mang tính chất dự báo, để khẳng định cần phải chứng minh cụ thể. Nhưng việc phát hiện ra kết quả toán học cũng là sự kiến tạo đáng khích lệ.

Kĩ thuật 2: Tạo điều kiện để HS đồng hóa kiến thức.

Ví dụ 1: Chứng minh phương trình $x^2\cos x + x\sin x + 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(0; \pi)$.

Khi gặp bài toán này, HS có thể liên tưởng đến kiến thức ***"nếu hàm số y = f(x) liên tục trên [a; b] và f(a).f(b) < 0 thì phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng (a; b)"***. Từ việc đồng hóa kiến thức lí thuyết và vận dụng vào bài tập HS sẽ nghĩ đến việc chọn $a = 0$, $b = \pi$ và xét hàm số $f(x) = x^2\cos x + x\sin x + 1$. Từ đó có được lời giải cho bài toán.

Phân tích, chia sẻ kinh nghiệm: Để vận dụng hệ quả của định lí trung gian ta cần xác định giá trị a,b, và xét giá trị tại hai đầu mút.

Khái quát hóa rút ra bài học: *Để chứng minh phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm thuộc (a; b)* ta thực hiện:

Sơ đồ 1:

Bước 1: Chứng minh hàm số y = f(x) liên tục trên [a; b]

Bước 2: Chứng tỏ f(a).f(b) < 0. (Trong sơ đồ này chỉ cần chọn hai giá trị là hai đầu mút của khoảng chứa nghiệm).

Áp dụng: Việc thực hiện theo sơ đồ trên giúp HS giải quyết được các bài tập chứng minh phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm thuộc (a; b), mà từ giả thiết bài toán chứng minh được f(x) liên tục và f(a).f(b) < 0.

Kĩ thuật 3: Tạo các tình huống có mức độ khó nâng dần nhằm tạo điều kiện để HS thực hiện quá trình điều ứng, kiến tạo kiến thức mới.

Trong trường hợp bài toán đưa ra mà HS vận dụng sơ đồ cũ không thành công, khi đó cần sự điều ứng của HS. Để thiết kế tình huống nhằm tạo cơ hội cho HS thực hiện quá trình điều ứng chúng tôi chuyển vấn đề theo ba hướng:

Hướng 1: Tạo ra tình huống f(a).f(b) > 0.

Ví dụ 2: Chứng minh phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$ có nghiệm trên (-2; 1).

Ở bài tập này f(-2) < 0 và f(-1) < 0 nên f(-2).f(-1) > 0 vì vậy chưa thể vận dụng trực tiếp sơ đồ 1 được, hay nói cách khác HS không thể "đồng hóa" sơ đồ 1. Điều này đòi hỏi HS phải có sự điều chỉnh quan niệm cũ thay vì xét giá trị hai đầu mút, ta xét giá trị thuộc khoảng (-2; 1). Từ sự điều chỉnh này đòi hỏi HS phải xác định được một số c thuộc khoảng (-2; 1) mà f(c) > 0. Từ đây, có thể xác định c = 0. Vận dụng sơ đồ cũ HS có được kết quả phương trình có nghiệm trên (-2; 0) nên cũng có nghiệm trên (-2;1).

Phân tích, chia sẻ kinh nghiệm: Xét giá trị tại hai đầu mút hoặc giá trị tại một số thuộc khoảng. Từ quá trình tìm hướng giải trên cũng cho HS một kinh nghiệm: "để chứng minh phương trình có nghiệm trên một khoảng, ta có thể chứng minh phương trình có nghiệm trên một khoảng là tập con của nó"

Khái quát hóa rút ra bài học: Trải nghiệm mới này giúp HS phát triển sơ đồ lên một mức mới tốt hơn, đó là. ***Để chứng minh phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm thuộc (a; b)*** ta thực hiện:

Sơ đồ 2

Bước 1:Chứng minh hàm số y = f(x) liên tục trên [a; b]

Bước 2: Chỉ ra hai số c,d cụ thể thuộc [a; b] sao cho f(c).f(d) < 0.

Áp dụng: Sơ đồ mới này không yêu cầu hai số được chọn là hai đầu mút mà chỉ cần hai số thuộc [a; b]. Hay nói cách khác, sơ đồ mới tốt hơn bởi áp dụng được cho số lượng bài tập lớn hơn và có thể vận dụng để giải những bài tập mà vận dụng sơ đồ 1 không thực hiện được

Hướng 2: Hàm số không xác định tại a hoặc b.

Ví dụ 3: Cho phương trình

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x^2-2}+\ldots+\frac{1}{x^n-n}=0,$$

với n là số nguyên dương. Chứng minh rằng với mỗi n phương trình luôn có nghiệm x_n thuộc khoảng (0;1).

Nếu đặt

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x^2-2}+\ldots+\frac{1}{x^n-r}$$

thì dễ thấy hàm số này liên tục trên (0; 1). Khó khăn trong bài tập này là tại cả hai giá trị 0, 1 hàm số đều không xác định. Khi đó, vận dụng sơ đồ 2, HS có thể xác định được

$$f\left(\frac{1}{2}\right)<0,$$

nhưng để chỉ ra được số c thuộc (0; 1) mà f(c) > 0 là điều khó, khó khăn này có thể do nguyên nhân sau: Từ kinh nghiệm giải quyết các bài toán cũ, HS đã quen để chứng minh phương trình có nghiệm trên khoảng là phải xác định cụ thể giá trị của a, b do đó luôn có chủ ý đi tìm giá trị a cụ thể mà quên mất rằng trong sơ đồ chỉ cần **chỉ ra sự tồn tại của giá trị c** là được.

Để giải quyết được khó khăn này cần sự điều chỉnh về quan niệm. Trong tình huống này sẽ xảy ra hai khả năng:

Khả năng thứ nhất, từ sơ đồ cũ khi chọn số, ta lấy các đầu mút nên trong trường hợp này, một cách suy nghĩ tự nhiên HS xét đến các số gần đầu mút và có thể nghĩ đến xét

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)$$

Khả năng thứ hai: nếu HS không nghĩ đến xét

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)$$

GV có thể gợi mở: Ta không thể xác định được giá trị của hàm số tại x = 0 do tại x = 0 hàm số không xác định. Vậy những giá trị x gần 0 thì f(x) như thế nào? Để từ đó mong muốn HS xác định

$\lim_{x\to 0^+} f(x)$ và nhận ra được

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$$

Vấn đề nảy sinh tiếp theo là kiểm tra xem: *"liệu từ $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ có thể chỉ ra sự tồn tại $a\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$ sao cho f(a) > 0"?.*

Rõ ràng, nếu kiểm tra trực tiếp thì sẽ gặp khó khăn, do đó cần sự điều chỉnh, nghĩa là kiểm tra *"có phải với mọi $a\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$ thì f(a) ≤ 0 ?"*

Từ đó, để HS nhận ra nếu điều này đúng thì mâu thuẫn với điều kiện hàm số liên tục vì

$\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ và $\left(\frac{1}{2}\right) f\left(\frac{1}{2}\right)<0.$

Hay nói cách khác, kết quả $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ chứng tỏ tồn tại $a\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$ sao cho f(a) > 0.

Từ kết quả trên, bằng cách xét tương tự HS cũng có được kết quả

"$\lim_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$ nên tồn tại b thuộc (0;1) sao cho f(b) < 0"

Phân tích, chia sẻ kinh nghiệm: Trong sơ đồ chứng minh phương trình có nghiệm bằng cách sử dụng tính liên tục hàm số có thể chỉ ra số thỏa mãn yêu cầu bằng cách đi xét giới hạn khi x dần tới đầu mút. Cũng từ quá trình đi tìm lời giải bài toán trên đã cho HS kinh nghiệm mới là: *"Nếu $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ thì tồn tại a >0 sao cho f(a) > 0"* và *"Nếu $\lim_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$ thì tồn tại b thuộc (0;1) sao cho f(b) < 0".*

Khái quát hóa rút ra bài học: Từ việc giải quyết bài toán này, HS phát triển sơ đồ 2 lên một mức cao hơn, đó là:

Sơ đồ 3: Để chứng minh phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm thuộc (a;b) (với a, b là các số thực xác định)

Bước 1: Chứng minh hàm số y = f(x) liên tục trên [a;b]

Bước 2: Chỉ ra hai số c,d thuộc [a;b] sao cho f(c).f(d) < 0 (trong đó, không nhất thiết phải chỉ ra giá trị cụ thể của c, d)

Áp dụng: Sơ đồ trên cho HS một phương pháp giải những bài toán tương tự.

Hướng 3: Hai đầu mút của khoảng không phải là số hữu hạn mà là ±∞

Bài toán 4: Chứng minh rằng phương trình $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ với $d < 0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt

Vận dụng sơ đồ trên HS có thể dễ chỉ ra được $f(0) = d < 0$ nhưng việc tìm số b để $f(b) > 0$ là điều khó khăn. Tuy nhiên, sự trải nghiệm thông qua vận dụng sơ đồ giải của bài toán trên giúp HS có thêm kinh nghiệm, đó là: Một số bài toán có thể chỉ ra sự tồn tại các số thỏa mãn hệ quả bằng cách xét giới hạn khi x dần tới đầu mút, trong bài toán này phương trình có nghiệm trên **R** hay có nghiệm trên $(-\infty; +\infty)$. Nhưng có sự khác biệt ở đây là, trong bài toán trên đầu mút là số hữu hạn, còn ở bài toán này đầu mút là $+\infty$, $-\infty$ đây là một trở ngại cho HS. Nếu HS điều chỉnh quan niệm *"không nhất thiết phải là các số thực"* để nghĩ đến việc tính giới hạn khi x tiến tới $-\infty$, $+\infty$. Từ đó, đi đến kết quả

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

Đến đây nảy sinh vấn đề: *"liệu từ các kết quả*

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

có thể chỉ ra sự tồn tại b sao cho f(b) > 0?". Việc kiểm tra trực tiếp điều này gây cho HS một khó khăn, khi đó đòi hỏi HS cần có sự điều ứng bằng cách đi xét đặt vấn đề ngược lại: *"nếu không tồn tại b mà f(b) > 0 thì thế nào?"* hay *"có phải với mọi b mà f(b) < 0 không?"* (nếu HS không tự điều ứng được thì cần sự tham gia đặt vấn đề của GV). Từ đó, HS nhận ra được sự mâu thuẫn với điều kiện hàm số liên tục. Như vậy, từ

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

ta khẳng định tồn tại số $b > 0$ sao cho $f(b) > 0$, hoàn toàn tương tự từ

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$$

tồn tại số $a < 0$ sao cho $f(a) > 0$.

Phân tích, chia sẻ kinh nghiệm: Với bài toán chứng minh phương trình có nghiệm trên **R** có thể đi xét giới hạn hàm số khi x dần đến $+\infty$, $-\infty$. Cũng từ trải nghiệm trên HS có thêm được kiến thức mới: *"Nếu*

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

thì tồn tại số b > 0 sao cho f(b) > 0" và *"Nếu*

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$$

thì tồn tại số a < 0 sao cho f(a) > 0".

Khái quát hóa rút ra bài học: Đến đây, HS đã phát triển sơ đồ giải của mình lên một mức cao hơn đó là:

Sơ đồ 4. Để chứng minh phương trình f(x) = 0 có ít nhất một nghiệm thuộc (a; b) (với a, b là các số thực xác định hoặc có thể là ± ∞)

Bước 1: Chứng minh hàm số y = f(x) liên tục trên [a; b](nếu a,b là số xác định, còn nếu a, b là ± ∞ thì xét trên (- ∞;m) hoặc (m;+ ∞)hoặc (- ∞; + ∞) chứa (a; b) tùy thuộc vào từng bài toán)

Bước 2: Chứng tỏ tồn tại hai số c,d thuộc [a; b] sao cho f(c).f(d) < 0. (Trong đó, không nhất thiết phải chỉ ra giá trị cụ thể của c, d)

Sơ đồ 4 ở một mức độ cao hơn sơ đồ 3, bởi các cận không nhất thiết là các số cụ thể mà có thể là $\pm\infty$.

Từ hệ thống bài tập trên và quá trình đi tìm lời giải cho thấy, sự trải nghiệm của HS là cần thiết trong dạy học, trong quá trình tìm đến những kiến thức mới, đến những phương pháp hiệu quả hơn thì việc trải qua những kiến thức tạm thời, những sơ đồ giải đơn giản là điều cần thiết. Có như vậy cùng với sự trải nghiệm HS mới leo lên được những "nấc thang" cao hơn của kiến thức.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Phạm Minh Hạc, *Tâm lí học Vygotsky*, NXB Giáo dục, 1997.

2. Đoàn Quỳnh (chủ biên), *Tài liệu giáo khoa chuyên toán Đại số và Giải tích 11*. NXB Giáo dục, H.2010.

SUMMARY

Constructivism in teaching expresses that basically learning is connected with the interaction between two factors: learner's knowledge and the new knowledge. This article gives some notes and techniques in teaching with some experiences.