

VAI TRÒ CỦA BIỂU DIỄN BỘI TRONG PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC SUY LUẬN THỐNG KÊ CỦA HỌC SINH

PGS.TS.TRẦN VUI
Trường Đại học Sư phạm Huế

1. Đặt vấn đề

Trong cuộc sống hàng ngày, chúng ta thường gặp những kết quả bầu cử không chắc chắn, những cài cầu bị sập, suy thoái của thị trường chứng khoán, dự báo thời tiết không đáng tin cậy, dự đoán sai về phát triển dân số, những mô hình kinh tế không hiệu quả và những biểu hiện khác của tính không chắc chắn trong thế giới hiện thực của chúng ta (OECD, 2003, 2009). Đứng trước những nguồn thông tin có tính không chắc chắn như vậy, câu hỏi đặt ra là "Làm thế nào để chúng ta có được những phán xét đúng đắn?", hay "Mỗi công dân cần có những năng lực nào để xử lý các nguồn thông tin này?". Câu trả lời cho những câu hỏi trên là vấn đề đáng quan tâm trong chương trình giáo dục toán phổ thông hiện nay, khi các kiến thức học sinh (HS) được học về tính không chắc chắn, với các nội dung gắn liền với lí thuyết xác suất và thống kê, chỉ dừng lại ở mức độ nắm các khái niệm, các quy tắc tính toán và xoay quanh việc trả lời các câu hỏi quen thuộc trong khuôn khổ sách giáo khoa, trong khi việc phát triển các năng lực suy luận giúp HS hiểu biết ý nghĩa và ứng dụng nó để giải quyết các vấn đề thực tế một cách linh hoạt và hiệu quả chưa thực sự được chú ý nhiều. Việc phát triển *năng lực suy luận về tính không chắc chắn* là hết sức cần thiết và quan trọng để có thể giải quyết những vấn đề có tính không chắc chắn gặp phải trong cuộc sống một cách có ý nghĩa. Trong phạm vi bài báo này, chúng tôi sẽ trình bày các kết quả khảo sát những *năng lực thống kê* của HS mười lăm tuổi hiện nay và tìm hiểu vai trò của biểu diễn bội trong phát triển năng lực suy luận quan trọng này.

2. Suy luận thống kê theo ý tưởng toán về tính không chắc chắn

- **Tính không chắc chắn** là một trong bốn ý tưởng toán bao quát được sử dụng trong OECD/PISA. Tính không chắc chắn được đề xuất để chỉ hai chủ đề liên quan: dữ liệu và cơ hội. Những hiện tượng này tương ứng với các chủ đề toán trong xác suất và thống kê. Những khái niệm và hoạt động toán quan trọng trong lĩnh vực này là thu thập dữ liệu, phân tích dữ liệu và trình bày trực quan hóa, xác suất và đưa ra kết luận (OECD, 2003, 2009). Việc đào tạo ra những công dân biết cách đối mặt và giải quyết các vấn đề liên quan đến tính không chắc chắn đang tràn ngập trong thế giới bùng nổ thông tin hiện nay là một vấn đề hết sức cần thiết. Chính vì vậy, các kiến nghị gần đây liên quan đến chương trình giáo dục phổ thông ở nhiều quốc gia đều nhất trí đề nghị thống kê và

xác suất nên có một vị trí nổi bật hơn so với chương trình trong quá khứ.

- **Bốn ý tưởng bao quát**, là một lựa chọn về các ý tưởng bao quát toàn bộ nội dung toán học được thực hiện, đó là các quy luật về: *đại lượng, không gian và hình, thay đổi và các mối quan hệ, tính không chắc chắn*, tạo nên các khái niệm trung tâm và chính yếu cho bất kì mô tả nào về toán học và chúng tạo nên "trái tim" của bất kì một chương trình toán nào ở trung học OCD, 2003).

- **Suy luận thống kê** là cách con người suy luận với các ý tưởng thống kê và làm cho thông tin thống kê trở nên có ý nghĩa. Điều này liên quan đến việc đưa ra các lí giải dựa trên các tập dữ liệu, các biểu diễn của dữ liệu, hay các số đặc trưng của dữ liệu. Suy luận thống kê có thể bao gồm việc kết nối một khái niệm với một khái niệm khác, hay có thể kết hợp các ý tưởng về dữ liệu và cơ hội. Suy luận thống kê cũng có nghĩa là hiểu và có thể giải thích các quy trình thống kê và có khả năng lí giải đầy đủ các kết quả thống kê (Garfield và Dani Ben-Zvi, 2008).

3. Năng lực suy luận thống kê của HS

Trong chương trình dạy học thống kê, *suy luận thống kê* là lĩnh vực rất được quan tâm và chú ý phát triển cho HS. Garfield và Gal (1999) đã mô tả suy luận thống kê như là một mục đích tổng thể trong giáo dục thống kê với nhiều loại suy luận cụ thể, đó là:

Suy luận với dữ liệu: Nhận ra hay phân loại các dữ liệu như định lượng hay định tính, rời rạc hay liên tục, và biết ý nghĩa của những con số thống kê.

Suy luận với các biểu diễn của dữ liệu: Biết phân biệt dữ liệu nào cần biểu diễn bằng loại biểu đồ nào. Hiểu cách thức sử dụng một hình ảnh có nghĩa để thể hiện một mẫu, hiểu cách đọc và giải thích một biểu đồ.

Suy luận với các số đo thống kê: Hiểu các số đo thống kê có ý nghĩa như thế nào đối với một tập dữ liệu; biết cái gì là tốt nhất để sử dụng trong các điều kiện khác nhau; hiểu được việc sử dụng các số đặc trưng về các dự báo sẽ chính xác hơn đối với những mẫu lớn hơn là những mẫu nhỏ.

Suy luận với các sự kiện không chắc chắn: Hiểu và sử dụng các ý tưởng về sự ngẫu nhiên và cơ hội để đưa ra đánh giá về các sự kiện không chắc chắn; biết rằng tất cả các khả năng xảy ra là không đồng đều như nhau; biết làm thế nào để xác định sự giống nhau của các sự kiện khác nhau bằng một phương pháp phù hợp.

Suy luận với các mẫu: Biết mẫu liên quan đến tổng



thể như thế nào và những gì có thể ảnh hưởng đến một mẫu. Chọn mẫu tốt sẽ thể hiện chính xác hơn một tổng thể. Có những cách chọn mẫu có thể không đại diện được cho tổng thể và cảm giác khi đưa ra những kết luận dựa trên những mẫu nhỏ hay thiên vị.

Suy luận với sự kết hợp: Biết đánh giá và lí giải một mối quan hệ giữa hai biến số như thế nào, biết xác định và giải thích các mối quan hệ song phương và biết rằng một quan hệ tương hỗ giữa hai biến số không có nghĩa là biến này tác động lên biến kia.

Để phát triển những năng lực suy luận thống kê như đã nêu ở trên, nhiều nhà giáo dục toán đã tìm cách phát triển suy luận thống kê thay vì dạy các kiến thức riêng lẻ. Mục đích của giáo dục toán hiện đại là quan tâm nhiều đến việc sử dụng càng nhiều dữ liệu và khái niệm, giảm bớt lí thuyết, kỹ thuật và nuôi dưỡng cách học tích cực với mục đích dành cho phát triển suy luận thống kê cần thiết cho HS.

4. Các mức năng lực suy luận thống kê

Để làm cơ sở cho việc đánh giá các năng lực suy luận thống kê mà HS thể hiện qua các bài toán được thiết kế trong nghiên cứu này, chúng tôi sử dụng sáu mức năng lực suy luận thống kê, phỏng theo sáu mức hiểu biết toán của PISA (Lê Đức Hải, 2011). Các mức năng lực suy luận thống kê này thể hiện các năng lực cụ thể cần khảo sát của HS.

Mức 1: HS ở mức này có thể:

Trả lời câu hỏi liên quan đến các tình huống quen thuộc được trình bày rõ ràng;

Nhận ra các thông tin, số liệu trên văn bản, đồ thị, bảng biểu;

Thực hiện các tính toán cụ thể theo những chỉ dẫn trực tiếp.

Mức 2: HS ở mức này có thể:

Rút ra được các thông tin cần thiết trực tiếp từ một nguồn số liệu và sử dụng một cách biểu diễn duy nhất;

Lí giải các tình huống đòi hỏi không nhiều hơn sự kết luận trực tiếp;

Sử dụng các thuật toán, các công thức và các quá trình cơ bản;

Hiểu các ý tưởng và khái niệm thống kê trong tình huống thực nghiệm quen thuộc.

Mức 3: HS ở mức này có thể:

Bước đầu liên kết các biểu diễn liên quan;

Giải thích và sử dụng các biểu diễn phù hợp dựa trên các nguồn thông tin khác nhau và suy luận trực tiếp từ các biểu diễn đó;

Chọn và áp dụng các phương án giải quyết vấn đề đơn giản;

Phát triển các giao tiếp ngắn trình bày việc hiểu, kết quả và cách suy luận thống kê.

Mức 4: HS ở mức này có thể:

Sử dụng các khái niệm thống kê cơ bản kết hợp với

suy luận lôgic trong các tình huống ít quen thuộc;

Chuyển đổi linh hoạt các dạng biểu diễn, chuyển các mô tả bằng văn bản thành các bài toán, các mô hình thống kê và sử dụng một cách hiệu quả;

Tích hợp nhiều biểu diễn khác nhau, liên kết với các tình huống thực tế;

Kiến tạo và giao tiếp các suy luận thống kê dựa trên các hành động của mình.

Mức 5: HS ở mức này có thể:

Phát triển và liên kết các biểu diễn, các mô hình một cách hiệu quả;

Lựa chọn, so sánh, đánh giá các phương án cho các vấn đề phức tạp;

Dựa vào sự thấu hiểu thông tin số liệu để suy luận, đưa ra các kết luận phù hợp và lí giải cho các kết luận đó;

Phản ánh các hoạt động, thành lập và giao tiếp các lí giải và suy luận của mình.

Mức 6: HS ở mức này có thể:

Hình thành, khái quát hóa, sử dụng thông tin, số liệu dựa trên khảo sát và mô hình hóa các tình huống phức tạp;

Tư duy và suy luận toán học bậc cao;

Giao tiếp kết quả, đưa ra giải thích và lập luận phù hợp với tình huống gốc;

Đưa ra được các dự đoán đáng tin cậy dựa trên sự thấu hiểu số liệu và tình huống;

Áp dụng sự hiểu biết sâu sắc cùng với sự thành thạo các kỹ năng và các mối liên hệ để tiếp cận các tình huống mới lạ không quen thuộc.

5. Kết quả nghiên cứu

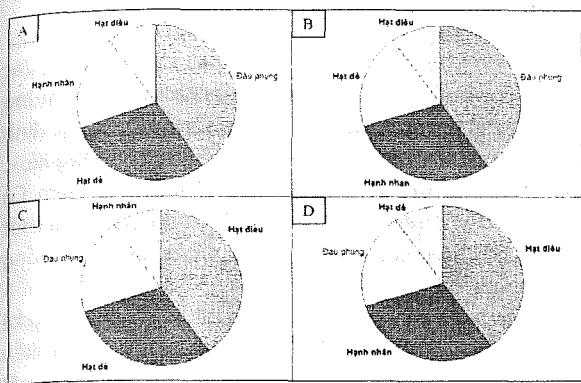
Chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu điều tra khảo sát với công cụ là các bài toán thống kê có sử dụng các biểu diễn khác nhau. Các bài toán này đã được thử nghiệm, để kiểm tra độ tin cậy trên đối tượng 92 HS ở Quảng Trị. Từ việc phân tích kết quả thử nghiệm chúng tôi đã chỉnh sửa tình huống và các câu hỏi của bài toán phù hợp với đáp ứng của HS. Trong phần này, chúng tôi sẽ phân tích các kết quả nghiên cứu rút ra được các dữ liệu thu thập được qua kết quả của các bài làm của HS lớp 10 ở một số tỉnh miền Trung, Tây Nguyên và Nam Bộ ($N=1280$) khi giải quyết một bài toán thống kê cụ thể có sử dụng các loại biểu diễn khác nhau. Các kết quả bài làm của HS được thống kê và phân tích dựa trên sáu mức năng lực thống kê đã trình bày ở trên. Bài toán được thiết kế gồm bốn câu hỏi nâng dần các năng lực thống kê của HS từ mức 1 đến mức 6.

5.1. Bài toán: TỈ LỆ HẠT

Ông Bean đi siêu thị mua một hộp chứa hỗn hợp 4 loại hạt: Đậu phộng, hạt dẻ, hạnh nhân và hạt điều với tỉ lệ tương ứng được công bố trên nhãn hộp là 4:3:2:1.

Câu hỏi 1:

Biểu đồ nào sau đây thể hiện tỉ lệ các loại hạt tương ứng trong hộp: (hãy khoanh tròn đáp án đúng).

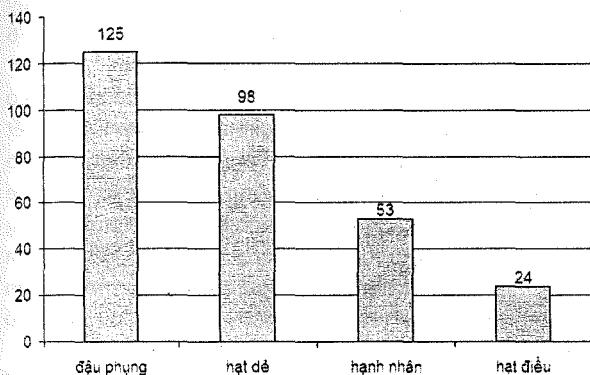
**Câu hỏi 2:**

Khả năng để bốc ngẫu nhiên được một hạt dẻ trong hộp là bao nhiêu?

Câu hỏi 3:

Ông Bean tiến hành đếm các loại hạt trong hộp và được kết quả cho bởi biểu đồ sau:

Số lượng các loại hạt trong hộp



Với kết quả thu được, ông Bean đã quyết định khởi kiện công ty sản xuất. Hãy dự đoán xem vì sao ông Bean lại đi đến quyết định này? Hãy lí giải dự đoán của bạn.

Câu hỏi 4:

Hãy thử lí giải xem liệu ông Bean có đủ cơ sở để thắng kiện không?

Nếu bạn là người xét xử vụ kiện, bạn sẽ phán xét như thế nào?

5.2. Các trả lời được dự kiến tương ứng với các mức năng lực

Bài toán gắn với một tình huống thực tế rất gần gũi với HS, việc đọc và hiểu được các thông tin số liệu trên các sản phẩm tiêu dùng là năng lực hết sức cơ bản và cần thiết.

Câu hỏi 1: Đáp án A (1 điểm).

Ở câu hỏi 1 chỉ đòi hỏi HS đọc được thông tin cho bằng văn bản và thông tin trên biểu đồ, từ đó so sánh để đi đến kết luận. Câu hỏi 1 gắn với mức năng lực 1, 2.

Câu hỏi 2: Trả lời đúng 30% (1 điểm).

Câu hỏi 2 liên quan đến phép thử ngẫu nhiên, một khái niệm trong xác suất mà HS chưa được học chính

thống. Tuy nhiên, đây lại là điều mà HS thường gặp và xử lý trong cuộc sống hằng ngày, nó gần với khái niệm chọn mẫu ngẫu nhiên trong điều tra mẫu ở môn học thống kê. Để tìm câu trả lời, HS cần tính tỉ lệ phần trăm của hạt dẻ so với tổng số hạt có trong hộp. Câu hỏi này gắn với mức năng lực 3.

Câu hỏi 3:

Trả lời 1 (2 điểm): Dựa vào sự sai khác về tỉ lệ các loại hạt trong hộp so với trên nhãn.

Ví tỉ lệ các loại hạt trong hộp khác với tỉ lệ ghi trên nhãn. Ví dụ theo nhãn hộp thì hạt dẻ bằng $\frac{1}{4}$ đậu phุง nhưng trong hộp chỉ chưa bằng $\frac{1}{5}$.

Tỉ lệ các loại hạt trong hộp không đúng với công bố. Tỉ lệ thực tế trong hộp 125:98:53:24 khác với tỉ lệ 4:3:2:1 công bố trên hộp.

Trả lời 2 (2 điểm): Giải thích dựa vào sự sai khác so với biểu đồ ở câu hỏi 1.

Trả lời 3 (1 điểm): Chỉ ra được tỉ lệ các loại hạt nhưng không nêu rõ sự sai khác so với tỉ lệ ghi trên nhãn hộp.

Trả lời 4 (1 điểm): Chuyển được sang biểu đồ hình quạt nhưng không nêu rõ sự sai khác so với biểu đồ ở câu hỏi 1.

Trả lời 5 (1 điểm): Nêu được lí do sai khác so với tỉ lệ ghi trên nhãn hộp, nhưng không chỉ ra ví dụ cụ thể.

Việc khởi kiện thường liên quan đến những mâu thuẫn, sai lệch và ở đây là sự sai lệch của số liệu công bố và số liệu thực. Để có thể tìm ra lí do khởi kiện, HS cần có kỹ năng đọc thông tin trên biểu đồ, chuyển đổi dạng biểu diễn của số liệu để so sánh với các thông tin đã biết, từ đó chỉ ra những sai lệch và đưa ra lập luận của mình. Câu hỏi này liên quan đến mức năng lực 4.

Câu hỏi 4:**Câu 4a)**

Trả lời 1 (2 điểm): Trả lời không và nêu được lí do mà tòa án chưa quyết định được là: mẫu nhỏ, không đủ độ tin cậy.

Không. Vì mẫu điều tra quá nhỏ, không đủ độ tin cậy.

Không. Vì sai sót trong một hộp so với hàng ngàn, hàng triệu hộp là có thể chấp nhận được.

Trả lời 2 (1 điểm): Chỉ nêu lí do.

Mẫu điều tra quá nhỏ.

Sai sót trong một hộp so với hàng ngàn, hàng triệu hộp là có thể chấp nhận được.

Câu 4b) (1 điểm): Trả lời trực tiếp hoặc có ý là cần phải cho tiến hành điều tra mẫu.

Cho điều tra mẫu.

Cho người đi kiểm tra ở nhiều nhiều hộp tại nhiều địa điểm bán hàng, nhiều lô hàng khác nhau.

Để trả lời câu hỏi này, HS cần liên hệ một số kiến thức thực tế: (1) để thắng kiện đòi hỏi phải có chứng cứ đáng tin cậy; (2) trong sản xuất và kĩ thuật, chấp nhận sự sai lệch trong giới hạn cho phép. Cùng với sự thông



hiểu khái niệm điều tra mẫu, HS sẽ lựa chọn, đánh giá các phương án, suy luận, đưa ra kết luận và lí giải cho kết luận của mình. Lưu ý rằng HS có thể dùng ngôn ngữ thường ngày để diễn đạt thay vì ngôn ngữ toán học. Câu hỏi 4 gắn với mức năng lực 5, 6.

5.3. Phân tích kết quả thực nghiệm

Có 1280 HS tham gia giải quyết bài toán này. Kết quả cụ thể đã được thống kê ở bảng sau:

Bảng 1. Số phần trăm HS đạt từng mức điểm ($N=1280$)

Mức điểm	Số phần trăm HS đạt từng mức điểm ($N=1280$)				
	Câu hỏi 1	Câu hỏi 2	Câu hỏi 3	Câu hỏi 4a	Câu hỏi 4b
2 điểm			45,72	14,35	
1 điểm	93,23	82,39	44,65	23,26	15,22
0 điểm	6,77	17,61	9,63	62,39	84,78

Câu hỏi 1 là một tình huống quen thuộc mà người tiêu dùng thường đối mặt khi mua sắm hàng hóa. Câu hỏi này yêu cầu các năng lực suy luận thống kê ở mức 1, 2. Câu hỏi này chỉ đơn giản kiểm tra khả năng nhận biết dạng biểu diễn biến đổi của một biểu diễn số dưới dạng tỉ lệ. Có 93,23% HS trả lời đúng câu hỏi này. Như vậy đa số HS đã đạt được mức 2 của suy luận thống kê.

Câu hỏi 2 yêu cầu các năng lực suy luận thống kê ở mức 3. Có 82,39% HS có câu trả lời đúng. Câu hỏi này có liên quan đến một khái niệm trong xác suất, nhận ra khả năng thành công trong một phép thử ngẫu nhiên. Để có được câu trả lời đúng, HS cần chuyển từ dạng biểu diễn tỉ lệ thức sang dạng biểu diễn phần trăm. Điểm trung bình của câu hỏi 2 đạt: 0,82/1 điểm. Có 17,61% số HS không có điểm, các em này đã không chuyển đổi được thông tin giữa các dạng biểu diễn. Hầu hết HS đã đạt được mức độ hiểu biết 3.

Qua phân tích hai câu hỏi trên, chúng tôi thấy khả năng nhận diện các biểu diễn và chuyển đổi giữa các dạng biểu diễn đơn giản của HS là khá tốt, làm nền tảng cho việc phát triển những năng lực suy luận thống kê ở mức cao hơn.

Câu hỏi 3 yêu cầu các năng lực suy luận thống kê ở mức 4. Đây là câu hỏi kiểm tra năng lực của HS trong việc chuyển đổi dạng biểu diễn, sử dụng các biểu diễn để đưa ra suy luận thống kê hợp lý. Câu hỏi cũng nhắc nhở chúng ta về quyền của người tiêu dùng. Có 90,37% HS có điểm ở câu hỏi 3. Các em đều nhận ra được lí do khởi kiện là do sự sai lệch về tỉ lệ các loại hạt trong hộp so với tỉ lệ công bố trên nhãn hộp. Tuy nhiên, chỉ có chừng một nửa trong số các HS này sử dụng các dữ liệu đã cho để đưa ra một bằng chứng cụ thể. Hầu hết HS đã thể hiện được năng lực suy luận với dữ liệu ở những mức độ

khác nhau.

Số HS không có điểm ở câu hỏi 3 chiếm 9,63%. Các em đều có đưa ra lí giải của mình, tuy nhiên đều là những lí giải mang tính chủ quan, thiếu cơ sở và không xác định được trọng tâm vấn đề có tính dữ liệu trong thống kê.

Điểm trung bình của câu hỏi 3 đạt: 1,36/2 điểm. Có 45,72% số HS trên điểm trung bình. Như vậy, gần một nửa số HS được khảo sát đạt mức 4 của suy luận thống kê.

Câu hỏi 4a yêu cầu các năng lực suy luận thống kê ở mức 5, 6. Câu hỏi 4a kiểm tra khả năng thông hiểu và vận dụng những hiểu biết về điều tra mẫu vào một tình huống thực tế ít quen thuộc. Với câu hỏi này, có 37,61% HS có điểm, tất cả các em đều trình bày lí giải của mình bằng ngôn ngữ thông thường. Câu trả lời của HS bộc lộ những hạn chế về khả năng lí giải, lập luận đưa ra kết luận phù hợp trong các tình huống không chắc chắn. Bằng chứng là trong số các HS có điểm đồng ý cho rằng ông Bean không đủ cơ sở thắng kiện, thì chỉ có 14,35% lập luận có lí đạt mức 5 của suy luận, trong đó có 7% lập luận là khá đầy đủ đạt mức 6 của suy luận.

Câu hỏi 4b dựa trên cơ sở câu trả lời của câu 4a. Có 15,22% HS đưa ra được cách giải quyết hợp lí, hầu hết đều diễn đạt bằng ngôn ngữ hằng ngày. Điều này cho thấy việc sử dụng kiến thức thống kê trong suy luận để giải quyết các vấn đề thực tế liên quan đến tính không chắc chắn còn khá xa lạ với đa số HS. Hầu hết các em chưa thể hiện tốt năng lực suy luận với các mẫu. Điểm trung bình của câu hỏi 4a đạt: 0,15/1 điểm. Có 15,22% số HS đạt mức 5 của suy luận thống kê.

6. Sử dụng biểu diễn bởi một cách hiệu quả để phát triển suy luận thống kê

Biểu diễn có thể hiểu là một tổ chức của các hình ảnh, kí hiệu (dấu hiệu trên giấy, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ, đồ thị, phác thảo hình học, các phương trình), các đặc trưng hay các đối tượng cụ thể đại diện, mô tả, tượng trưng hay trình bày cho một đối tượng hay một quy trình. Các biểu diễn là một công cụ mạnh để khám phá các vấn đề toán học; cho phép HS trao đổi các cách tiếp cận bài toán, các lập luận và việc hiểu của các em; giúp HS nhận thấy ý nghĩa của các khái niệm toán học và mối quan hệ giữa chúng; áp dụng toán vào những vấn đề thực tế (NCTM, 2000).

Biểu diễn bởi là các biểu diễn khác nhau của cùng một khái niệm toán học (Tran Vui, 2012). Chúng tôi nhận thấy gần như tất cả các vấn đề về thống kê đều liên quan và cần đến các biểu diễn bởi. Vì thế, sử dụng biểu diễn bởi trong lớp học thống kê một cách hợp lí có thể nâng cao năng lực suy luận thống kê cho HS.

Qua phân tích các bài làm của HS chúng tôi thấy rằng các biểu diễn bởi có thể được dùng như một phương tiện chuyển tải các ý tưởng thống kê trọng tâm, giúp HS có

điều kiện và cơ hội hiểu sâu sắc các khái niệm và các qui trình thống kê. Các biểu diễn khác nhau sẽ là công cụ để HS trình bày những ý tưởng của mình, tiến hành lập luận, suy luận trên các biểu diễn, đưa ra các nhận xét về xu hướng dữ liệu.

Để phát huy hết tác dụng của các biểu diễn bội trong dạy học thống kê, giáo viên cần:

- Giúp HS thấy rõ ý nghĩa, vai trò và tác dụng của từng dạng biểu diễn cũng như của việc sử dụng nhiều dạng biểu diễn khác nhau trong việc hiểu các khái niệm thống kê và thực hành suy luận thống kê.

- Động viên, khuyến khích HS, sử dụng các biểu diễn và tích cực chuyển đổi giữa các dạng biểu diễn khác nhau trong thu thập, tổ chức, trình bày dữ liệu cũng như trong lập luận, suy luận và đưa ra kết luận thống kê.

- Tạo điều kiện về tâm lí cũng như cơ sở vật chất để HS có thể thoải mái trình bày các ý tưởng của mình thông qua các biểu diễn.

Giáo viên nên trở thành một người hướng dẫn tích cực trong việc giúp HS sử dụng các biểu diễn một cách đúng đắn, hiệu quả và ý nghĩa trong quá trình giải quyết các vấn đề liên quan đến tính suy luận thống kê.

Với những phân tích và đề xuất nêu trên, chúng tôi tin tưởng rằng biểu diễn bội sẽ trở thành công cụ đắc lực và hiệu quả trong dạy và học suy luận thống kê.

7. Kết luận

Các năng lực toán để giải quyết các vấn đề liên quan đến tính không chắc chắn và hẹp hơn là suy luận thống kê là hành trang quan trọng và thiết thực. Chính vì vậy, việc tìm hiểu về sự thể hiện các năng lực suy luận thống kê ở HS là yêu cầu cấp thiết, đó chính là cơ sở cho giáo viên và các nhà nghiên cứu giáo dục có được những định hướng và chiến lược giáo dục đúng đắn.

Qua khảo sát trên bài toán được kiểm tra chúng tôi rút ra một số nguyên nhân dẫn đến những hạn chế mà HS thể hiện qua quá trình giải quyết vấn đề liên quan đến suy luận thống kê như sau:

- HS thường gặp các bài toán liên quan đến các tính toán đơn thuần, áp dụng các công thức và các quy trình đã được cung cấp, sử dụng các số liệu đã được cho sẵn trong sách giáo khoa.

- HS còn bỡ ngỡ khi làm việc với các vấn đề gắn với bối cảnh thực tế, đòi hỏi năng lực mô hình hóa, khả năng thu thập số liệu, tìm ra chứng cứ thuyết phục, từ đó lập luận, suy luận để đưa ra kết luận mang tính cá nhân.

- HS còn xa lạ với việc dựa vào dữ liệu để đưa ra các dự đoán, phỏng đoán và kiểm nghiệm chúng. Đặc biệt, các em quen với việc sử dụng các biểu diễn số học hơn là sử dụng các biểu diễn hình ảnh, biểu đồ trong suy luận. Điều này khiến các em gặp nhiều khó khăn trong việc nhận xét về xu hướng của dữ liệu.

HS thường quen với dạng bài toán có kết quả chính xác sau một số bước tính toán, lập luận. Đó là một cảm giác lớn khi tiếp xúc với các vấn đề suy luận thống kê, khi

mà kết quả của nó đôi khi không thể xác định đúng sai, đặc biệt ở những câu hỏi có cấu trúc mở.

Qua nghiên cứu tìm hiểu, chúng tôi nhận thấy tất cả các vấn đề liên quan đến suy luận thống kê đều cần đến các biểu diễn. Các biểu diễn được dùng để trình bày dữ liệu, đưa ra ý tưởng, lập luận, suy luận và giao tiếp với người khác. Trong các quá trình này, cần đến khá nhiều dạng biểu diễn khác nhau (bằng lời, hình ảnh, đồ thị, kí hiệu) cũng như cần chuyển đổi từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác. Chính những lí do trên đã tạo động cơ cho việc nghiên cứu về vai trò của biểu diễn bội trong việc nâng cao năng lực suy luận thống kê. Kết quả nghiên cứu về lí thuyết và thực nghiệm đã khẳng định vai trò quan trọng của biểu diễn bội trong phát triển suy luận thống kê của HS. Tuy nhiên, để có thể phát huy vai trò này một cách hiệu quả đòi hỏi người dạy và người học ngoài việc thành thạo các biểu diễn, phải biết cách sử dụng hợp lý các biểu diễn khác nhau.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Garfield, J. & Gal, I. (1999), *Teaching and assessing statistical reasoning*. In L. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
2. Garfield, J. & Dani Ben-Zvi (2008), *Developing Students' Statistical Reasoning*, Springer, USA.
3. Lê Đức Hải (2011). *Vai trò của biểu diễn bội trong nâng cao năng lực suy luận về tính không chắc chắn*. Luân văn Thạc sĩ, Trường Đại học Sư phạm Huế.
4. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000), *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA, USA.
5. OECD (2003), *The Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*, OECD, Paris.
6. OECD (2009), *The PISA 2009 Assessment Framework – Reading, Mathematics and Science*, OECD, Paris.
7. Tran Vui (2012), Empowering student mathematical thinking through external representation, *Proceedings of the 5th International Conference on Educational Reform ICER2012*, Mahasarakham University, Thailand, 22-23 March 2012, pp. 144-151.

SUMMARY

This article refers to the role of multiple representations in the development of inference statistics capability of students. The author presents the results of survey "How are fifteen-year-old students' capacities of inference statistics shown in their performance currently?" Then, the author finds out the important role of multiple representations in the development of inference capacity in the process that students solve a real problem significantly from low to high level of inference.