

APPLYING THE THEOREM DISCOVERY TEACHING METHOD TO THE TOPIC “THEORETICAL PROBABILITY AND EXPERIMENTAL PROBABILITY” WITH THE SUPPORT OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE FOR GRADE 8 STUDENTS

Nguyen Viet Duong¹, Nguyen Ngoc Giang*²

* Corresponding author:
Email: giangnn@hub.edu.vn

¹ Email: duongnv@phd.hcmue.edu.vn
Ho Chi Minh City University of Education
280 An Duong Vuong, Cho Quan ward,
Ho Chi Minh City, Vietnam
Vo Van Tan Secondary School
Bay Hien ward, Ho Chi Minh City, Vietnam

² Ho Chi Minh City University of Banking,
36 Ton That Dam, Sai Gon ward, Ho Chi Minh City,
Vietnam

Received: 27/10/2025
Revised: 14/11/2025
Accepted: 25/12/2025
Published: 20/02/2026

Abstract: Among the types of discovery teaching, theorem discovery teaching is considered the core instructional method. The discovery teaching approach enables students to construct knowledge for themselves. The topic “Theoretical Probability and Experimental Probability” is an important one. The purpose of this study is to effectively utilize the application of the theorem discovery teaching method with the support of artificial intelligence (AI) to create an active, interactive, and personalized learning environment in teaching the topic “Theoretical Probability and Experimental Probability.” Artificial intelligence not only provides diverse simulation models of probabilistic situations but also assists teachers in analyzing learning processes and offering timely feedback. The method used to achieve the research objectives is the theoretical research method. The most significant result of the paper is the development of a process and organization for applying the theorem discovery teaching method to the topic “Theoretical Probability and Experimental Probability,” supported by artificial intelligence, for 8th-grade students.

Keywords: *Theorem-discovery teaching, probability of events, artificial intelligence, process, teaching organization.*

VẬN DỤNG PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC KHÁM PHÁ ĐỊNH LÝ VÀO CHỦ ĐỀ “ XÁC SUẤT LÝ THUYẾT VÀ XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM” VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA TRÍ TUỆ NHÂN TẠO CHO HỌC SINH LỚP 8

Nguyễn Việt Dương¹, Nguyễn Ngọc Giang*²

* Tác giả liên hệ:
Email: giangnn@hub.edu.vn

¹ Email: duongnv@phd.hcmue.edu.vn
Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh
280 An Dương Vương, phường Chợ Quán,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam
Trường Trung học cơ sở Võ Văn Tần
Phường Bảy Hiền, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam
² Trường Đại học Ngân hàng Thành phố Hồ Chí Minh
36 Tôn Thất Đạm, phường Sài Gòn,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

Nhận bài: 27/10/2025
Chỉnh sửa xong: 14/11/2025
Chấp nhận đăng: 25/12/2025
Xuất bản: 20/02/2026

Tóm tắt: Trong các loại hình dạy học khám phá thì dạy học khám phá định lý là phương pháp dạy học cốt lõi. Phương pháp dạy học khám phá giúp học sinh kiến tạo kiến thức cho chính mình. Chủ đề “xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm” là chủ đề quan trọng. Mục đích của nghiên cứu là khai thác hiệu quả việc vận dụng phương pháp dạy học khám phá định lý với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo (AI) nhằm tạo ra môi trường học tập chủ động, tương tác và cá nhân hóa trong dạy học chủ đề “xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm”. Trí tuệ nhân tạo không chỉ đóng vai trò cung cấp mô hình mô phỏng tình huống xác suất đa dạng mà còn hỗ trợ giáo viên trong việc phân tích tiến trình học tập, đưa ra gợi ý kịp thời. Phương pháp dùng để đạt được mục tiêu nghiên cứu là phương pháp nghiên cứu lý luận. Kết quả quan trọng nhất của bài báo là xây dựng được quy trình và tổ chức được cách thức vận dụng phương pháp dạy học khám phá định lý vào chủ đề “Xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm” với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo cho học sinh lớp 8.

Từ khóa: *Dạy học khám phá định lý, xác suất lý thuyết và xác suất thực nghiệm, trí tuệ nhân tạo, quy trình, tổ chức dạy học.*

1. Đặt vấn đề

Thuyết kiến tạo đã trở thành một mối quan tâm lớn trong thế kỉ XX, đặc biệt trong tâm lí học phát triển và tâm lí học nhận thức, với những đóng góp

quan trọng của Bruner, Kelly, Piaget, Von Glaserfeld và Vygotsky. Thuyết kiến tạo được xem như một khái niệm cốt lõi gắn với quá trình học tập và giảng dạy. Các nhà kiến tạo đồng thuận rằng, tri thức là

sản phẩm cấu trúc của con người, song vẫn tồn tại những quan điểm khác nhau về bản chất của tri thức, thực tại và học tập. Từ đó, các tiếp cận kiến tạo đối với học tập thường được phân thành ba hướng chính: tiếp cận nhận thức - phát triển, tiếp cận kiến tạo xã hội và kiến tạo cấp tiến (Ozdem-Yilmaz & Bilican, 2025).

Luận điểm cốt lõi của thuyết kiến tạo nhận thức là trẻ em xây dựng tri thức thông qua tương tác với thế giới xung quanh. Những tương tác cho phép học sinh hình thành các lược đồ tư duy vốn được mở rộng và tinh chỉnh trong quá trình học tập. Tri thức cá nhân đã có và các cấu trúc nhận thức hiện hữu trở thành nền tảng để tiếp nhận kiến thức mới, nghĩa là học tập diễn ra khi tri thức mới được liên kết với tri thức cũ. Học tập theo thuyết kiến tạo nhận thức được xem như một quá trình tư duy, trong đó kiến thức được cấu trúc nội tại thông qua trải nghiệm, phân tích và tổng hợp. Theo Piaget, việc đồng hóa thông tin mới xảy ra khi kinh nghiệm phù hợp với cấu trúc tư duy hiện có. Ngược lại, các cấu trúc này sẽ được điều chỉnh để đạt trạng thái cân bằng nhận thức (Steiner, 2014; Ozdem-Yilmaz & Bilican, 2025).

Quan điểm của Bruner (2009) khác với Piaget khi ông cho rằng, mọi môn học đều có thể dạy cho mọi trẻ em ở bất kì giai đoạn phát triển nào, nếu được trình bày dưới hình thức phù hợp và trung thực về mặt trí tuệ. Theo Bruner, tri thức trong đời sống vốn đa dạng, linh hoạt và có thể được tiếp thu từ rất sớm. Quan điểm này của Bruner dẫn đến sự ra đời của phương pháp dạy học khám phá.

Trên thế giới, đã có nhiều công trình bàn về dạy học khám phá định lí. Bài báo "Students' Ability in Proving Pythagorean Theorem through Discovery Learning Model Using Geogebra Software" cho rằng, khó khăn của học sinh trong học định lí Pythagore là không thể sử dụng các khái niệm Toán học đã học trước đó. Toán học bị chi phối bởi các vấn đề thực tế gặp phải trong cuộc sống hằng ngày nhưng trong quá trình học Toán, giáo viên chỉ dạy tài liệu. Một khái niệm, định lí, mệnh đề đều được coi là hiển nhiên mà không cần quá trình khám phá trước đó. Dạy học khám phá là quá trình học tập giúp học sinh tự tìm ra ý tưởng mà không cần giáo viên hướng dẫn trực tiếp. Quá trình học tập sử dụng dạy học khám phá giúp học sinh ghi nhớ, hỗ trợ học sinh phát triển trí thông minh, tăng sự tò mò và tìm ra câu trả lời cho sự tò mò đó (Salsabila và cộng sự, 2017). Bài báo "Effect of the inquiry-based teaching approach on students' understanding of circle theorems in plane

geometry" cho rằng, dạy học khám phá cải thiện việc học cũng như tạo động lực hơn so với dạy học truyền thống nhất (Mensah-Wonkyi & Adu, 2016). Bài báo "Guided discovery of the nine-point circle theorem and its proof" cho rằng, dạy học khám phá thực hiện chứng minh định lí bằng cách làm theo một loạt các câu hỏi hoặc gợi ý hướng dẫn. Tuy nhiên, các hướng dẫn và câu hỏi và gợi ý được thiết kế để học sinh cảm thấy mình là người "phát hiện" ra chứng minh (Buchbinder, 2018).

Ở Việt Nam cũng đã có nhiều công trình bàn về dạy học khám phá định lí. Bài báo "Dạy học khám phá với việc dạy học định lí Toán học" cho rằng: Trong hai con đường khâu suy đoán và khâu suy diễn thì dạy học bằng khâu suy đoán là phù hợp với phương pháp dạy học khám phá. Quá trình khâu suy đoán được thể hiện qua các bước gợi động cơ học tập định lí; cho học sinh quan sát các đối tượng thỏa mãn các điều kiện hoặc kết luận của định lí; tổ chức cho học sinh tiến hành các phép đo đạc, phân loại các đối tượng nhằm bộc lộ quy luật ẩn chứa trong các đối tượng. Trong quá trình thực thực hiện, tùy mức độ có thể định hướng cho học sinh đi đến các dự đoán thông qua việc xem xét các trường hợp đặc biệt; dự đoán và phát biểu định lí; chứng minh định lí (Lê Võ Bình, 2003). Bài báo "Dạy học khám phá định lí Toán học bằng suy luận tương tự ở trường Trung học phổ thông" đề cập đến quy trình dạy học và cách thức tổ chức nội dung cấp số nhân gồm năm bước: Bước thứ nhất là xuất phát từ học khái niệm ban đầu để đi đến công thức số hạng tổng quát khái niệm. Bước thứ hai là kết nối kiến thức cần rút ra với kiến thức liên quan. Bước thứ ba là từ công thức liên quan rút ra công thức tổng quát cần tính. Bước thứ tư là kiểm chứng giả thuyết bằng phương pháp quy nạp Toán học. Bước cuối cùng là củng cố vận dụng định lí (Nguyễn Phương Thảo và các cộng sự., 2019). Bài báo "Sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ dạy học khám phá định lí" đưa ra quy trình dạy học khám phá định lí với sự hỗ trợ của GeoGebra gồm các yếu tố gợi động cơ, gợi lên sự quan tâm, tò mò, động viên và thu hút người học; đưa ra ví dụ minh họa sử dụng phần mềm GeoGebra thông qua các ví dụ và phản ví dụ; quan sát thông qua các đo đạc, so sánh, phân loại, tìm tòi, tìm kiếm và dự đoán; giải quyết bài toán; thể chế hóa định lí cũng như củng cố và vận dụng định lí (Phan Trọng Hải, 2013).

Trên thế giới, đã có nhiều công trình bàn về AI trong dạy học Toán. Bài báo "A Literature Review: The Use of Artificial Intelligence (AI) In Mathematics Learning" đề cập đến những tác động của AI trong

việc dạy học Toán trên các tiêu chí cá nhân hóa việc học, tự động đánh giá và hiệu đính, gia sư ảo và học tập tương tác dựa trên trò chơi (Nurwahid & Ashar, 2024). Bài báo “Optimizing Mathematics Learning Outcomes Using Artificial Intelligence Technology” cho rằng, trí tuệ nhân tạo tối ưu hóa việc học Toán bằng cách cung cấp những trải nghiệm cải thiện sự hiểu biết, đưa ra những phản hồi nhanh chóng, chính xác (Tulak và cộng sự, 2024). Bài báo “Artificial Intelligence in Education: Mathematics Teachers’ Perspectives, Practices and Challenges” nhận định giáo viên sử dụng AI trong dạy học Toán sẽ phải bỏ nhiều công sức hơn so với dạy học truyền thống. Ngoài ra, áp lực của công việc khiến việc áp dụng AI trong dạy học Toán không được như mong muốn (Wardat và cộng sự, 2024).

Ở Việt Nam, đã có nhiều công trình bàn về AI trong dạy học Toán. Bài báo “Tích hợp công nghệ AI vào thiết kế phim hoạt hình trong dạy học Toán ở tiểu học” giúp tự động hóa nhiều khâu trong quá trình sản xuất phim hoạt hình, tạo nhân vật, lồng tiếng, xử lý hình ảnh và biên tập nội dung. AI còn có khả năng phân tích dữ liệu học tập để cá nhân hóa nội dung hoạt hình theo trình độ và nhu cầu của từng học sinh, giúp tăng tính tương tác và hiệu quả tiếp thu kiến thức (Nguyễn Hữu Hậu và các cộng sự., 2025). Bài báo “Một số ứng dụng của ChatGPT trong dạy và học Toán” đề cập đến các lĩnh vực ứng dụng trong dạy học Toán như ứng dụng trong dịch thuật, trong tra cứu thuật ngữ Toán học, lên bố cục bài viết, bài giảng, tạo câu hỏi tương tự, thu thập và phân tích dữ liệu (Nguyễn Diệp & Huỳnh Thái Duy Phương, 2024). Bài báo “Vận dụng trí tuệ nhân tạo vào hoạt động trải nghiệm môn Toán ở trường phổ thông” bàn về việc AI hỗ trợ trong dạy học Toán thông qua các hoạt động mô phỏng và trực quan hóa các khái niệm Toán học, tạo sự hứng thú. Công nghệ AI giúp giáo viên tạo ra nội dung giảng dạy phong phú và tương tác theo hình thức trải nghiệm. Các ứng dụng có thể tự động tạo bài giảng, bài tập và ví dụ minh họa dựa trên nội dung giảng dạy. AI có thể chấm bài kiểm tra tự động, giảm gánh nặng công việc cho giáo viên (Vũ Ngọc Hòa, 2024).

Nội dung “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm” tạo điều kiện cho dạy học khám phá định lí với sự hỗ trợ của AI. Sử dụng AI, giáo viên và học sinh tạo được các mô hình dạy học động để học sinh thông qua các hoạt động tương tác, kiến tạo kiến thức cho học sinh. Tuy nhiên, dù đã có nhiều công trình bàn về dạy học khám phá định lí, sử dụng trí tuệ nhân tạo trong dạy học Toán và nội dung xác

suất thống kê là nội dung phù hợp với phương pháp dạy học khám phá định lí nhưng nội dung vận dụng phương pháp dạy học khám phá định lí vào chủ đề “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm” với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo cho học sinh lớp 8 còn là nội dung chưa có công trình nào đề cập. Đó là khoảng trống khoa học mà chúng tôi sẽ tập trung nghiên cứu. Bài báo trả lời hai câu hỏi nghiên cứu:

Câu hỏi 1: Quy trình vận dụng dạy học khám phá trong dạy học định lí “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm” với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo là gì?

Câu hỏi 2: Cách thức tổ chức vận dụng dạy học khám phá trong dạy học định lí “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm” với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo là gì?

2. Phương pháp nghiên cứu

Bài báo sử dụng phương pháp nghiên cứu lí luận. Trong nghiên cứu lí luận, bài báo tập trung vào nghiên cứu các quan điểm về dạy học khám phá định lí, so sánh đối chiếu các định nghĩa để rút ra những đặc trưng của dạy học khám phá định lí và phân loại dạy học khám phá. Trên cơ sở các công trình đã có, xây dựng các quy trình dạy học khám phá định lí cũng như đưa ra ví dụ minh họa dạy học khám phá định lí với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo. Bài báo phân tích các thuộc tính, mối quan hệ nhỏ hơn của dạy học khám phá định lí, cách thức sử dụng AI trong dạy học khám phá định lí. Việc phân tích thường kết hợp với việc đối chiếu tìm ra những cái chung, mối quan hệ bên trong dạy học khám phá định lí với sự hỗ trợ của AI.

Lí do chọn phương pháp nghiên cứu lí luận là cần cơ sở khoa học, so sánh các quan điểm khác nhau, các cách phân loại, tìm hiểu các quy trình dạy học khám phá khác nhau để đưa ra quy trình dạy học khám phá mới phù hợp với việc dạy học với sự hỗ trợ của AI. Phương pháp nghiên cứu lí luận giúp tổ chức dạy học được hợp lí, logic. Thông qua cách thức tổ chức dạy học, nghiên cứu kì vọng sẽ cải thiện được chất lượng dạy học khám phá định lí “xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm” với sự hỗ trợ của AI.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Quan điểm dạy học khám phá

Dạy học khám phá (Discovery) là hình thức học tập dựa trên sự tìm tòi (inquiry), kiến tạo, diễn ra trong tình huống giải quyết vấn đề. Đó là nơi người học vận dụng kinh nghiệm và kiến thức hiện có của bản thân để khám phá ra các sự kiện, các mối quan hệ và chân lí mới cần học hỏi (Bruner, 1961). Một định

nghĩa tương tự khác cho rằng, dạy học khám phá là phương pháp mà qua đó học sinh tương tác với môi trường bằng cách tìm tòi, tìm hiểu và thao tác với các đối tượng, vật lộn với các câu hỏi và tranh luận hoặc thực hiện các thí nghiệm (Ormrod, 1995). Trong khi đó, van Joolingen lại đưa ra một quan niệm khác khi viết dạy học khám phá là loại hình học tập mà người học tự xây dựng kiến bằng cách thử nghiệm với một lĩnh vực và suy ra các quy tắc từ kết quả của những thí nghiệm này. Ý tưởng cơ bản của loại hình học tập là vì người học có thể tự thiết kế các thí nghiệm trong lĩnh vực và tự suy ra các quy tắc của lĩnh vực đó nên học thực sự đang xây dựng kiến thức cho chính mình (Van Joolingen, 1998).

Sau các công trình của Bruner, van Joolingen bàn về khái niệm dạy học khám phá thì đã có nhiều công trình khác đưa ra các quan điểm khác nhau về dạy học khám phá. Dạy học khám phá là quá trình dạy học mà trong đó dưới sự tổ chức, điều khiển của người dạy, người học tự giác, tích cực chủ động chiếm lĩnh tri thức, kỹ năng thông qua các hoạt động tìm tòi khám phá, phát hiện tri thức mới, cách thức hoạt động mới, qua đó rèn luyện tính tích cực cho bản thân" (Lê Thị Trung, 2019). Dạy học khám phá là quan điểm dạy học hiện đại hướng người học vào hành động, người học sẽ bộc lộ năng lực khi được tham gia hoạt động. Bản chất của dạy học khám phá là thông qua các hoạt động học, người học tự tìm tòi, khám phá phát hiện ra tri thức mới dưới sự định hướng của giáo viên (Nguyễn Thị Thùy Trang, 2022).

Trong dạy học khám phá, điều quan trọng là hành động "khám phá" không nên được coi là "hành động tìm ra điều gì đó mà trước đây loài người chưa biết đến, mà đúng hơn là bao gồm tất cả các hình thức thu thập kiến thức cho bản thân bằng cách sử dụng trí óc của một người" (Bruner, 1961). Để hiện thực hóa việc dạy học khám phá, người học phải khám phá thông tin mục tiêu bằng cách khám phá các đối tượng hoặc tài liệu được cung cấp. Tương tự, thông qua việc học khám phá, người học trải qua một quá trình mà họ tự chịu trách nhiệm về việc học của mình, đạt đến đỉnh cao là việc tiếp thu một lượng kiến thức khổng lồ và đạt được các kỹ năng tư duy bậc cao (Ozdem-Yilmaz, 2025).

Trên cơ sở các công trình dạy học khám phá của các tác giả vừa nêu, chúng tôi cho rằng, dạy học khám phá là quá trình dạy trong đó người học dưới sự hướng dẫn của người dạy sẽ tự mình phát hiện và chiếm lĩnh kiến thức cũng như kỹ năng cần học. Thông qua các hoạt động hướng dẫn, hỗ trợ, người

học được thúc đẩy động cơ bên trong, phát triển tính tích cực trong học tập. Người học tự kiến tạo kiến thức cho chính mình chứ không phải tiếp nhận kiến thức một cách thụ động từ người dạy.

3.2. Phân loại dạy học khám phá

Có nhiều cách phân loại dạy học khám phá khác nhau. Cách phân loại thứ nhất dựa vào mức độ hỗ trợ của giáo viên của Lê Võ Bình (2003) và cách phân loại thứ hai dựa vào nguồn câu hỏi và nguồn câu trả lời của Nguyễn Phú Lộc (2001). Trên cơ sở hai cách phân loại dạy học khám phá này, chúng tôi đưa ra cách phân loại dạy học khám phá theo mức độ hỗ trợ gồm ba loại:

Thứ nhất là, dạy học khám phá có hỗ trợ tất cả. Trong cách dạy học khám phá này, giáo viên là người nêu câu hỏi dẫn dắt cho tất cả các hoạt động khám phá của học sinh. Học sinh là người trả lời tất cả các câu hỏi dẫn dắt đó để kiến tạo kiến thức cho chính mình.

Thứ hai là, dạy học khám phá có hỗ trợ nhất định. Trong cách dạy học khám phá này, giáo viên là người đưa ra một số câu hỏi dẫn dắt cho một số hoạt động khám phá chứ không phải tất cả. Học sinh là người trả lời các câu hỏi dẫn dắt đó để kiến tạo kiến thức cần thiết thông qua các câu hỏi dẫn dắt.

Thứ ba là, dạy học khám phá định hướng, không có sự hỗ trợ. Trong cách dạy học khám phá này, giáo viên là người đưa ra tên hoặc chủ đề khám phá hoặc chấp nhận chủ đề đề xuất từ học sinh, học sinh tự khám phá, kiến tạo kiến thức cho riêng mình không có sự trợ giúp của giáo viên. Cụ thể, cách phân loại được cho theo Bảng 3.

3.2. Quy trình dạy học khám phá

Có nhiều quy trình dạy học khám phá khác nhau. Muhibbin đề xuất mô hình gồm 6 bước sau (Lê Viết Minh Triết, 2021).

Bước 1: Tạo động cơ. Giáo viên đưa câu hỏi hoặc vấn đề và yêu cầu học sinh đọc hoặc nghe nội dung câu hỏi.

Bước 2: Xác định vấn đề cần giải quyết. Học sinh được tạo cơ hội để xác định các vấn đề và xây dựng dưới dạng một câu hỏi hoặc giả thuyết.

Bước 3: Thu thập dữ liệu. Học sinh thu thập dữ liệu và thông tin cần thiết để trả lời một câu hỏi hoặc để chứng minh giả thuyết.

Bước 4: Xử lý dữ liệu. Xử lý dữ liệu và thông tin sự kiện đã được học sinh thu thập và sau đó được giải thích.

Bảng 1: Phân loại dạy học khám phá theo mức độ hỗ trợ

Mức độ hỗ trợ	Hoạt động của giáo viên	Hoạt động của học sinh	Dạy học khám phá
Hỗ trợ tất cả	Nêu tất cả các câu hỏi dẫn dắt	Trả lời tất cả câu hỏi dẫn dắt, kiến tạo kiến thức cho chính mình	Khám phá có hỗ trợ tất cả
Hỗ trợ nhất định	Nêu một số câu hỏi dẫn dắt	Trả lời một số câu hỏi dẫn dắt, kiến tạo kiến thức cần thiết thông qua các câu hỏi dẫn dắt	Khám phá có hỗ trợ nhất định
Định hướng, không hỗ trợ	Cung cấp chủ đề hoặc chấp nhận chủ đề lựa chọn của học sinh	Học sinh tự khám phá, tự kiến tạo kiến thức không có câu hỏi dẫn dắt	Khám phá định hướng hay khám phá không hỗ trợ

(Nguồn: Các tác giả)

Bước 5: Kiểm chứng. Kiểm tra các kết quả xử lý các giả thuyết.

Bước 6: Khái quát hóa. Trong giai đoạn cuối này, học sinh học để rút ra kết luận nhất định và những khái quát hóa.

Dean (1996) đề xuất quy trình dạy học khám phá thứ hai gồm 6 bước, cụ thể như sau:

Bước 1: Khởi đầu. Học sinh thực hiện các hoạt động đọc, hiểu chứ không chỉ đọc lướt qua. Hoạt động bao gồm việc đưa ra nhiều ví dụ liên quan đến định lý thậm chí có những phản ví dụ mang lại hiểu quả trong việc tiếp cận định lý.

Bước 2: Công não (Brain storm). Học sinh đã có cảm nhận nhất định về những gì định lý yêu cầu. Học sinh cởi mở với những ý tưởng mới, tiếp nhận chúng mà không cần phân tích phê phán quá nhiều. Học sinh đưa ra phỏng đoán dựa trên các ví dụ và kiểm chứng các phỏng đoán đó.

Bước 3: Minh họa. Nếu pha động não thường là dài nhất trong việc chứng minh định lý, thì pha này thường là ngắn nhất. Học sinh nhận ra một chuỗi suy luận kết nối giả thiết với kết luận, hoặc tìm ra cách chứng minh định lý theo một con đường gián tiếp.

Bước 4: Thuyết phục. Đây là hoạt động học sinh xem xét lại lập luận của mình để xác định xem nó có hợp lệ hay không. Nếu hoạt động động não (Brainstorm) còn cầu thả, thì giai đoạn này lại gọn gàng, chặt chẽ. Mỗi mệnh đề “Nếu- thì” đều được kiểm tra cẩn thận để bảo đảm rằng có đầy đủ lí do hay cơ sở để chứng minh cho mệnh đề đó.

Bước 5: Suy ngẫm. Khi chứng minh được xem xét, phê phán và được xác định là một lập luận hợp lệ, học sinh thường coi như đã hoàn thiện quá trình học khám phá định lý. Tuy nhiên, chính ở thời điểm này, việc học hỏi lại có thể diễn ra nhiều nhất. Việc hoàn

thành chứng minh sẽ mang lại cho học sinh những hiểu biết và nhận thức mới về các khái niệm cơ bản đang được nghiên cứu. Do đó, đây chính là thời điểm để tìm kiếm những ví dụ mới, độc đáo về các khái niệm đó.

Bước 6: Mở rộng. Cũng giống như bước suy ngẫm, sau khi đã chứng minh được một định lý trong một hệ thống Toán học, có thể thử áp dụng định lý đó trong một hệ thống Toán học khái quát hơn hoặc hẹp hơn.

3.3. Quy trình vận dụng dạy học khám phá định lý Toán học với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo

Dạy học định lý Toán học bao gồm hai con đường đó là con đường khâu suy đoán và con đường khâu suy diễn. Trong hai con đường này thì con đường khâu suy đoán phù hợp với phương pháp dạy học khám phá (Lê Võ Bình, 2003). Chúng tôi đưa ra ba quy trình dạy học khám phá định lý với sự hỗ trợ của AI như sau (xem Bảng 2).

3.4. Ví dụ minh họa vận dụng dạy học khám phá định lý “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm” với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo

Như đề cập ở trên, có ba quy trình dạy học khám phá định lý “Xác suất lí thuyết và xác suất thí nghiệm”. Trong bài báo chúng tôi chỉ sử dụng quy trình dạy học khám phá định lý khâu nêu giả thiết. Hai quy trình khác được thực hiện tương tự nên chúng tôi không nêu ra ở đây.

Bước 1: Sử dụng AI tạo mô hình định lí

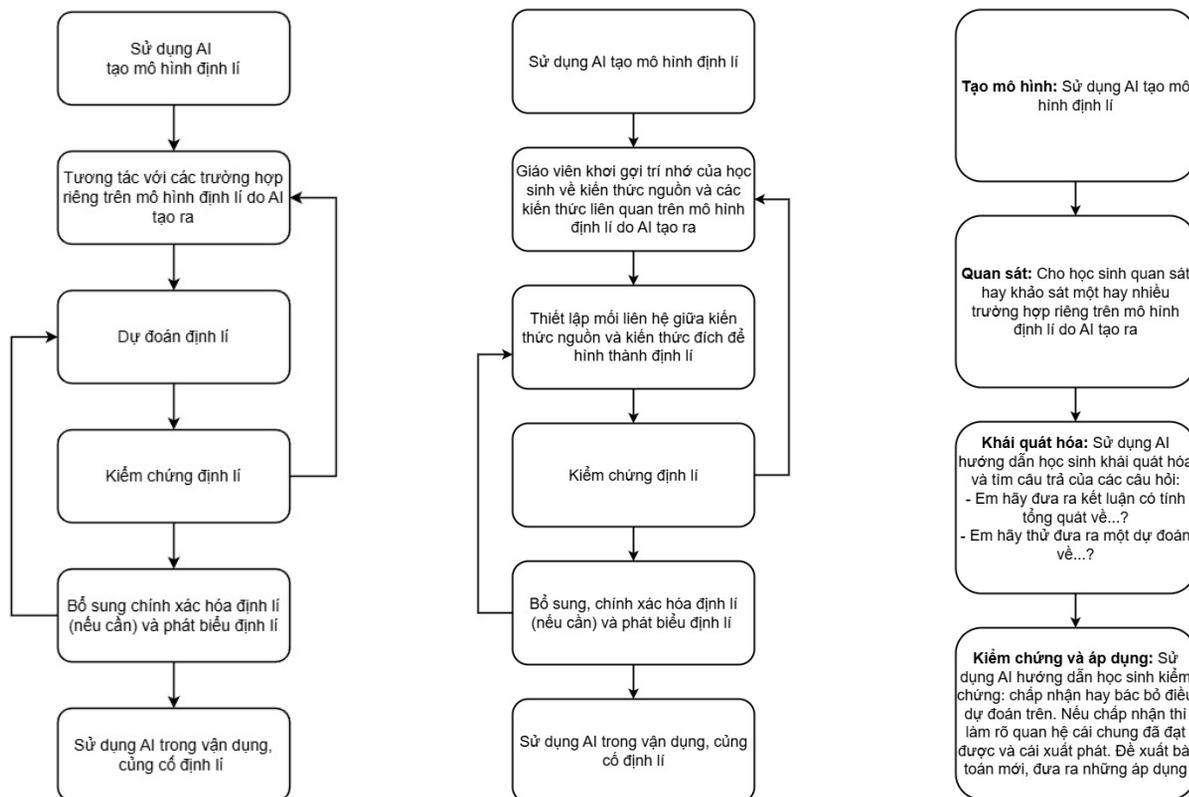
Sử dụng AI tạo mô hình định lý là sử dụng AI tạo ra sự mô phỏng. Mô phỏng này là mô phỏng trực quan thể hiện ba đặc trưng. Thứ nhất là giả thiết, thứ hai là kết luận và cuối cùng là mối quan hệ giữa chúng. Mô hình định lý cho phép học sinh quan sát, khám phá để “tự mình phát hiện” ra định lý.

Bảng 2: Các quy trình dạy học khám phá định lý với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo

Quy trình 1: Dựa vào quy trình dạy học khám phá định lý có khâu nêu giả thuyết của Nguyễn Phú Lộc (2010), nghiên cứu đưa ra quy trình dạy học khám phá định lý có khâu nêu giả thuyết với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo gồm các bước:

Quy trình 2: Dựa vào quy trình dạy học khám phá có hướng dẫn định lý Toán học bằng khâu suy luận tương tự của Nguyễn Phương Thảo và các cộng sự (2019), nghiên cứu đưa ra quy trình dạy học khám phá định lý có khâu suy luận tương tự với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo gồm các bước:

Quy trình 3: Dựa vào quy trình dạy học khám phá định lý với mối quan hệ cái riêng cái chung của Nguyễn Phú Lộc (2010), nghiên cứu đưa ra quy trình dạy học khám phá định lý với mối quan hệ cái riêng và cái chung với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo gồm các bước:



(Nguồn: Các tác giả)

Có nhiều AI có thể sử dụng để tạo mô hình chẳng hạn như Gemini, ChatGPT. Trong nghiên cứu, giáo viên tạo mô hình học định lý “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm” bằng lệnh gọi nhắc trên Claude AI như sau:

NM Tạo mô hình động giống thực tế mô tả mỗi lần ném vòng về phía cây cọc, hai sự kiện có thể xảy ra là: vòng trúng đích hoặc vòng không trúng đích. Sau khi ném vòng nhiều lần, ta tính được số các kết quả có thể xảy ra chính là tổng số lần ném vòng m và số các kết quả thuận lợi m(A) (là số lần ném vòng trúng cột). Trò chơi có nút nhập vào số lần ném vòng m tùy ý và số lần ném vòng trúng cột được tính bằng lệnh random. Mô hình hiện ra thông báo “Xác suất của biến cố A, được xác định bởi công thức $m(A)/m$, trong đó m(A) là số các kết quả ném trúng cột; m là tổng số lần ném. Ví dụ ném liên tiếp 1000 cái vòng thì có 499 cái trúng đích (tính bằng lệnh random) và 501 cái không trúng đích. Xác suất của biến cố “ném vòng trúng cột là” $499/1000$. Hình ảnh được mô tả trực quan có cọc và có vòng, có ô nhập lệnh tổng số lần ném bất kì, ô hiện số vòng ném trúng bằng lệnh random. Hãy tạo ra mô hình này. Mô hình có tên “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm”

(Nguồn: Các tác giả)

Hình 1: Nhập prompt mô tả mô hình cần tạo phục vụ học định lý “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm”

Việc mô tả ném vòng trên mô hình động tránh

được các hạn chế của việc tung vòng ngoài thực tế như khoảng cách giữa người ném vòng và cọc, các vòng có kích thước, khối lượng khác nhau, ném vòng 1.000.000 lần của các cái vòng khác nhau hay ném 1 vòng 1.000.000 cái, thời gian ném vòng, lực ném vòng. Việc ném vòng khi thực hiện trên mô hình động là hoạt động được lí tưởng hóa. Xác suất của việc ném vòng vào cọc luôn là $\frac{1}{2}$.

Claude AI tạo mô hình động:

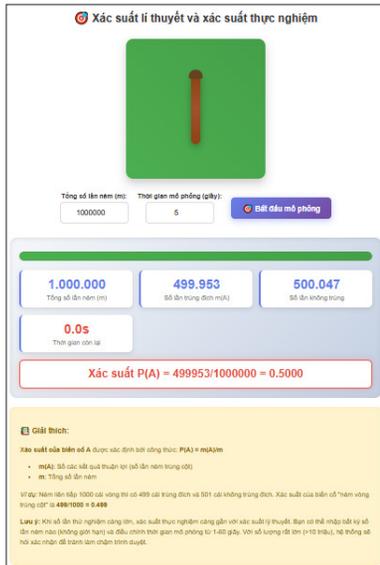


(Nguồn: Các tác giả)

Hình 2: Mô hình xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm

Bước 2: Tương tác với các trường hợp riêng trên mô hình định lý do AI tạo ra

Học sinh tương tác với 1.000.000 lần ném vòng:



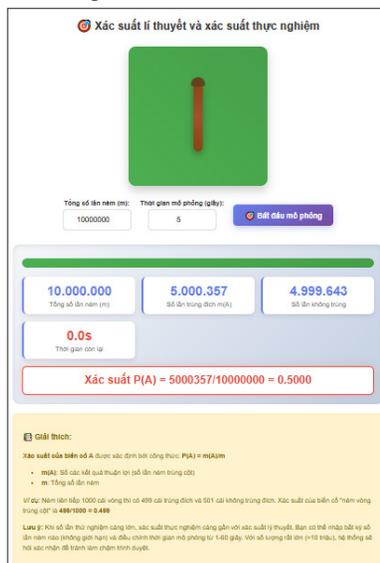
(Nguồn: Các tác giả)

Hình 3: Ném vòng 1000000 lần

Trong $m = 1000000$ lần ném có $m(A) = 499953$ lần ném trúng. Xác suất thực nghiệm của sự kiện ném vòng trúng cột là:

$$\frac{m(A)}{m} = \frac{499953}{1000000} \approx \frac{1}{2}$$

Học sinh tương tác với 10000000 lần ném:



(Nguồn: Các tác giả)

Hình 4: Ném vòng 10000000 lần

Trong 10000000 lần ném có 5000357 lần ném vòng trúng cột. Xác suất thực nghiệm của sự kiện ném vòng trúng cột là:

$$\frac{m(A)}{m} = \frac{5000357}{10000000} \approx \frac{1}{2}$$

Bước 3: Dự đoán định lý

Như vậy, các kết quả tung vòng là đồng khả năng. Tổng số lần tung là m , số lần tung trúng cột là $m(A)$, sự kiện tung vòng trúng cột là A thì là xác suất thực nghiệm của sự kiện ném vòng trúng cột được tính

$$\frac{m(A)}{m} \approx \frac{1}{2} (*)$$

Bước 3: Kiểm chứng định lý

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{1}{2} = 0,5$.

Giáo viên rút ra nhận xét: Như vậy khi số lần ném

càng lớn thì xác suất thực nghiệm $\frac{m(A)}{m}$ sẽ càng gần xác suất lý thuyết $P(A)$.

Bước 4: Bổ sung chính xác hóa định lý (nếu cần) và phát biểu định lý

Gọi $P(A)$ là xác suất xuất hiện biến cố A khi thực hiện một phép thử.

Gọi $m(A)$ là số lần xuất hiện biến cố A khi thực hiện phép thử đó m lần.

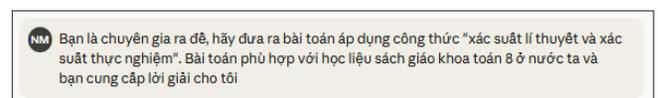
Xác suất thực nghiệm của biến cố A là tỉ số $\frac{m(A)}{m}$

Khi m càng lớn, xác suất thực nghiệm của biến cố A càng gần $P(A)$.

Bước 5: Sử dụng AI trong vận dụng, củng cố định lý

Sử dụng AI trong vận dụng, củng cố định lý là sử dụng AI tạo ra các bài toán tương tự, bài toán khái quát, bài toán khai thác mở rộng sau khi đã hoàn thành xong hoạt động phát biểu định lý. Qua việc sử dụng AI, giáo viên có thể cung cấp bài giải để học sinh khắc sâu, ghi nhớ và hiểu bản chất chất của định lý thông qua luyện tập, so sánh, khám phá thêm kiến thức mới.

Giáo viên hướng dẫn học sinh đưa ra lệnh prompt cho Claude AI



(Nguồn: Các tác giả)

Hình 5: Prompt bởi AI

Claude AI đưa ra bài toán

LỜI GIẢI CHI TIẾT:

Câu a) Tính xác suất thực nghiệm của An
Áp dụng công thức xác suất thực nghiệm:

- Gọi A là biến cố "xuất hiện mặt Sấp"
- Số lần xuất hiện biến cố A: $m(A) = 247$
- Tổng số lần thí nghiệm: $m = 500$

Xác suất thực nghiệm: $P_{\text{thực nghiệm}}(A) = m(A)/m = 247/500 = 0,494$
Đáp án: Xác suất thực nghiệm là 0,494 (hay 49,4%)

Câu b) Xác suất lí thuyết
Giải thích:

- Đồng xu cân đối, đồng chất có 2 mặt: Sấp và Ngửa
- Mỗi mặt có khả năng xuất hiện như nhau
- Số kết quả có thể xảy ra: $n = 2$
- Số kết quả thuận lợi cho biến cố A: $k = 1$

Xác suất lí thuyết: $P_{\text{lí thuyết}}(A) = k/n = 1/2 = 0,5$
Đáp án: Xác suất lí thuyết là 0,5 (hay 50%)

Tôi sẽ đưa ra một bài toán về xác suất lí thuyết và thực nghiệm phù hợp với chương trình Toán 8 ở Việt Nam.

BÀI TOÁN VỀ XÁC SUẤT LÍ THUYẾT VÀ THỰC NGHIỆM

Đề bài:
 An thực hiện thí nghiệm tung một đồng xu cân đối, đồng chất 500 lần liên tiếp. Kết quả thu được như sau:

- Số lần xuất hiện mặt "Sấp" (S): 247 lần
- Số lần xuất hiện mặt "Ngửa" (N): 253 lần

Câu hỏi:

- Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "xuất hiện mặt Sấp" trong thí nghiệm của An.
- Xác suất lí thuyết của biến cố "xuất hiện mặt Sấp" khi tung một đồng xu cân đối là bao nhiêu? Giải thích.
- So sánh xác suất thực nghiệm và xác suất lí thuyết. Nếu An tăng số lần tung lên 10.000 lần, em dự đoán điều gì sẽ xảy ra với xác suất thực nghiệm?
- Bình thực hiện cùng thí nghiệm và thu được 245 lần mặt "Sấp" trong 500 lần tung. Tính xác suất thực nghiệm của Bình và so sánh với kết quả của An.

(Nguồn: Các tác giả)

Hình 6: Bài toán được đưa ra bởi AI

và lời giải

LỜI GIẢI CHI TIẾT:

Câu a) Tính xác suất thực nghiệm của An
Áp dụng công thức xác suất thực nghiệm:

- Gọi A là biến cố "xuất hiện mặt Sấp"
- Số lần xuất hiện biến cố A: $m(A) = 247$
- Tổng số lần thí nghiệm: $m = 500$

Xác suất thực nghiệm: $P_{\text{thực nghiệm}}(A) = m(A)/m = 247/500 = 0,494$
Đáp án: Xác suất thực nghiệm là 0,494 (hay 49,4%)

Câu b) Xác suất lí thuyết
Giải thích:

- Đồng xu cân đối, đồng chất có 2 mặt: Sấp và Ngửa
- Mỗi mặt có khả năng xuất hiện như nhau
- Số kết quả có thể xảy ra: $n = 2$
- Số kết quả thuận lợi cho biến cố A: $k = 1$

Xác suất lí thuyết: $P_{\text{lí thuyết}}(A) = k/n = 1/2 = 0,5$
Đáp án: Xác suất lí thuyết là 0,5 (hay 50%)

(Nguồn: Các tác giả)

Hình 7: Lời giải bài toán tương tự được đưa ra bởi AI

Câu c) So sánh và dự đoán
So sánh:

- Xác suất thực nghiệm: 0,494
- Xác suất lí thuyết: 0,5
- Độ chênh lệch: $|0,5 - 0,494| = 0,006$

Dự đoán khi tăng số lần tung lên 10.000: Theo định luật số lớn, khi số lần thí nghiệm càng tăng, xác suất thực nghiệm sẽ càng tiến gần đến xác suất lí thuyết. Do đó, xác suất thực nghiệm sẽ gần với 0,5 hơn.

Câu d) So sánh kết quả của Bình
Xác suất thực nghiệm của Bình: $P_{\text{Bình}}(A) = 245/500 = 0,49$
So sánh:

- An: 0,494
- Bình: 0,49
- Cả hai đều gần với xác suất lí thuyết 0,5

Nhận xét: Mặc dù có sự khác biệt nhỏ, cả hai kết quả đều xoay quanh giá trị lí thuyết 0,5, điều này phù hợp với lí thuyết xác suất.

(Nguồn: Các tác giả)

Hình 8: Lời giải câu hỏi sáng tạo mới được đưa ra bởi AI

Giáo viên kiểm chứng lời giải là đúng. Học sinh tiếp thu kiến thức vận dụng, củng cố từ AI.

Giáo viên hướng dẫn học sinh sử dụng AI để tìm hiểu học định lí về nội dung "xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm". Định lí này có tên là định lí về luật số lớn. Giáo viên hướng dẫn học sinh đưa ra lệnh gọi nhắc:

Luật Số Lớn trong Xác Suất - Phiên bản trung học cơ sở

I. Phát biểu đơn giản (dành cho học sinh trung học cơ sở)
Ý tưởng cơ bản
Luật Số Lớn nói rằng:
"Khi bạn làm một thí nghiệm ngẫu nhiên nhiều lần, tần suất xuất hiện của một kết quả sẽ càng gần với xác suất lí thuyết của nó."

Công thức đơn giản
 Nếu làm thí nghiệm n lần và kết quả A xuất hiện m lần, thì:

$$\text{Tần suất} = \frac{m}{n}$$

Luật Số Lớn: Khi n càng lớn thì $\frac{m}{n}$ càng gần với xác suất $P(A)$

(Nguồn: Các tác giả)

Hình 9: Gọi nhắc lịch sử định lí

Claude AI đưa ra lịch sử của nội dung định lí được học. Học sinh tiếp thu kiến thức:

1. Thời xưa: Chơi bài và xúc xắc (thế kỷ 16)
Nhân vật: Gerolamo Cardano (1501-1576) - Bác sĩ và nhà toán học người Ý
Câu chuyện:

- Ông rất thích... đánh bạc!
- Khi chơi xúc xắc, ông nhận ra: "Tại sao lúc đầu thua nhiều, nhưng chơi nhiều thì kết quả dần đều hơn?"
- Ông bắt đầu ghi chép kết quả hàng trăm lần gieo xúc xắc
- **Phát hiện:** Càng gieo nhiều, mỗi mặt càng xuất hiện đều nhau!

Ý nghĩa: Đây là lần đầu tiên con người nhận ra có "quy luật" trong sự ngẫu nhiên!

2. Jakob Bernoulli - Người chứng minh (1654-1705)
Nhân vật: Jakob Bernoulli - Giáo sư toán học người Thụy Sĩ
Câu chuyện:

- Ông dành 20 năm cuối đời nghiên cứu xúc xắc
- Câu hỏi lớn: "Làm sao chứng minh được rằng kết quả thí nghiệm CHẮC CHẴN gần với lý thuyết?"
- Năm 1689-1704: Ông viết cuốn sách "Nghệ thuật Suy đoán"
- **Kết quả:** Ông chứng minh được về mặt toán học!
- Nhưng... ông mất năm 1705, sách mới xuất bản năm 1713!

Điều đặc biệt:

- Ông gọi định lý này là "**Định lý Vàng**" vì quá quan trọng!
- Đây là lần đầu tiên toán học giải thích được tại sao kinh nghiệm đáng tin!

Ví dụ của Bernoulli: "Nếu trong bình có 3000 viên bi trắng và 2000 viên bi đen, và bạn lấy ra từng viên rất nhiều lần, thì tỷ lệ bi trắng/bi đen sẽ gần 3:2!"

3. Thế kỷ 18-19: Mọi người cùng nghiên cứu
Laplace (1749-1827) - "Newton của Pháp"

- Ứng dụng Luật Số Lớn vào thiên văn học
- Giải thích tại sao đo nhiều lần rồi tính trung bình cho kết quả chính xác hơn!

Poisson (1781-1840)

- Năm 1835: Ông đặt tên "**Luật Số Lớn**" (Loi des grands nombres)
- Trước đó người ta chỉ gọi là "Định lý Bernoulli"

Câu chuyện thú vị: Poisson dùng Luật Số Lớn để nghiên cứu... tỷ lệ kết án oan! Ông tính xem có bao nhiêu % bị cáo bị kết án sai và đề xuất cải cách hệ thống tòa án!

4. Thế kỷ 20: Hoàn thiện (Kolmogorov, 1903-1987)
Câu chuyện:

- Kolmogorov - thiên tài người Nga
- Năm 1933: Ông xây dựng nền tảng toán học hiện đại cho xác suất
- Chứng minh dạng mạnh nhất của Luật Số Lớn

Ảnh hưởng:

- Nhờ ông, xác suất trở thành một ngành toán học nghiêm túc
- Mọi ứng dụng hiện đại (AI, big data, thống kê) đều dựa trên công trình của ông!

(Nguồn: Các tác giả)

Hình 10: Lịch sử định lí trên Claude AI

4. Thảo luận

Việc sử dụng AI trong dạy học định lí tạo ra bước dạy học mới. Thay vì gọi động cơ, khám phá định lí thì bước đầu tiên là sử dụng AI để tạo ra mô hình định lí. Bước này là bước quan trọng quyết định toán bộ cách thức dạy học khám phá. Dạy học khám phá

định lí thì học sinh vẫn là trung tâm nhưng vai trò của giáo viên cũng hết sức quan trọng. Giáo viên là nhân tố chủ chốt cung cấp mô hình AI trong dạy học định lí. Thông qua các hướng dẫn, hỗ trợ học sinh tích cực trong tìm tòi, khám phá kiến thức mới, phát triển khả năng sáng tạo giúp việc hiểu, vận dụng và củng cố định lí được sâu sắc. Các hoạt động dạy học đều tính đến sự tác động của yếu tố AI. Tuy nhiên, trong quy trình 1, 2 thì ba bước hình thành định lí, kiểm chứng định lí và phát biểu định lí là ba bước thuần túy tư duy Toán học. Tương tự, trong quy trình 3 thì hai bước quan sát và khái quát hóa là hai bước thuần túy tư duy Toán học. Học sinh cần phải thao tác theo lối tư duy thông thường để kiến tạo định lí. Qua các quy trình ta nhận thấy, với sự hỗ trợ của AI cũng tùy theo từng bước mà có sử dụng AI chứ không phải lạm dụng AI trong tất cả các bước của các quy trình.

5. Kết luận

Vận dụng phương pháp dạy học khám phá định lí vào chủ đề "Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm" với sự hỗ trợ của trí tuệ nhân tạo cho học sinh lớp 8 là cách thức dạy học mới. Đối với các quy trình dạy học định lí của Nguyễn Phú Lộc (2001), Nguyễn Phú Lộc (2010), Nguyễn Phương Thảo và các cộng sự (2019), nghiên cứu đã đưa vào một yếu tố mới của quy trình dạy học khám phá định lí đó là sử dụng AI để tạo mô hình định lí. Yếu tố mới này làm cho nó khác biệt với các quy trình dạy học khám phá định lí thông thường. Nghiên cứu còn chỉ ra đối với các quy trình thì việc sử dụng AI không phải ở khâu nào cũng sử dụng mà tùy vào từng bước của quy trình. AI là công cụ cung cấp môi trường tạo nên động cơ, khám phá cũng như là nhân tố giúp củng cố, vận dụng kiến thức. AI đóng vai trò như người khởi tạo, người hướng dẫn, người sáng tạo ra các bài toán mới giúp học sinh thúc đẩy động cơ bên trong. Nghiên cứu sẽ là tài liệu bổ ích giúp các thầy cô giáo, các nhà nghiên cứu, các cấp lãnh đạo có được tư liệu giúp nâng cao chất lượng dạy học trong thời đại trí tuệ nhân tạo. Hướng nghiên cứu tương lai là áp dụng phương pháp dạy học vào khái niệm, quy tắc, phương pháp cũng như giải toán.

Tài liệu tham khảo

Bruner, J. S. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*.
 Bruner, J. S. (2009). *The process of education*. Harvard university press.

Buchbinder, O. (2018). Guided discovery of the nine-point circle theorem and its proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(1), pp.138–153. <https://doi.org/10.1>

- 080/0020739X.2017.1363422
- Dean, E. E. (1996). Teaching the Proof Process. *College Teaching*, 44(2), pp.52–55. <https://doi.org/10.1080/87567555.1996.9933427>
- Lê Thị Trung. (2019). Vận dụng dạy học khám phá trong dạy học Khoa học ở trường tiểu học, *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 25.
- Lê Viết Minh Triết. (2021). *Dạy học khám phá hình học 10 với sự hỗ trợ của phần mềm động GeoGebra*. Luận án Tiến sĩ, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh.
- Lê Võ Bình. (2003). Dạy học khám phá với việc dạy học định lí Toán học. *Tạp chí Giáo dục*, 74(12/2003), tr.31-32.
- Mensah-Wonkyi, T. & Adu, E. (2016). Effect of the inquiry-based teaching approach on students' understanding of circle theorems in plane geometry. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 12, pp.61–74.
- Nguyễn Điệp & Huỳnh Thái Duy Phương. (2024). Một số ứng dụng của ChatGPT trong dạy và học Toán. *Tạp chí Thiết bị Giáo dục*, 1(308), tr.22–24.
- Nguyễn Hữu Hậu, Đào Chung Lan Anh, Cao Ngọc Hân, Lê Hà My, Hà Văn Tuần, Lương Thị Đào & Hà Minh Phương. (2025). Tích hợp công nghệ AI vào thiết kế phim hoạt hình trong dạy học Toán ở tiểu học. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Hồng Đức*, 76(05.2005), tr.82–92.
- Nguyễn Phú Lộc. (2001). Dạy học khám phá - một phương pháp dạy học nâng cao tính tích cực của học sinh trong dạy học Toán. *Tạp chí Giáo dục*, 19(12/2001), tr.37–38.
- Nguyễn Phú Lộc. (2010). *Dạy học hiệu quả môn Giải tích trong trường phổ thông*. NXB Giáo dục Việt Nam.
- Nguyễn Phương Thảo, Bùi Phương Uyên & Dương Hữu Tông. (2019). Dạy học khám phá định lí Toán học bằng suy luận tương tự ở trường trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt* (Kì 1, tháng 5 năm 2019), tr.76–79.
- Nguyễn Thị Thùy Trang. (2022). Vận dụng dạy học khám phá để phát triển năng lực tìm hiểu thế giới tự nhiên dưới góc độ Hóa học cho học sinh, *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội*, 67(4), pp.198-208. <https://doi.org/10.18173/2354-1075.2022-0085>
- Nurwahid, M. & Ashar, S. (2024). A Literature Review: The Use of Artificial Intelligence (AI) In Mathematics Learning. *Science and Education*, 3, pp.337–344.
- Ormrod, J. E. (1995). *Educational psychology: Principles and applications*, Pearson College Div.
- Ozdem-Yilmaz. (2025). Discovery Learning (Jerome Bruner). In *Principles of learning*. Springer Nature Switzerland. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-81351-1>
- Ozdem-Yilmaz, Y. & Bilican, K. (2025). Discovery learning-Jerome Bruner. *Science education in theory and practice: An introductory guide to learning theory* pp.173–187. https://doi.org/10.1007/978-3-030-43620-9_13.
- Phan Trọng Hải. (2013). Sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ dạy học khám phá định lí. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Cần Thơ*, 27(2013), tr.61–66.
- Salsabila, F., Johar, R. & Wahyuni, S. P. (2017). Students' Ability in Proving Pythagorean Theorem through Discovery Learning Model Using Geogebra Software. *Proceedings of AICS-Social Sciences 7, 2015*, pp.717–726. <https://jurnal.usk.ac.id/>
- Steiner, D. M. (2014). Learning, constructivist theories. In *Value Inquiry Book Series: Global Studies Encyclopedic Dictionary*, 276, pp.319-320.
- Tulak, T., Rubianus & Maramba', S. (2024). Optimizing Mathematics Learning Outcomes Using Artificial Intelligence Technology. *MaPan*, 12(1), pp.160–170. <https://doi.org/10.24252/mapan.2024v12n1a11>
- Van Joolingen, W. (1998). Cognitive tools for discovery learning. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 10, pp.385–397.
- Vũ Ngọc Hòa. (2024). Vận dụng trí tuệ nhân tạo vào hoạt động trải nghiệm môn Toán ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 20(S2), tr.43–49.
- Wardat, Y., Tashtoush, M. A., AlAli, R. & Saleh, S. (2024). Artificial Intelligence in Education: Mathematics Teachers' Perspectives, Practices and Challenges. *Iraqi Journal for Computer Science and Mathematics*, 5(1), pp.60–77. <https://doi.org/10.52866/ijcsm.2024.05.01.004>