

DESIGN AND EVALUATION OF VISUOGEOMETRY-TRAINER: A BAYESIAN KNOWLEDGE TRACING ADAPTIVE SYSTEM FOR 7TH GRADE VISUAL GEOMETRY EXERCISE

Dinh Quoc Nam^{*1}, Nguyen Thi Hang²,
Tran Ngoc Anh Thu³

Corresponding author
Email: dqnam268@gmail.com

¹ Vo Truong Toan Lower secondary School
11 Nguyen Binh Khiem street, Sai Gon ward,
Ho Chi Minh City, Vietnam

² Email: nguyennhangg1992@gmail.com
Dang Thuc Vinh Lower secondary School
1489/1 Dang Thuc Vinh street, hamlet 16,
Dong Thanh, Ho Chi Minh City, Vietnam

³ Email: anhthu12102001@gmail.com
Vo Truong Toan Lower secondary School
11 Nguyen Binh Khiem street, Sai Gon ward,
Ho Chi Minh City, Vietnam

Received: 10/7/2025

Revised: 15/8/2025

Accepted: 02/9/2025

Published: 15/12/2025

Abstract: This study details the design and initial evaluation of VisuoGeometry-Trainer, a Bayesian Knowledge Tracing (BKT) adaptive practice system aimed at addressing difficulties in visual geometry among 7th-grade students in Vietnam. The research methodology prioritizes pedagogical transparency, integrating: a structured question bank with items meticulously labeled with specific knowledge components (e.g., calculating the volume of a prism, identifying properties of a cube) and common misconceptions (e.g., confusing surface area with volume, misinterpreting 2D representations of 3D objects); a BKT-based model that probabilistically tracks the acquisition of each skill; and a transparent adaptive mechanism powered by the BKT model to emulate teachers' decision-making. Key findings from a pilot study with eight students indicate that the system's design is effective in personalizing learning paths, successfully identifying individual weaknesses, and adjusting difficulty levels in real-time.

Keywords: Adaptive learning, visual geometry, spatial reasoning, Bayesian Knowledge Tracing (BKT), educational technology.

THIẾT KẾ VÀ ĐÁNH GIÁ VISUOGEOMETRY-TRAINER DỰA TRÊN MÔ HÌNH BKT CHO HỌC SINH LỚP 7: TRƯỜNG HỢP BÀI TẬP CHỦ ĐỀ HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Dinh Quốc Nam^{*1}, Nguyễn Thị Hằng²,
Trần Ngọc Anh Thu³

Tác giả liên hệ
Email: dqnam268@gmail.com

¹ Trường Trung học cơ sở Võ Trường Toản
11 Nguyễn Bình Khiêm, phường Sài Gòn,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

² Email: nguyennhangg1992@gmail.com
Trường Trung học cơ sở Đặng Thúc Vịnh
1489/1, Đặng Thúc Vịnh, ấp 16, Đông Thạnh,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

³ Email: anhthu12102001@gmail.com
Trường Trung học cơ sở Võ Trường Toản
11 Nguyễn Bình Khiêm, phường Sài Gòn,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

Nhận bài: 10/7/2025

Chỉnh sửa xong: 15/8/2025

Chấp nhận đăng: 02/9/2025

Xuất bản: 15/12/2025

Tóm tắt: Nghiên cứu này trình bày chi tiết về việc thiết kế và đánh giá ban đầu 'VisuoGeometry - Trainer', một hệ thống luyện tập hình học trực quan thích ứng dựa trên mô hình BKT (Knowledge Tracing theo Bayesian), nhằm giải quyết những khó khăn của học sinh lớp 7 trong việc học hình học trực quan tại Việt Nam. Phương pháp nghiên cứu ưu tiên tính sự phạm, tích hợp một ngân hàng câu hỏi, gồm các thành phần kiến thức (Ví dụ: tính thể tích hình lăng trụ, nhận diện tính chất của hình lập phương) và sai lầm phổ biến (Ví dụ: nhầm lẫn giữa diện tích xung quanh và thể tích, diễn giải sai hình biểu diễn 2D của vật thể 3D); một mô hình người học dựa trên BKT, nhằm theo dõi hiệu suất trên từng kĩ năng và một cơ chế thích ứng minh bạch, vận hành bởi mô hình BKT được thiết kế nhằm mô phỏng các quyết định của giáo viên. Kết quả chính từ một nghiên cứu thử nghiệm trên 8 học sinh cho thấy, thiết kế của hệ thống có hiệu quả trong việc cá nhân hóa lộ trình học, xác định thành công trong việc xác định điểm yếu cá nhân và điều chỉnh độ khó theo thời gian thực.

Từ khóa: Học tập thích ứng, hình học trực quan, tư duy về hình học không gian, Bayesian Knowledge Tracing (BKT), công nghệ giáo dục.

1. Đặt vấn đề

Giáo dục Toán học đóng vai trò nền tảng trong việc trang bị cho học sinh khả năng tư duy logic và giải quyết vấn đề. Trong Chương trình Toán cấp Trung học cơ sở, hình học trực quan là một mảng kiến thức quan trọng, đòi hỏi học sinh không chỉ nắm vững các định lý, công thức mà còn phải phát triển tư duy về khả năng suy luận từ các hình vẽ. Nghiên cứu của Clements và Battista (1992) đã chỉ ra rằng, việc phát triển tư duy hình học là một quá trình phức tạp và là nền tảng cho sự hiểu biết Toán học sâu sắc hơn. Đặc biệt, việc hình dung và làm việc với các vật thể 3D (như hình hộp, hình lăng trụ) từ các hình biểu diễn 2D là một trong những rào cản nhận thức lớn đối với nhiều học sinh lớp 7.

Bối cảnh này càng trở nên cấp thiết khi Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 của Việt Nam đặt trọng tâm vào việc phát triển năng lực và phẩm chất người học, thay vì chỉ truyền thụ kiến thức. Các năng lực Toán học cốt lõi như tư duy và lập luận không gian, năng lực giải quyết vấn đề gắn với thực tiễn đòi hỏi những phương pháp dạy và học mới. Tuy nhiên, các phương pháp truyền thống trên lớp học với sĩ số đông thường gặp khó khăn trong việc theo dõi và hỗ trợ sát sao cho từng cá nhân, dẫn đến tình trạng nhiều học sinh chưa theo kịp hoặc gặp khó khăn trong việc tiếp thu các chủ đề trừu tượng như hình học không gian.

Công nghệ giáo dục, đặc biệt là các Hệ thống học tập thích ứng (Adaptive Learning Systems - ALS), mang lại một giải pháp đầy hứa hẹn (Brusilovsky & Peylo, 2003). Năng lực cốt lõi của một hệ thống ALS nằm ở khả năng mô hình hóa tri thức người học (Student knowledge modeling), tức là theo dõi và dự đoán mức độ thành thạo của người học đối với các đơn vị kiến thức cụ thể. Tuy nhiên, vẫn còn một khoảng trống đáng kể trong bối cảnh giáo dục Việt Nam, nơi thiếu vắng các hệ thống được thiết kế đặc thù cho chương trình giáo dục phổ thông và có tính minh bạch cao. Do đó, việc xây dựng một hệ thống thích ứng mà logic của nó có thể được hiểu rõ bởi giáo viên là một bước đi quan trọng.

Mô hình Bayesian Knowledge Tracing (BKT), được Corbett và Anderson (1995) giới thiệu lần đầu, là một trong những mô hình xác suất được ứng dụng phổ biến nhất cho bài toán này. BKT coi trạng thái tri thức của người học (biết hoặc chưa biết) là một biến ẩn và sử dụng thuật toán Bayes để cập nhật xác suất của trạng thái này sau mỗi tương tác của người học với hệ thống. Mặc dù các nghiên cứu trước đây đã chứng minh hiệu quả của BKT trong nhiều lĩnh vực

như lập trình hay đại số (Van De Sande, 2013), việc ứng dụng mô hình này cho các chủ đề mang tính tư duy không gian như hình học trực quan, đặc biệt trong bối cảnh Chương trình Giáo dục phổ thông mới của Việt Nam vẫn là một khoảng trống nghiên cứu cần được quan tâm.

Nghiên cứu này được thực hiện nhằm giải quyết khoảng trống được nêu ở trên thông qua việc thiết kế, phát triển và đánh giá hệ thống Visuogeometry - trainer. Hệ thống không chỉ là một công cụ công nghệ mà còn là một phương tiện để đánh giá ban đầu về tính khả thi và hiệu quả của thiết kế này. Thông qua một nghiên cứu thử nghiệm với học sinh lớp 7, nghiên cứu góp phần định hướng phát triển các năng lực Toán học cốt lõi (tư duy và lập luận, giải quyết vấn đề, mô hình hóa) và bồi dưỡng các phẩm chất như tính kiên trì, tinh thần trách nhiệm. Vì vậy, nghiên cứu tập trung trả lời các câu hỏi sau:

- 1) CH1: Kiến trúc hệ thống Visuogeometry-trainer dựa trên mô hình BKT được thiết kế và triển khai như thế nào để đáp ứng mục tiêu củng cố kiến thức và phát triển năng lực hình học trực quan lớp 7?
- 2) CH2: Hệ thống Visuogeometry-trainer thể hiện khả năng cá nhân hóa lộ trình luyện tập cho từng học sinh thông qua mô hình BKT ra sao?
- 3) CH3: Đánh giá ban đầu của học sinh về tính khả dụng, hiệu quả và trải nghiệm tổng thể khi sử dụng hệ thống Visuogeometry-trainer là gì?

2. Một số khái niệm

“Hệ thống học tập thích ứng là một hệ thống học tập sử dụng công nghệ và dữ liệu để điều chỉnh nội dung, phương pháp và tốc độ học sao cho phù hợp với từng cá nhân người học nhằm tối ưu hóa kết quả học tập. Hệ thống này thường sử dụng Trí tuệ nhân tạo (AI) hoặc các thuật toán để theo dõi tiến độ, phản hồi và năng lực học tập của người học theo thời gian thực” (FMIT Institute, n.d.). Các hệ thống này, đặc biệt là hệ thống dạy học thông minh (Intelligent Tutoring Systems) đã được chứng minh là có hiệu quả cao trong việc nâng cao kết quả học tập so với các phương pháp truyền thống (VanLehn, 2011).

Theo Cổ Tổn Minh Đăng (2023): “Giáo dục thông minh là thuật ngữ mô tả việc giáo dục trong một môi trường thông minh được hỗ trợ bởi công nghệ thông minh, sử dụng các công cụ và thiết bị thông minh nhằm hình thành nên những người học thông minh”. Khái niệm này được mở rộng bởi Hwang (2014), người định nghĩa môi trường học tập thông minh là một môi trường nhận biết được bối cảnh,

cho phép học tập mọi lúc, mọi nơi. Zhu và các đồng nghiệp (2016) cũng đã đề xuất một khung nghiên cứu cho giáo dục thông minh, nhấn mạnh các thành phần cốt lõi như lấy người học làm trung tâm và khả năng thích ứng.

Theo Van De Sande, B. (2013), mô hình Bayesian Knowledge Tracing (BKT) là một mô hình được sử dụng rộng rãi để theo dõi quá trình học tập của học sinh và ứng dụng vào các hệ thống dạy học thông minh. Mô hình này giúp dự đoán khả năng một học sinh đã thành thạo một kỹ năng cụ thể. Các phiên bản cải tiến của BKT đã được phát triển để tăng độ chính xác bằng cách cá nhân hóa các tham số cho từng học sinh (Yudelson và cộng sự, 2013) hoặc ước tính xác suất đoán mò và mắc lỗi dựa trên bối cảnh của câu hỏi (Baker và cộng sự, 2008).

Mô hình BKT có bốn tham số cơ bản:

$P(L_0)$: Xác suất ban đầu học sinh đã biết một kỹ năng cụ thể.

$P(G)$: Xác suất đoán đúng, tức là khả năng học sinh trả lời đúng ngay cả khi họ chưa biết kỹ năng đó.

$P(S)$: Xác suất mắc lỗi, tức là khả năng học sinh trả lời sai mặc dù họ đã biết kỹ năng đó.

$P(T)$: Xác suất học được, giả sử học sinh chưa biết kỹ năng đó và có khả năng học được sau một lần thử.

Mặc dù BKT là một mô hình phổ biến, các phương pháp khác cũng tạo ra mô hình hóa tri thức người học. Ví dụ, mô hình Phân tích yếu tố hiệu suất (Performance Factor Analysis - PFA) tập trung vào việc đánh giá cách mỗi thành phần kiến thức (KC) ảnh hưởng đến hiệu suất của học sinh trong một lần trả lời câu hỏi, xem xét cả yếu tố về số lần thực hành thành công và thất bại. Tuy nhiên, BKT được lựa chọn cho hệ thống VisuoGeometry - Trainer vì tính đơn giản, hiệu quả và đặc biệt là khả năng diễn giải cao. Logic cập nhật xác suất của BKT dựa trên câu trả lời của người học, tương đồng với cách một giáo viên suy luận về sự tiến bộ của học sinh, qua đó giúp mô hình trở nên minh bạch và dễ diễn giải.

Tính minh bạch và diễn giải của mô hình AI là một yếu tố then chốt trong công nghệ giáo dục. Không giống như các mô hình học sâu phức tạp (Deep learning) thường được coi là hộp đen (Black-box), BKT cho phép giáo viên và nhà nghiên cứu hiểu được lý do tại sao hệ thống lại đưa ra một quyết định cụ thể (Ví dụ: "Hệ thống đề xuất bài tập về hình lăng trụ vì xác suất thành thạo của học sinh ở kỹ năng này chỉ là 0.4"). Khả năng diễn giải này không chỉ xây dựng niềm tin cho người dùng là

giáo viên mà còn cung cấp những giá trị về quá trình học tập của học sinh, hỗ trợ việc can thiệp sư phạm một cách kịp thời và chính xác.

3. Phương pháp nghiên cứu

3.1. Thiết kế hệ thống VisuoGeometry-trainer

Kiến trúc tổng thể của hệ thống VisuoGeometry - Trainer được thiết kế theo mô hình ba thành phần bao gồm ngân hàng câu hỏi, mô hình người học và cơ chế thích ứng.

3.1.1. Ngân hàng câu hỏi

Nền tảng của hệ thống là một ngân hàng gồm khoảng 150 câu hỏi bao quát 4 chủ đề chính về hình học trực quan lớp 7: hình hộp chữ nhật & hình lập phương, hình lăng trụ đứng, diện tích và thể tích hình hộp, diện tích và thể tích hình lăng trụ. Mỗi câu hỏi được làm giàu bằng một bộ siêu dữ liệu có cấu trúc:

Knowledge_component (KC): Một nhãn xác định kỹ năng cốt lõi mà câu hỏi kiểm tra (ví dụ: `hinh_hop_lap_phuong`, `dien_tich_the_tich_hinh_hop`, `hinh_lang_tru_dung`, `dien_tich_the_tich_hinh_lang_tru`). Việc phân rã chương trình học thành các KC chi tiết cho phép hệ thống chẩn đoán chính xác nguồn gốc khó khăn của học sinh.

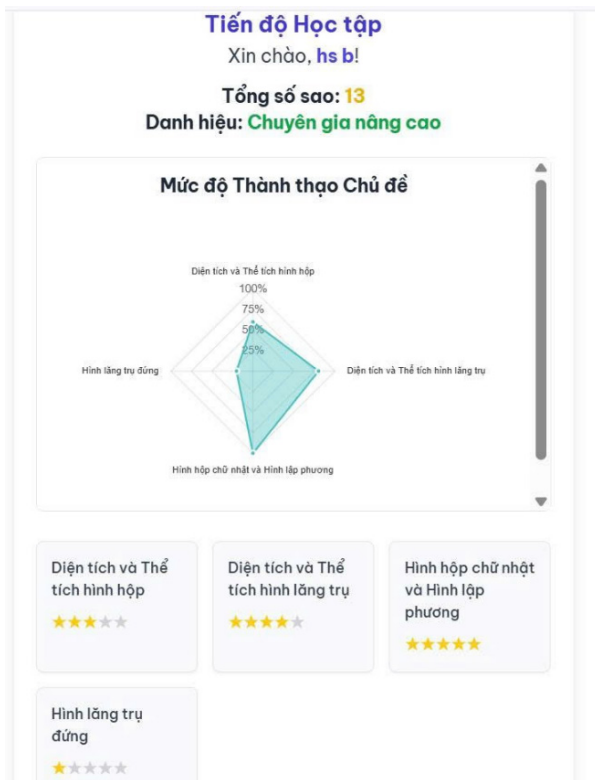
Difficulty_level: Mức độ khó của câu hỏi trên thang điểm từ 1 đến 5, do giáo viên đánh giá.

3.1.2. Mô hình người học

Hệ thống sử dụng một mô hình Bayesian Knowledge Tracing (BKT) để theo dõi trạng thái kiến thức của học sinh một cách xác suất. Cụ thể, mô hình này ước tính xác suất học sinh đã thành thạo một Kiến thức thành phần (KC) cụ thể, dựa trên chuỗi câu trả lời đúng/sai của học sinh cho KC đó. Các tham số của mô hình BKT bao gồm: $p(L_0)$ (xác suất ban đầu đã thành thạo), $p(T)$ (xác suất học), $p(S)$ (xác suất mắc lỗi) và $p(G)$ (xác suất đoán đúng).

Khi học sinh trả lời một câu hỏi, hệ thống sẽ cập nhật xác suất thành thạo của KC tương ứng. Quá trình này được thực hiện bằng cách tính toán xác suất mới dựa trên xác suất trước đó và kết quả trả lời (đúng hay sai). Xác suất thành thạo này được lưu trữ trong một vector thành thạo (`mastery_vector`), một từ điển ánh xạ mỗi KC tới xác suất thành thạo hiện tại của nó. Dựa trên vector này, một điểm thành thạo (`mastery_score`) được tính toán cho mỗi chủ đề, cung cấp một chỉ báo rõ ràng về năng lực hiện tại của học sinh và được trực quan hóa thông qua biểu đồ radar (Hình 1). Dữ liệu tương tác chi tiết, bao gồm xác suất thành thạo trước và sau khi trả lời cũng được ghi lại

trong file CSV (results_hs_b.csv) để phục vụ cho việc phân tích và đánh giá sau này.



(Ghi chú. Biểu đồ được tạo ra từ hệ thống học tập để theo dõi tiến độ của người học "hs b").

Hình 1: Biểu đồ radar thể hiện mức độ thành thạo chủ đề của học sinh

3.1.3. Cơ chế thích ứng dựa trên BKT

Cơ chế thích ứng của hệ thống hoạt động dựa trên mô hình Bayesian Knowledge Tracing (BKT) để cá nhân hóa lộ trình học tập cho từng học sinh. Thay vì sử dụng các quy tắc cứng nhắc, hệ thống đưa ra các quyết định sự phạm dựa trên xác suất thành thạo của học sinh đối với từng kiến thức thành phần (KC).

Mỗi khi học sinh trả lời một câu hỏi, phương thức update_mastery sẽ được gọi để cập nhật xác suất thành thạo (p_{L_after}) của KC tương ứng. Xác suất này được tính toán dựa trên xác suất trước đó (p_{L_before}) và kết quả trả lời của học sinh (đúng hoặc sai), sử dụng công thức của mô hình BKT.

Sau khi xác suất thành thạo được cập nhật, hệ thống sẽ sử dụng thông tin này để đưa ra quyết định tiếp theo. Ví dụ, hệ thống có thể:

Ưu tiên các bài tập cho KC mà học sinh có xác suất thành thạo thấp nhất.

Cung cấp câu hỏi có độ khó thấp hơn để củng cố kiến thức nếu xác suất thành thạo của một KC giảm

xuống sau khi học sinh trả lời sai.

Tăng độ khó hoặc chuyển sang một KC mới khi xác suất thành thạo của học sinh đã đạt mức cao.

Toàn bộ quá trình này được ghi lại chi tiết trong file results_hs_b.csv, bao gồm thời gian, KC, kết quả trả lời và xác suất thành thạo trước và sau mỗi lần tương tác. Điều này không chỉ giúp cá nhân hóa trải nghiệm học tập mà còn cung cấp một bản đồ chi tiết về sự tiến bộ của học sinh, giúp giáo viên dễ dàng chẩn đoán và hỗ trợ hiệu quả hơn.

3.2. Tổ chức thực nghiệm

Mục đích thực nghiệm: Tiến hành thực nghiệm để đánh giá hiệu quả về thiết kế của hệ thống.

Đối tượng tham gia: Một mẫu thuận tiện gồm 8 học sinh lớp 7 tại Trường Trung học cơ sở Võ Trường Toản đã được mời tham gia.

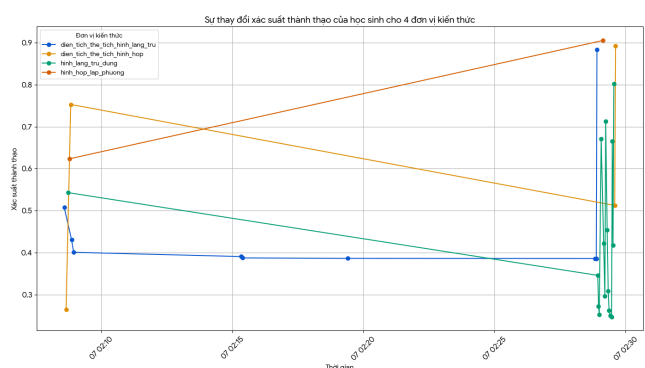
Quy trình tổ chức: Mỗi học sinh tham gia được hướng dẫn sử dụng hệ thống Visuogeometry-trainer để luyện tập trong 2 tuần. Vấn đề đạo đức như sự đồng ý của phụ huynh và ẩn danh dữ liệu đều được đảm bảo.

Thu thập dữ liệu: Dữ liệu được thu thập thông qua hai kênh gồm nhật ký tương tác của hệ thống (System logs) ghi lại toàn bộ quá trình làm bài của học sinh; một phiếu khảo sát trực tuyến được triển khai sau khi kết thúc quá trình thực nghiệm để thu thập ý kiến đánh giá của người học.

4. Kết quả nghiên cứu

4.1. Phân tích khả năng cá nhân hóa của hệ thống

Để minh họa cho khả năng cá nhân hóa (CH2), chúng tôi tiến hành phân tích sâu dữ liệu tương tác của một học sinh điển hình. Biểu đồ trong Hình 2 thể hiện sự thay đổi xác suất thành thạo của học sinh này đối với bốn đơn vị kiến thức khác nhau.



Hình 2: Biểu đồ mô phỏng sự thay đổi xác suất thành thạo của một học sinh

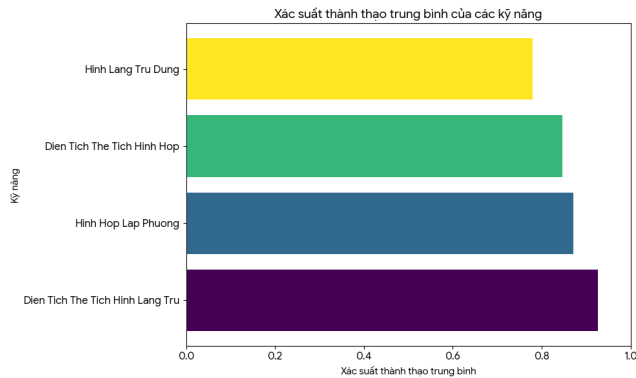
Phân tích biểu đồ cho thấy sự khác biệt rõ rệt trong quá trình tiếp thu kiến thức của học sinh.

Đối với đơn vị kiến thức hình_hop_lap_phuong (đường màu đỏ), học sinh thể hiện một quá trình học tập hiệu quả, nhanh chóng đạt được xác suất thành thạo ở mức cao và duy trì ổn định, cho thấy khả năng tiếp thu kiến thức tốt. Tương tự, với đơn vị kiến thức dien_tich_the_tich_hinh_hop (đường màu xanh), học sinh ban đầu gặp đôi chút khó khăn nhưng nhanh chóng cải thiện sau một chuỗi câu trả lời đúng, khiến xác suất thành thạo tăng đều và tiệm cận 1.0. Ngược lại, với đơn vị kiến thức dien_tich_the_tich_hinh_lang_tru (đường màu cam), quá trình học tập có phần thử thách hơn; học sinh trả lời sai nhiều lần, dẫn đến xác suất thành thạo có nhiều biến động và tăng chậm hơn. Cuối cùng, quỹ đạo của đơn vị kiến thức hình_lang_tru_dung (đường màu xanh lá) phác họa một quá trình học tập khó khăn nhất, đặc trưng bởi sự biến động dữ dội và các lần sụt giảm sâu, phản ánh sự chật vật và có thể là hiểu lầm khái niệm của học sinh.

Xác suất thành thạo trung bình cao nhất thuộc về kỹ năng “Diện tích, thể tích hình lăng trụ” (0.927),

Bảng 1: Thống kê mô tả về xác suất thành thạo cho từng kỹ năng

Kỹ năng	Giá trị trung bình	Giá trị trung vị	Độ lệch chuẩn
Diện tích, thể tích hình lăng trụ	0.927	0.908	0.050
Hình hộp, lập phương	0.872	0.921	0.214
Diện tích, thể tích hình hộp	0.847	0.928	0.224
Hình lăng trụ đứng	0.780	0.837	0.234

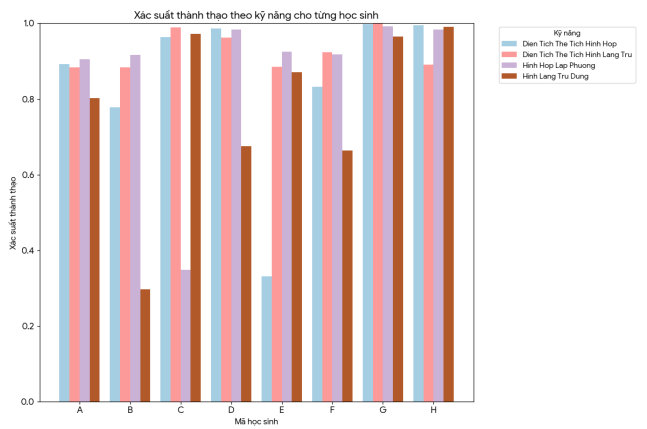


Hình 3: Xác suất thành thạo trung bình của các kỹ năng

trong khi kỹ năng “Hình lăng trụ đứng” có giá trị trung bình thấp nhất (0.780).

So sánh xác suất thành thạo theo từng học sinh

Biểu đồ dưới đây thể hiện xác suất thành thạo của mỗi học sinh đối với từng kỹ năng.



Hình 4: Xác suất thành thạo theo kỹ năng cho từng học sinh

Mặc dù một số học sinh có kết quả tốt trên tất cả các kỹ năng (Ví dụ: học sinh C và G) nhưng cũng có những trường hợp cho thấy sự chênh lệch lớn giữa các kỹ năng.

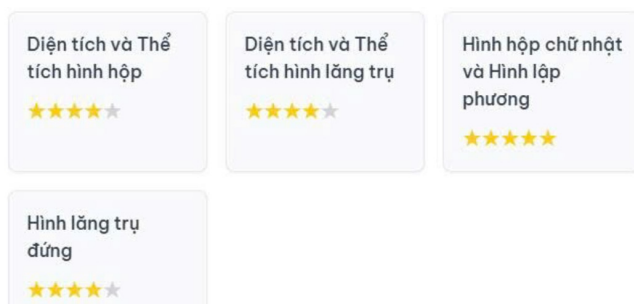
Đặc biệt, kỹ năng “Hình lăng trụ đứng” có sự phân hóa lớn về xác suất thành thạo giữa các học sinh, với một số học sinh có điểm rất thấp (Ví dụ: học sinh B có 0.30).

4.2. Phân tích kết quả khảo sát đánh giá của người dùng

Kết quả khảo sát (CH3) cung cấp những góc nhìn sâu sắc về trải nghiệm của người học. Dữ liệu phân tích từ phiếu khảo sát cho thấy những phản hồi rất tích cực về tính khả dụng, mức độ hài lòng và hiệu quả của hệ thống trong việc hỗ trợ học tập. Dữ liệu cho thấy, hệ thống có tính khả dụng cao và tạo được sự hứng thú cho người học. Cụ thể, 100% người tham gia nhận thấy hệ thống dễ sử dụng, trong đó 62,5% đánh giá là “Rất dễ sử dụng” và 37,5% là “Dễ sử dụng”. Tương tự, mức độ hài lòng của người dùng rất cao, với 75% cho biết “Rất thích” và 25% cho biết “Thích” sử dụng hệ thống để học tập. Những kết quả này cho thấy giao diện và phương thức tương tác của hệ thống được thiết kế phù hợp, tạo ra một trải nghiệm người dùng tích cực.

Hệ thống được người dùng đánh giá là một công cụ hiệu quả trong việc củng cố kiến thức. Mặc dù

thói quen tự học của học sinh chưa cao (50% chỉ “Thường xuyên” và 50% còn lại chỉ “Thỉnh thoảng” hoặc “Chỉ học trên lớp”), hệ thống vẫn được ghi nhận là có tác động tích cực. Phân tích chi tiết cho thấy hệ thống đã giúp củng cố kiến thức ở mức độ “Nhiều” hoặc “Rất nhiều” trên tất cả các nội dung được khảo sát. Đáng chú ý, không có bất kì người dùng nào lựa chọn phương án “Không có” tác dụng, cho thấy hiệu quả cảm nhận của hệ thống là nhất quán. Dữ liệu cũng chỉ ra rằng, hệ thống đặc biệt hữu ích cho các chủ đề mà học sinh đánh giá là khó, chẳng hạn như “Hình lăng trụ đứng” và “Diện tích, thể tích hình hộp”.



Hình 5: Giao diện bảng điều khiển thể hiện mức độ thành thạo các chủ đề của học sinh

5. Thảo luận

Các kết quả thu được đã trả lời một cách thuyết phục cho các câu hỏi nghiên cứu đặt ra. Nghiên cứu đã trình bày thành công một thiết kế hệ thống học tập thích ứng toàn diện, từ cơ sở lý thuyết sự phạm (phân loại câu hỏi, phát triển năng lực) đến nền tảng kỹ thuật (mô hình BKT). Phân tích dữ liệu thực nghiệm đã cung cấp minh chứng rõ ràng về khả năng cá nhân hóa của hệ thống, phù hợp với các phát hiện trong các nghiên cứu tương tự.

Điểm khác biệt của nghiên cứu này nằm ở việc triển khai và đánh giá hệ thống trong một bối cảnh cụ thể là môn Toán lớp 7 tại Việt Nam và với một chủ đề đặc thù là Hình học trực quan. Những phản hồi tích cực từ khảo sát cho thấy tiềm năng thực tiễn của hệ thống. Tuy nhiên, nghiên cứu vẫn tồn tại hạn chế về quy mô mẫu nhỏ và thời gian thực nghiệm ngắn. Do đó, các kết luận về hiệu quả cần được diễn giải một cách thận trọng.

Kết quả nghiên cứu mang lại những ý nghĩa sự phạm quan trọng. Bảng điều khiển trực quan không chỉ là công cụ cho học sinh tự theo dõi tiến độ mà còn là một công cụ chẩn đoán mạnh mẽ cho giáo viên. Việc sử dụng công nghệ như VisuoGeometry

- Trainer có thể tạo ra các cơ hội sự phạm mới, giúp giáo viên chuyển từ việc dạy các quy trình sang thúc đẩy sự hiểu biết sâu sắc về khái niệm (Pierce & Stacey, 2010). Dựa trên dữ liệu này, giáo viên có thể nhanh chóng xác định các cá nhân hoặc nhóm học sinh đang gặp khó khăn với một kỹ năng cụ thể để tổ chức các hoạt động phụ đạo. Hơn nữa, hệ thống giúp thúc đẩy quá trình học tập tự điều chỉnh, nơi học sinh nhận thức được điểm mạnh, điểm yếu của bản thân.

Bên cạnh những hạn chế đã nêu về quy mô mẫu và thời gian, nghiên cứu này cũng đối mặt với “vấn đề khởi đầu nguội” (Cold-start problem) của mô hình BKT, khi các tham số ban đầu ($p(L0)$, $p(T)$, $p(S)$, $p(G)$) được thiết lập dựa trên giả định thay vì dữ liệu thực tế của một quần thể lớn. Mặc dù hệ thống vẫn hoạt động hiệu quả, việc tinh chỉnh các tham số này từ một tập dữ liệu lớn hơn trong tương lai sẽ giúp tăng độ chính xác của mô hình. Hướng phát triển tiếp theo có thể bao gồm việc thực hiện một nghiên cứu so sánh đối chứng (Controlled trial) giữa một nhóm sử dụng VisuoGeometry - Trainer và một nhóm học theo phương pháp truyền thống để có những kết luận vững chắc hơn về hiệu quả học tập.

Link chứa toàn bộ dự án: <https://github.com/dqnam268-vtt/VisuoGeometry-Trainer>

Link chứa file CSV và tiến độ học tập: https://drive.google.com/drive/folders/1W-_A0qbOEVasmclqXbsJXXmfOEfPBK9o7?usp=sharing

Link chứa bộ câu hỏi khảo sát: <https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSf7fOSSyXUJydNkKZ0xC6igXb7OxGjFlgh0r7N03PC0CgBFlg/viewform?usp=header>

Link chứa dự án VisuoGeometry-Trainer: <https://github.com/dqnam268-vtt/VisuoGeometry-Trainer>

Link hệ thống: <https://dqnam268-vtt.github.io/VisuoGeometry-Trainer/>

6. Kết luận

Nghiên cứu đã thiết kế, phát triển và đánh giá thành công hệ thống VisuoGeometry-trainer. Kết quả cho thấy, hệ thống có khả năng mô hình hóa tri thức và cá nhân hóa lộ trình học tập, đồng thời được người học đón nhận tích cực. Công trình này đã khẳng định tiềm năng của việc ứng dụng mô hình BKT để xây dựng các công cụ hỗ trợ dạy và học môn Toán theo định hướng phát triển năng lực. Các hướng phát triển trong tương lai bao gồm: 1) Tiến hành một thực nghiệm đối chứng ngẫu nhiên

với quy mô lớn hơn để đưa ra những kết luận vững chắc hơn về hiệu quả; 2) Thu thập thêm dữ liệu để tinh chỉnh các tham số của mô hình BKT; 3) Mở rộng phạm vi của hệ thống cho các chủ đề và khối lớp khác.

Tài liệu tham khảo

- Baker, R. S., Corbett, A. T. & Aleven, V. (2008). More accurate student modeling through contextual estimation of slip and guess probabilities in Bayesian knowledge tracing. In B. P. Woolf, E. Aïmeur, R. Nkambou & S. Lajoie (Eds.), *Lecture Notes in Computer Science: Vol. 5091. Intelligent Tutoring Systems* (pp. 406–415).
- Brusilovsky, P. & Peylo, C. (2003). Adaptive and intelligent web-based educational systems. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 13(2-4), 159–172.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 420–464). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Corbett, A. T. & Anderson, J. R. (1995). Knowledge tracing: A model of student learning. *User Modeling and User-Adapted Interaction*, 4(4), 253–278.
- Cổ Tôn Minh Đăng (2023). Đặc điểm và một số mô hình dạy học theo định hướng giáo dục thông minh. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 19(05), 7–11.
- FMIT Institute (n.d.). *Hệ thống Học tập Thích ứng là gì?* FMIT Institute.
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y. & Lavicza, Z. (2008, July). *Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra*. Paper presented at the 11th International Congress on Mathematical Education, Monterrey, Mexico.
- Hwang, G. J. (2014). Definition, framework and research issues of smart learning environments - a context-aware ubiquitous learning perspective. *Educational Technology & Society*, 17(4), 221–233.
- McGuire, R. (2021). *What is adaptive learning and how does it work to promote equity in higher education*. Every Learner Everywhere.
- Pierce, R. & Stacey, K. (2010). Mapping pedagogical opportunities provided by mathematics analysis software. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 15(1), 1–20.
- Sorby, S. A. (2009). Educational research in developing 3-D spatial skills for engineering students. *International Journal of Engineering Education*, 25(3), 439–449.
- Van De Sande, B. (2013). Properties of the Bayesian Knowledge Tracing Model. *Journal of Educational Data Mining*, 5(2), 1–8.
- VanLehn, K. (2011). The relative effectiveness of human tutoring, intelligent tutoring systems, and other tutoring systems. *Educational Psychologist*, 46(4), 197–221.
- Yudelson, M. V., Koedinger, K. R. & Gordon, G. J. (2013). Individualized Bayesian knowledge tracing models. In S. K. D'Mello, R. A. Calvo & A. Olney (Eds.), *Proceedings of the 6th International Conference on Educational Data Mining* (pp. 171–178). International Educational Data Mining Society.
- Zhu, Z. T., Yu, M. H. & Riezebos, P. (2016). A research framework of smart education. *Smart Learning Environments*, 3(1), 1–17.

Lời cảm ơn: Các tác giả trân trọng cảm ơn tới Ban Giám hiệu, các thầy cô giáo và đặc biệt là các em học sinh Trường Trung học cơ sở Võ Trường Toản đã nhiệt tình tham gia và tạo mọi điều kiện thuận lợi để chúng tôi hoàn thành nghiên cứu thử nghiệm này.