

TEACHING TRIGONOMETRIC RATIOS IN RIGHT TRIANGLES TO GRADE 9 STUDENTS THROUGH A MATHEMATICAL MODELING APPROACH

Nguyen Thi Nga¹, Nguyen Thi Kieu Trinh^{*2}

* Corresponding author
Email: kieutrinhnghuyen2025@gmail.com

¹ Email: ngant@hcmue.edu.vn

^{1,2} Ho Chi Minh City University of Education
280 An Duong Vuong, Cho Quan ward,
Ho Chi Minh City, Vietnam

Received: 29/8/2025
Revised: 21/9/2025
Accepted: 10/10/2025
Published: 20/11/2025

Abstract: The 2018 General education Mathematics curriculum was officially introduced at the grade 9 level, emphasizing the development of competencies and personal qualities in the 2024 - 2025 academic year. Among these competencies, mathematical modeling plays a vital role in connecting mathematical knowledge with real-world situations. This article presents the design, implementation, and pedagogical orientations towards creating a lesson plan on the topic "Trigonometric ratios in right triangles", developed within a mathematical modeling framework. The primary goal was to enhance students' ability to apply mathematical models to analyze and solve practical problems. Based on an in-depth analysis of the curriculum and textbooks, along with surveys conducted with teachers and students, a series of real-world modeling tasks was developed. These tasks were implemented through experimental teaching, and the effectiveness of the instruction was assessed using a comparison approach. The findings indicated that students improved significantly in formulating mathematical representations from real-life contexts, solving mathematical problems, and interpreting results meaningfully. Moreover, students shown greater interest and more positive attitudes towards Mathematics learning.

Keywords: *Trigonometric ratios in right triangles, mathematical modeling, real-world problems, grade 9.*

DẠY HỌC HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG CHO HỌC SINH LỚP 9 THEO HƯỚNG MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC

Nguyễn Thị Nga¹, Nguyễn Thị Kiều Trinh^{*2}

* Tác giả liên hệ
Email: kieutrinhnghuyen2025@gmail.com

¹ Email: ngant@hcmue.edu.vn

^{1,2} Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh
280 An Dương Vương, phường Chợ Quán,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

Nhận bài: 29/8/2025
Chỉnh sửa xong: 21/9/2025
Chấp nhận đăng: 10/10/2025
Xuất bản: 20/11/2025

Tóm tắt: Năm học 2024 - 2025 là năm đầu tiên Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 được triển khai ở lớp 9 với trọng tâm phát triển phẩm chất và năng lực cho học sinh, trong đó năng lực mô hình hóa Toán học giữ vai trò then chốt trong việc gắn kết Toán học với thực tiễn. Trong bài viết này, chúng tôi trình bày kết quả của việc thiết kế, thực nghiệm và định hướng xây dựng kế hoạch bài dạy chủ đề "Hệ thức lượng trong tam giác vuông" theo hướng mô hình hóa Toán học nhằm bồi dưỡng cho học sinh khả năng sử dụng mô hình Toán học để giải quyết các vấn đề thực tiễn. Dựa trên việc phân tích Chương trình và Sách giáo khoa, khảo sát giáo viên và học sinh, chúng tôi xây dựng các bài toán theo quá trình mô hình hóa Toán học, tổ chức dạy học và đánh giá hiệu quả thông qua so sánh đối chứng. Kết quả cho thấy, học sinh có tiến bộ rõ rệt trong việc chuyển đổi tình huống thực tiễn thành bài toán Toán học, giải quyết bài toán và diễn giải kết quả phù hợp với ngữ cảnh ban đầu, đồng thời học sinh có thái độ tích cực và hứng thú hơn trong học tập môn Toán.

Từ khóa: *Hệ thức lượng trong tam giác vuông, mô hình hóa Toán học, bài toán thực tiễn, lớp 9.*

1. Đặt vấn đề

Giáo dục phổ thông hiện nay hướng đến mục tiêu phát triển toàn diện phẩm chất và năng lực của

người học. Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 nhấn mạnh việc vận dụng kiến thức vào thực tiễn, thể hiện qua việc hình thành năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh với các biểu hiện cụ

thể như nhận diện và mô tả các tình huống thực tiễn bằng mô hình Toán học, giải quyết bài toán trong mô hình đã thiết lập, diễn giải kết quả theo ngữ cảnh thực tế và kiểm chứng tính hợp lý của lời giải (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018).

Theo Swetz và Hartzler (1991), mô hình là một mẫu, một đại diện hoặc một minh họa được thiết kế để mô tả cấu trúc, cơ chế vận hành của sự vật, hiện tượng, hệ thống hoặc khái niệm. Theo Lê Thị Hoài Châu (2014), mô hình Toán học là sự giải thích bằng Toán học cho một hệ thống ngoài Toán học với những câu hỏi xác định mà người ta đặt ra trên hệ thống này. Nhiều nhà nghiên cứu đã đề xuất các quy trình mô hình hóa Toán học với cấu trúc và mức độ chi tiết khác nhau. Pollak (1969) trình bày mô hình cơ bản thể hiện sự chuyển đổi qua lại giữa thế giới thực và thế giới Toán học. Swetz & Hartzler (1991) đề xuất quy trình bốn giai đoạn gồm quan sát và xác định tình huống, xây dựng mô hình Toán học, phân tích kết quả và thông báo kết luận. Blum & Leiß (2007) mở rộng quy trình này thành bảy bước, nhấn mạnh vai trò quan trọng của việc tách biệt mô hình Toán học và tình huống thực tiễn. Stillman và các cộng sự (2008) tiếp tục phát triển quy trình chi tiết hơn với các bước điều chỉnh phù hợp với dạy học ở trường phổ thông. Theo Lê Thị Hoài Châu (2014), Nguyễn Thị Nga (2014), các tác giả đề xuất quá trình mô hình hóa Toán học phỏng theo Coulange (1997) gồm bốn bước: 1) Xây dựng mô hình phỏng thực tiễn, mô hình trung gian; 2) Xây dựng mô hình Toán học; 3) Giải quyết bài toán trong mô hình đã thiết lập; 4) Phân tích và kiểm định kết quả thu được. Trong nghiên cứu này, chúng tôi vận dụng quy trình mô hình hóa phỏng theo Coulange (1997) với mục tiêu đơn giản hóa nhưng vẫn đảm bảo tính hệ thống và khả năng áp dụng trong bối cảnh dạy học giải quyết bài toán thực tiễn ở trung học cơ sở.

Dạy học theo định hướng mô hình hóa Toán học là quá trình tổ chức hoạt động giúp học sinh trải nghiệm đầy đủ các bước của quá trình mô hình hóa, nhấn mạnh tính liên hệ thực tiễn, lấy học sinh làm trung tâm và phát triển năng lực cho học sinh. Trong những năm gần đây, nghiên cứu về dạy học theo định hướng này đã có những bước tiến quan trọng cả về phương diện lý luận và thực tiễn. Các công trình của Hoa Ánh Tường (2020), Nguyễn Dương Hoàng & Trần Nguyễn Minh Đăng (2023), Nguyễn Ái Quốc & Nguyễn Vũ Quỳnh Như (2024), Phạm Nguyễn Hồng Ngự & Trần Văn Chung (2025) đã đề xuất hướng nghiên cứu liên quan đến việc thiết kế nhiệm vụ thực tiễn, tổ chức dạy học và đánh giá năng lực

mô hình hóa Toán học của học sinh.

Trong Chương trình môn Toán lớp 9, chủ đề *Hệ thức lượng trong tam giác vuông* có tiềm năng đặc biệt trong việc phát triển năng lực mô hình hóa Toán học bởi các kiến thức về tỉ số lượng giác và mối quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác vuông có thể ứng dụng vào nhiều tình huống thực tiễn như đo khoảng cách, tính chiều cao, thiết kế công trình hay xác định độ dốc. Trong những năm gần đây, một số nghiên cứu đã tiếp cận dạy học chủ đề này theo hướng mô hình hóa Toán học cho học sinh lớp 9 như: Hà Chí Thành & Phạm Sỹ Nam (2021); Phan Hiếu Trung (2023); Phạm Huyền Trang, Nguyễn Ngọc Giang & Nguyễn Thị Hồng Thúy (2025). Các nghiên cứu này chủ yếu tập trung vào việc xây dựng quy trình dạy học, thiết kế tình huống và hệ thống bài tập gắn với bối cảnh thực tiễn nhằm phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh.

Tuy nhiên, kết quả khảo sát 20 giáo viên và 100 học sinh tại một số trường trung học cơ sở của khu vực lân cận phường Vĩnh Tân, Thành phố Hồ Chí Minh (năm học 2024 - 2025) cho thấy, giáo viên còn gặp khó khăn trong việc thiết kế tình huống thực tiễn và tổ chức các hoạt động dạy học theo định hướng phát triển năng lực, trong khi học sinh còn lúng túng ở các bước phân tích tình huống và kiểm nghiệm kết quả. Những kết quả này chỉ ra khoảng trống thực tiễn về sự thiếu vắng những mô hình dạy học cụ thể giúp giáo viên tích hợp bài toán thực tiễn vào chủ đề *Hệ thức lượng trong tam giác vuông*, từ đó hạn chế khả năng học sinh trải nghiệm toàn diện quá trình mô hình hóa Toán học. Do vậy, chúng tôi thiết kế và triển khai các hoạt động dạy học, đánh giá hiệu quả của dạy học theo định hướng mô hình hóa dựa trên kết quả thực hiện các bước của quá trình mô hình hóa, với điểm số được coi là minh chứng trực tiếp cho năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh, đồng thời ghi nhận sự tiến bộ trong thái độ học toán của học sinh lớp 9.

2. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu sử dụng phương pháp thực tiễn kết hợp thực nghiệm sư phạm nhằm đánh giá hiệu quả dạy học hệ thức lượng trong tam giác vuông theo hướng mô hình hóa Toán học. Trước thực nghiệm, chúng tôi tiến hành phân tích chương trình và sách giáo khoa lớp 9 (Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống), khảo sát 20 giáo viên và 100 học sinh. Nội dung khảo sát giáo viên tập trung vào quan điểm, thực trạng dạy học, khó khăn và đề xuất nâng cao năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh. Khảo

sát học sinh về thái độ, trải nghiệm với bài toán thực tiễn và năng lực mô hình hóa Toán học. Kết quả khảo sát cho thấy, giáo viên có vận dụng mô hình Toán học trong giảng dạy chủ đề, nhưng tần suất còn hạn chế (khoảng 15% giáo viên áp dụng thường xuyên). Học sinh gặp khó khăn khi chuyển đổi các yếu tố thực tiễn sang yếu tố Toán học và thiết lập mô hình Toán học. Dựa trên kết quả khảo sát, chúng tôi xây dựng kế hoạch bài dạy thực nghiệm gồm bốn bài toán thực tiễn theo quy trình mô hình hóa Toán học, gắn liền đời sống và dữ kiện được lựa chọn có mục đích.

Thực nghiệm được triển khai tại Trường Trung học cơ sở Vĩnh Tân, Thành phố Hồ Chí Minh, với hai nhóm học sinh lớp 9: Lớp thực nghiệm gồm 30 học sinh (Dạy học theo định hướng mô hình hóa Toán học) và lớp đối chứng gồm 30 học sinh (Dạy học thông thường). Dữ liệu thu thập bao gồm phiếu học tập, sản phẩm cá nhân và nhóm, bài kiểm tra, bảng hỏi đánh giá thái độ học tập. Bài kiểm tra sau tác động được thiết kế tương đồng với các bài toán sử dụng trong quá trình dạy học, nhằm đảm bảo tính nhất quán trong đánh giá. Phân tích dữ liệu được thực hiện theo hai hướng: Định lượng (thống kê mô tả, T-test, SMD, Pearson r) và định tính (phân tích bài làm tiêu biểu, nhận diện sai sót và biểu hiện năng lực). Thái độ học tập của học sinh được đo bằng bảng hỏi dựa trên thang đo ATMI rút gọn (Lim & Chapman, 2013).

2.1. Định hướng xây dựng kế hoạch bài dạy

Trong kế hoạch bài dạy, các bài toán được định hướng xây dựng theo 4 bước của quá trình mô hình hóa Toán học, bao gồm:

Bước 1. Hiểu và phân tích vấn đề thực tiễn. Học sinh phân tích tình huống thực tiễn của bài toán, loại bỏ dữ liệu không liên quan và bước đầu hình thành mô hình định tính thông qua hình vẽ phác họa trên giấy nháp hoặc ngay trên đề bài.

Bước 2. Thiết lập mô hình Toán học. Học sinh chuyển mô hình định tính sang mô hình Toán học cụ thể, sử dụng các yếu tố hình học như tam giác, đỉnh, góc, cạnh và lựa chọn hệ thức lượng trong tam giác vuông phù hợp để giải quyết vấn đề.

Bước 3. Trình bày lời giải trong mô hình Toán học. Thực hiện các phép tính, trình bày lời giải, tìm ra kết quả Toán học phù hợp với yêu cầu của đề bài.

Bước 4. Kiểm tra kết quả và đối chiếu với thực tiễn. Học sinh đánh giá tính hợp lý của lời giải, kiểm tra sai sót trong tính toán và điều chỉnh mô hình để phù hợp với bối cảnh thực tế.

Kế hoạch bài dạy được thực hiện trong hai tiết học (90 phút). Quá trình học tập được tổ chức linh hoạt, kết hợp giữa làm việc cá nhân, cặp đôi và nhóm bốn. Để đánh giá năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh qua các bài toán, chúng tôi phân tích các sản phẩm học tập như phiếu học tập và giấy nháp, sau đó đối chiếu với bảng kiểm (xem Bảng 1).

Bảng 1: Bảng kiểm đánh giá năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh qua các bài toán

STT	Tiêu chí đánh giá	Có	Không
Bước 1			
1	Nhận biết bài toán có đủ hoặc không đủ thông tin để giải.		
2	Chọn lọc đúng thông tin cần thiết, loại bỏ thông tin không cần thiết.		
Bước 2			
3	Vẽ đúng mô hình hình học phù hợp với bài toán (tam giác vuông).		
4	Mô tả đúng các yếu tố trên hình vẽ: điểm, đoạn thẳng, góc.		
5	Xác định đúng đại lượng cần tính (cạnh hoặc góc).		
Bước 3			
6	Giải thích được việc áp dụng hệ thức lượng trong mô hình.		
7	Viết đúng hệ thức hoặc tỉ số lượng giác phù hợp.		

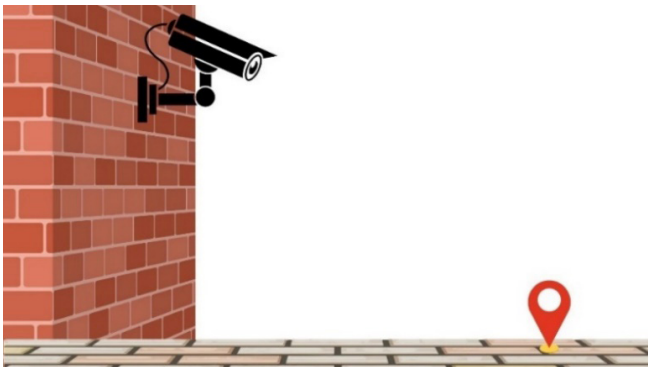
STT	Tiêu chí đánh giá	Có	Không
8	Thế số đúng, tính toán đúng kết quả, có sử dụng máy tính cầm tay (nếu cần).		
Bước 4			
9	Đối chiếu kết quả Toán học với tình huống thực tế để đưa ra kết luận hợp lí.		
10	Lí giải được sự thay đổi kết quả khi dữ kiện thay đổi hoặc đưa ra kết luận có cơ sở.		

2.2. Lựa chọn sự phạm trong thiết kế các bài toán

Các bài toán được thiết kế có chủ đích nhằm phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh. Khác với các bài toán trong sách giáo khoa thường gợi ý sẵn mô hình hoặc hướng giải, các bài toán được xây dựng không cung cấp hình vẽ, mô hình có sẵn hoặc dữ kiện đầy đủ. Ngược lại, mỗi bài toán chứa dữ kiện thiếu hoặc dư, buộc học sinh phải xác định thông tin thiết yếu (Bước 1) và tự xây dựng mô hình Toán học phù hợp (Bước 2).

Nội dung bài toán liên quan đến các tình huống thực tế mà học sinh thường gặp như gắn camera, dựng biển quảng cáo, lắp đèn chiếu sáng, đo khoảng cách trong sân trường... Dựa vào quá trình mô hình hóa Toán học, chúng tôi thiết kế bài toán dưới dạng các câu hỏi tự luận, trắc nghiệm đúng - sai, trắc nghiệm nhiều lựa chọn, phù hợp với định hướng đổi mới kiểm tra, đánh giá trong chương trình và cấu trúc đề thi tuyển sinh vào lớp 10 tại tỉnh Bình Dương (nay là Thành phố Hồ Chí Minh) năm 2025. Những lựa chọn sự phạm này giúp học sinh rèn luyện các bước của quá trình mô hình hóa, phát triển tư duy phân tích, khả năng giải quyết vấn đề trong bối cảnh thực tiễn. Dưới đây là phần trình bày đầy đủ nội dung của bài toán 1 với các câu hỏi yêu cầu học sinh phân tích dữ kiện để xác định thông tin cần thiết, vẽ hình, tìm khoảng cách, kiểm tra kết quả và đánh giá ảnh hưởng khi thay đổi độ cao của camera.

Bài toán 1 - Camera giám sát: Một chiếc camera giám sát của một trường học được gắn cố định trên tường như Hình 1. Theo tài liệu kĩ thuật của nhà sản xuất, camera có góc quan sát rộng 90° (nghĩa là camera có thể quan sát theo phương ngang từ trái sang phải với góc mở 90°) và có thể quay sang trái hoặc phải với phạm vi 45° mỗi bên (nếu cần thay đổi hướng nhìn). Mất camera được lắp đặt ở độ cao 2,4 mét so với mặt đất. Camera đang được cố định hướng nhìn nghiêng xuống với một góc 40° so với phương thẳng đứng. Hãy tính khoảng cách từ chân tường đến điểm xa nhất trên mặt đất mà camera có thể quan sát được.



Hình 1: Hình ảnh của bài toán 1

Câu 1. Bài toán có đủ dữ kiện để giải hay không? Thông tin nào là cần thiết để tính khoảng cách?

Câu 2. Vẽ hình và mô tả các kí hiệu trên hình.

Câu 3. Trình bày lời giải chi tiết.

Câu 4. Nếu camera được gắn cao hơn (ví dụ 3m) thì khoảng cách cần tìm trong bài có thay đổi hay không? Giải thích?

Tương tự hệ thống câu hỏi của bài toán 1 và bám sát các bước của quy trình mô hình hóa Toán học, chúng tôi thiết kế các bài toán 2, 3, 4 nhằm rèn luyện cho học sinh các thao tác xác định và tính toán số đo góc, khoảng cách, độ cao. Nội dung tóm tắt của bài toán 2, 3, 4 như sau:

Bài toán 2 - Thả diều: Dây diều dài 30 m, tay cầm cách mặt đất 1,1 m, diều bay cao hơn ngọn cây 3 m, cây cao 15 m. Tính góc tạo bởi dây diều và mặt đất, đồng thời xác định chiều dài dây nếu muốn diều bay cao 30 m.

Bài toán 3 - Dựng biển quảng cáo trên vách núi: Biển cao 3 m, đáy cách mặt đất 6 m, góc tạo bởi dây thép và mặt đất 60° . Tính chiều dài dây thép cố định biển.

Bài toán 4 - Lắp cột đèn chiếu sáng sân trường: Biết tia sáng tạo với phương thẳng đứng góc 42° , khoảng cách từ đèn tới điểm sáng là 10 m. Tính chiều cao cột đèn.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh lớp thực nghiệm qua các bài toán thực tiễn

Để đánh giá năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh lớp thực nghiệm, chúng tôi thống kê tỉ lệ học sinh thực hiện thành công ở từng bước của quá trình mô hình hóa Toán học trong Bảng 2 sau đây.

Bảng 2: Kết quả học sinh thực hiện được các bước của quá trình mô hình hóa Toán học khi giải các bài toán (%)

Bài toán	Bước 1	Bước 2	Bước 3	Bước 4	Trung bình
Bài 1	73,3	71,1	75,8	66,6	71,7
Bài 2	86,7	80,0	82,7	80,0	82,4
Bài 3	96,7	93,3	93,3	93,3	94,2
Bài 4	100	99,0	100	100	99,8

Kết quả ở Bảng 2 cho thấy, học sinh lớp 9 đã có sự tiến bộ rõ nét trong cả bốn bước của quá trình mô hình hóa Toán học. Tỉ lệ thực hiện đúng tăng dần qua từng bài toán, từ 71,7% lên đến 99,8%. Năng lực phân tích, lựa chọn mô hình Toán học và đối chiếu với thực tiễn được cải thiện.

Để đánh giá sự tiến bộ về năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh trong quá trình thực nghiệm, chúng tôi phân tích bài làm của học sinh lớp thực nghiệm qua các bài toán thực tiễn, tương ứng với các bước trong quá trình mô hình hóa Toán học.

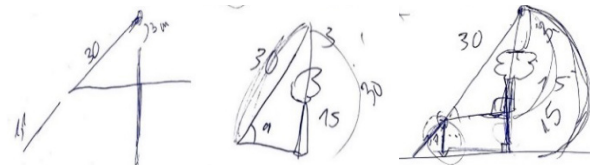
Bài toán 1 cho thấy, học sinh bước đầu thực hiện tốt việc phân tích và thiết lập mô hình Toán học, thể hiện qua hình vẽ tam giác vuông và công thức được lựa chọn đúng. Tuy nhiên, có một số học sinh còn ghi toàn bộ dữ kiện mà chưa biết chọn lọc thông tin cần thiết (xem Hình 2), học sinh xác định sai vị trí

góc nhọn dẫn đến dùng sai công thức. Học sinh trả lời cảm tính như “có thể” mà thiếu lập luận Toán học rõ ràng, cho thấy hạn chế ở bước đánh giá kết quả thực tiễn.

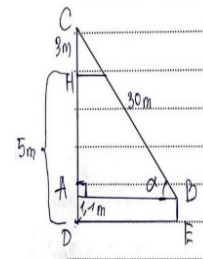
Bài toán có đủ điều kiện để giải.
 Thông tin:
 + Camera có góc quay sát ngang 90°
 + Có thể quay trái hoặc phải với phạm vi 45° mỗi bên.
 + Máy camera được lắp đặt ở độ cao 2,4 m so với mặt đất.
 + Camera đang cố định hướng nhìn nghiêng xuống với một góc 40° so với phương thẳng đứng.

Hình 2: Bài làm trên phiếu học tập của học sinh

Ở Bài toán 2, học sinh có tiến bộ ở bước phân tích và thiết lập mô hình, thể hiện qua việc xác định đúng dữ kiện và mô hình tam giác vuông (xem Hình 3). Học sinh thiết lập được mô hình Toán học của bài toán (xem Hình 4). Một số học sinh vẫn gặp khó khăn khi chọn sai mô hình ban đầu.



Hình 3: Mô hình trên giấy nháp của một nhóm học sinh



Hình 4: Mô hình trên phiếu học tập của học sinh

Ở Bài toán 3 và Bài toán 4, hầu hết các nhóm học sinh xác định đúng mô hình và giải đúng bài toán.

Bảng 3: Bảng phân tích điểm số bài kiểm tra của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng

	Lớp thực nghiệm		Lớp đối chứng	
	Trước tác động	Sau tác động	Trước tác động	Sau tác động
Giá trị trung bình	5,42	9,05	5,41	5,43
Độ lệch chuẩn (SD)	1,56	1,28	1,63	1,60
Hệ số tương quan r trước tác động và sau tác động	0,71		0,78	
Hệ số tương quan r giữa hai lần kiểm tra sau tác động	0,92		0,82	

3.2. So sánh năng lực mô hình hóa Toán học giữa lớp thực nghiệm và lớp đối chứng

Kết quả kiểm tra sau tác động cho thấy sự khác biệt rõ rệt về năng lực mô hình hóa Toán học giữa lớp thực nghiệm và lớp đối chứng. Lớp thực nghiệm có điểm trung bình cao hơn và thể hiện tốt hơn ở các bài toán yêu cầu vận dụng mô hình Toán học để giải quyết vấn đề thực tiễn. Kết quả phân tích điểm số bài kiểm tra của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng được trình bày trong Bảng 3.

Chúng tôi tiến hành kiểm định giả thuyết về sự khác biệt của điểm trung bình trước tác động bằng phép kiểm chứng T-test dành cho hai mẫu độc lập. Kết quả điểm trung bình của lớp thực nghiệm là 5,42, điểm trung bình của lớp đối chứng là 5,41. Kết quả kiểm định thu được $p = 0,3194446$, lớn hơn mức ý nghĩa 0,05. Điều này đồng nghĩa với việc chênh lệch điểm trung bình ban đầu giữa hai lớp là không đáng kể về mặt thống kê, hai lớp có mức độ xuất phát tương đương.

Điểm trung bình bài kiểm tra sau tác động của lớp thực nghiệm là 9,05 (SD = 1,28) và lớp đối chứng là 5,43 (SD = 1,60). Chênh lệch điểm số giữa hai nhóm với nhau là 3,62. Theo Cohen (1988), chênh lệch giá trị trung bình chuẩn của hai bài kiểm tra là $SMD \approx 2,50$, điều này khẳng định mức độ ảnh hưởng của tác động mà chúng tôi đưa ra trong chuyên đề là có tính thực tiễn, có ý nghĩa để ứng dụng trong hoạt động sư phạm và ảnh hưởng đến kết quả học tập của lớp thực nghiệm là rất lớn.

Chúng tôi thực hiện phép kiểm định T-test dành cho hai mẫu độc lập nhằm so sánh kết quả điểm số bài kiểm tra sau tác động giữa lớp thực nghiệm và lớp đối chứng. Kết quả thu được $p = 0,0000000$, nhỏ hơn mức ý nghĩa 0,05. Điều này cho thấy sự chênh lệch giữa điểm trung bình lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là có ý nghĩa.

Kết quả của phép kiểm chứng T - test phụ thuộc về điểm số bài kiểm tra trước tác động và sau tác động

của lớp thực nghiệm là $p = 0,000000001$, nhỏ hơn mức ý nghĩa 0,05. Xác suất ngẫu nhiên rất nhỏ. Kết quả này khẳng định sự tiến bộ về năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh do ảnh hưởng của tác động.

Phân tích hệ số tương quan Pearson (r) cho thấy điểm kiểm tra trước và sau tác động của lớp thực nghiệm ($r = 0,71$) và lớp đối chứng ($r = 0,78$) đều đạt mức tương quan rất lớn, phản ánh sự ổn định trong năng lực Toán học của học sinh ở cả hai nhóm. Đặc biệt, hệ số tương quan giữa hai lần kiểm tra sau tác động của lớp thực nghiệm là $r = 0,92$ và của lớp đối chứng là $r = 0,82$, cho thấy dữ liệu thu thập được có độ tin cậy cao và phản ánh đúng năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh.

Sau khi thực hiện tác động, tỉ lệ học sinh lớp thực nghiệm đạt điểm cao ở cả Bài toán 5 và Bài toán 6 chiếm khoảng 66,7% đến 70,0%, cho thấy học sinh đã thực hiện được các bước cơ bản của quá trình mô hình hóa Toán học và vận dụng được kiến thức của chủ đề vào giải quyết các bài toán thực tiễn. Một bộ phận học sinh (khoảng 13,0% đến 17,0%) biết sử dụng lại mô hình Toán học đã xây dựng để tính toán hợp lý và đưa ra lập luận tương đối khi đánh giá kết quả. Tuy nhiên, vẫn còn một số học sinh (khoảng 17,0%) chỉ mới dừng lại ở việc đưa ra kết luận mà chưa giải thích rõ ràng bằng lập luận Toán học, cho thấy học sinh tiếp tục cần được hỗ trợ để phát triển khả năng đánh giá kết quả (Bước 4).

Kết quả phân tích cho thấy, dạy học theo hướng mô hình hóa Toán học trong chủ đề hệ thức lượng trong tam giác vuông đã giúp học sinh lớp thực nghiệm tiến bộ rõ rệt. Dữ liệu thu thập có độ tin cậy và giá trị sử dụng cao, các kiểm định thống kê đều đạt mức ý nghĩa, khẳng định hiệu quả của tác động. Hầu hết học sinh lớp thực nghiệm đã nắm vững quy trình mô hình hóa Toán học và vận dụng hiệu quả vào giải quyết tình huống thực tiễn. Tuy nhiên, vẫn cần chú trọng bồi dưỡng khả năng đánh giá và diễn giải kết quả để nâng cao năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh.

Bảng 4: Kết quả thực hiện mô hình hóa Toán học trong Bài toán 5 và Bài toán 6 sau tác động của học sinh lớp thực nghiệm (%)

Tiêu chí đánh giá	Bài toán 5	Bài toán 6
Tỉ lệ học sinh đạt điểm cao (từ 8,5 điểm trở lên), thực hiện đầy đủ bốn bước của quá trình mô hình hóa Toán học.	66,7	70,0
Tỉ lệ học sinh biết sử dụng lại mô hình để tính toán và lập luận tương đối khi đánh giá kết quả.	16,7	13,3
Tỉ lệ học sinh có đánh giá kết quả nhưng diễn giải chưa rõ ràng.	16,7	16,7

3.3. Kết quả khảo sát thái độ của học sinh đối với việc học chủ đề hệ thức lượng trong tam giác vuông theo hướng mô hình hóa Toán học

Chúng tôi đã sử dụng bộ công cụ được thiết kế dựa trên những nghiên cứu của thang đo ATMI rút gọn do Lim & Chapman (2013) phát triển từ phiên bản ATMI của Tapia & Marsh (2004) để đo lường thái độ của học sinh với Toán (Lim & Chapman, 2013). Bộ câu hỏi khảo sát gồm 16 câu, chia thành 4 nhóm. Bảng hỏi đo các thành phần: yêu thích nội dung chủ đề (YT - 4 câu), sự tự tin và tự nhận thức khi học chủ đề (TT - 4 câu), động lực học chủ đề (ĐL - 4 câu), tầm

quan trọng và giá trị của chủ đề đối với cuộc sống (GT - 4 câu). Mỗi học sinh đánh giá mức độ đồng ý với từng phát biểu theo thang đo Likert 5 mức.

Kết quả khảo sát thái độ học tập môn Toán cho thấy, học sinh lớp thực nghiệm có mức độ yêu thích và tự tin cao hơn so với lớp đối chứng. Điều này chứng tỏ cách tiếp cận thực tiễn và mô hình hóa không chỉ giúp bồi dưỡng năng lực Toán học mà còn góp phần cải thiện thái độ học tập của học sinh.

Bảng 5 cho thấy, học sinh lớp thực nghiệm có thái độ tích cực và đồng thuận cao hơn ở cả bốn thành tố:

Bảng 5: Kết quả khảo sát thái độ của học sinh đối với chủ đề hệ thức lượng trong tam giác vuông dựa trên thang đo ATMI rút gọn

Mã	Nội dung	Lớp thực nghiệm		Lớp đối chứng	
		Trung bình	Độ lệch chuẩn	Trung bình	Độ lệch chuẩn
YT1	Em thích giải các bài toán thực tiễn có vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông.	3,84	0,82	2,73	1,05
YT2	Em thấy thú vị khi tự mình khám phá nhiều cách giải bài toán thực tiễn có vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông.	3,97	0,91	2,83	1,05
YT3	Em thực sự thích nội dung chủ đề hệ thức lượng trong tam giác vuông.	3,77	0,84	2,70	1,12
YT4	Em thấy vui khi giải quyết các bài toán thực tiễn có vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông hơn các bài toán thuần túy hình học.	3,45	1,09	3,00	1,23
TT1	Em không chắc chắn những gì em nên làm khi giải các bài toán thực tiễn liên quan đến hệ thức lượng trong tam giác vuông.	2,81	1,11	3,30	1,12
TT2	Em thấy mình có nhiều thiếu sót khi giải các bài toán thực tiễn liên quan đến hệ thức lượng trong tam giác vuông.	3,81	1,01	3,47	1,31
TT3	Em tin mình có thể áp dụng chính xác hệ thức lượng trong tam giác vuông để giải bài toán thực tiễn.	3,39	0,84	2,43	1,01
TT4	Em tự tin khi trình bày lời giải các bài toán thực tiễn có vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông trước lớp.	3,03	0,91	2,17	0,95
ĐL1	Khi học chủ đề hệ thức lượng trong tam giác vuông, em thích tìm hiểu các bài toán thực tiễn.	3,61	0,80	2,50	1,07
ĐL2	Khi học chủ đề hệ thức lượng trong tam giác vuông, em thích chuyển bài toán thực tiễn sang mô hình Toán học (tam giác vuông).	4,16	0,69	2,63	1,16
ĐL3	Thách thức khi giải bài toán thực tiễn liên quan đến hệ thức lượng trong tam giác vuông giúp em khơi dậy động lực học Toán.	3,81	0,98	2,37	1,10
ĐL4	Em sẵn sàng dành thêm thời gian để luyện tập các bài toán thực tiễn có vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông.	3,87	0,81	3,07	1,11
GT1	Em nghĩ rằng nội dung hệ thức lượng trong tam giác vuông trong môn Toán có liên quan đến cuộc sống.	4,29	0,78	3,20	1,30

Mã	Nội dung	Lớp thực nghiệm		Lớp đối chứng	
		Trung bình	Độ lệch chuẩn	Trung bình	Độ lệch chuẩn
GT2	Việc học hệ thức lượng trong tam giác vuông qua bài toán thực tiễn rất hữu ích cho cuộc sống hàng ngày.	4,10	0,83	3,13	1,20
GT3	Chủ đề hệ thức lượng trong tam giác vuông là một nội dung quan trọng để học sinh học tập.	4,03	0,80	3,07	1,26
GT4	Việc chuyển đổi từ bài toán thực tiễn sang bài toán Toán học trong hệ thức lượng trong tam giác vuông khiến em nhận thấy môn toán có giá trị thiết thực, hỗ trợ tốt cho học tập và nghề nghiệp tương lai của mình.	4,29	0,82	3,10	1,42
Cỡ mẫu		30		30	

Yêu thích, tự tin và tự nhận thức, động lực và giá trị thực tiễn của chủ đề. Đặc biệt, điểm trung bình cao và độ lệch chuẩn thấp ở lớp thực nghiệm phản ánh sự nhất quán trong nhận thức và thái độ của học sinh sau quá trình dạy học theo hướng mô hình hóa Toán học. Bên cạnh đó, học sinh lớp thực nghiệm có nhận thức tốt hơn về mối liên hệ giữa Toán học và cuộc sống, sự cần thiết của chủ đề trong học tập và nghề nghiệp cũng như sự hứng thú với cách tiếp cận bài toán thực tiễn. Những chuyển biến này khẳng định việc thực hành dạy học hệ thức lượng trong tam giác vuông theo hướng mô hình hóa Toán học giúp nâng cao kết quả học tập và thái độ tích cực của học sinh.

4. Kết luận

Thực nghiệm dạy học *Hệ thức lượng trong tam giác vuông* cho học sinh lớp 9 theo hướng mô hình hóa Toán học tại Trường Trung học cơ sở Vĩnh Tân, Thành phố Hồ Chí Minh, năm học 2024 - 2025 đã chứng minh hiệu quả của nghiên cứu. Học sinh tiến bộ rõ rệt ở các bước của quá trình mô hình hóa Toán học, từ phân tích tình huống, lựa chọn dữ kiện, thiết lập mô hình đến đánh giá kết quả thực tiễn; khả năng vận dụng kiến thức Toán học vào giải quyết vấn đề thực tiễn được nâng cao, đồng thời học sinh

có thái độ học tập tích cực, hứng thú hơn. Kết quả này khẳng định rằng dạy học theo hướng mô hình hóa Toán học không chỉ nâng cao năng lực Toán học mà còn làm nổi bật vai trò kết nối kiến thức với thực tiễn, hiện thực hóa mục tiêu phát triển phẩm chất và năng lực người học theo Chương trình Giáo dục phổ thông 2018. Nghiên cứu cung cấp cơ sở lý luận và thực tiễn quan trọng, hỗ trợ giáo viên trong việc thiết kế và tổ chức các hoạt động học tập nhằm bồi dưỡng năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh.

Nghiên cứu được thực hiện tại một trường và một khối lớp cụ thể, nên kết quả có thể chưa hoàn toàn đại diện cho toàn bộ học sinh trung học cơ sở, tuy nhiên, hạn chế này không làm giảm giá trị khoa học và thực tiễn của nghiên cứu, đồng thời tạo tiền đề cho các nghiên cứu mở rộng với mẫu học sinh đa dạng hơn và ở nhiều địa phương khác nhau. Kết quả nghiên cứu mở ra hướng ứng dụng và phát triển tiếp theo: xây dựng các tình huống thực tiễn đa dạng và phù hợp trong nhiều chủ đề Toán học, nhằm bồi dưỡng toàn diện năng lực mô hình hóa Toán học, nâng cao khả năng giải quyết vấn đề, tư duy phản biện và sáng tạo của học sinh ở các cấp Trung học cơ sở và Trung học phổ thông.

Tài liệu tham khảo

Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018). *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán* (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26 tháng 12 năm 2018). Hà Nội.

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modeling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modeling: Education, Engineering and*

Economics (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed). Lawrence Erlbaum Associates.

Coulange, L. (1997). Les problèmes “concrets” à “mettre en équations” dans l’enseignement. *Petit x*, (47).

Hà Chí Thành & Phạm Sĩ Nam. (2021). Thiết kế tình huống dạy học khái niệm tỉ số lượng giác của góc

- nhọn trong tam giác vuông nhằm phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh lớp 9. *Tạp chí Thiết bị Giáo dục*, 2(12), 24-26.
<https://vjol.info.vn/index.php/tctbgd/article/view/65354>
- Hà Huy Khoái (Tổng Chủ biên), Cung Thế Anh - Nguyễn Huy Đoàn (đồng Chủ biên) - Nguyễn Cao Cường - Trần Mạnh Cường - Doãn Minh Cường - Trần Phương Dung - Sĩ Đức Quang - Lưu Bá Thắng - Đặng Hùng Thắng (2024). *Toán 9 (Tập một)*. NXB Giáo dục Việt Nam. Hà Nội.
- Hoa Ánh Tường. (2020). Định hướng dạy học nhằm khai thác một đặc trưng về thành tố của năng lực mô hình hóa Toán học. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội: Khoa học Giáo dục*, 4(65).
<https://vjol.info.vn/index.php/DHSP-GD/article/view/56665>
- H. Pollak. (1969). *How can we tech application of mathematics? Education Studies in Mathematics*, 2, 393-404.
- Lê Thị Hoài Châu. (2014). Mô hình hóa trong dạy học khái niệm đạo hàm. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 65, 5-18.
- Lim, S. Y. & Chapman, E. (2013). Development of a short form of the Attitudes Toward Mathematics Inventory. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 145-164.
<https://doi.org/10.1007/s10649-012-9414-x>
- Nguyễn Ái Quốc & Nguyễn Vũ Quỳnh Như. (2024). Phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trong dạy học giải bài toán thực tiễn (Toán 10). *Tạp chí Giáo dục*, 24(6), 22-27. <https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/1533>
- Nguyễn Dương Hoàng & Trần Nguyễn Minh Đăng. (2023). Một số biện pháp phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh trong dạy học giải các bài toán thực tiễn (Toán 9). *Tạp chí Giáo dục*, 23(14), 18-22.
<https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/822>
- Nguyễn Thị Nga. (2014). Bàn về vấn đề dạy học mô hình hóa Toán học ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội: Khoa học Giáo dục*, 59(8), 69-75.
- Phạm Huyền Trang, Nguyễn Ngọc Giang & Nguyễn Thị Hồng Thúy. (2025). Dạy học phát triển năng lực mô hình hóa Toán học chủ đề "Tỉ số lượng giác của góc nhọn" (Toán 9). *Tạp chí Giáo dục*, 25(đặc biệt 2), 63-67.
<https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/3357>
- Phạm Nguyễn Hồng Ngự & Trần Văn Chung. (2025). Xu hướng nghiên cứu về mô hình hóa Toán học trong giáo dục đại học trên thế giới giai đoạn 2018 - 2023 và một số khuyến nghị cho Việt Nam. *Tạp chí Giáo dục*, 25(1), 24-30.
<https://tcgd.tapchigiaoduc.edu.vn/index.php/tapchi/article/view/2710>
- Phan Hiếu Trung. (2023). Xây dựng bài tập tỉ số lượng giác liên quan đến thực tế nhằm phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh lớp 9. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Đồng Tháp*, 12(03S), 49-61. <https://doi.org/10.52714/dthu.12.03S.2023.1126>
- Stillman, G., Brown, J. & Galbraith, P. (2008). Research into the teaching and learning of applications and modelling in Australasia. In H. Forgasz, A. Barkatsas, A. Bishop, B. Clarke, S. Keast, W. T. Seah & P. Sullivan (Eds.), *Research in mathematics education in Australasia 2004-2007* (pp. 141-164). Rotterdam: Sense Publishers.
- Swetz, F. J. & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Tapia, M. & Marsh, G. E. (2004). An instrument to measure mathematics attitudes. *Academic Exchange Quarterly*, 8(2), 16-21.