

USING GEOGEBRA TO DESIGN DYNAMIC MODELS FOR TEACHING THE TOPIC "SOME ELEMENTS OF PROBABILITY" IN THE LOWER SECONDARY MATHEMATICS CURRICULUM

**Ton That Tu¹, Nguyen Viet Duong^{*2},
Pham Huyen Trang³, Khong Chi Nguyen⁴**

* Corresponding author
Email: duongnv@phd.hcmue.edu.vn

¹ Email: ttu@ued.udn.vn
The University of Danang -
University of Science and Education
459 Ton Duc Thang street, Hoa Khanh ward,
Danang City, Vietnam

² Ho Chi Minh City University of Education
280 An Duong Vuong, Cho Quan ward,
Ho Chi Minh City, Vietnam

³ Email: phamhuyentrang@hpu2.edu.vn
Hanoi Pedagogical University 2
32 Nguyen Van Linh, Xuan Hoa ward, Phu Tho
province, Vietnam

⁴ Email: kcnguyen@tqu.edu.vn
Tan Trao University
Minh xuan ward, Tuyen Quang province, Vietnam

Received: 20/6/2025
Revised: 09/9/2025
Accepted: 05/10/2025
Published: 20/10/2025

Abstract: In this study, the authors focus on using GeoGebra software to design dynamic models that support inquiry-based teaching of the topic "Some Elements of Probability" in the lower secondary Mathematics curriculum. With its high level of interactivity and visual representation, GeoGebra enables the dynamic simulation of probabilistic experiments, effectively illustrating key concepts such as theoretical probability, experimental probability, and their relationship. The study proposes a structured process for designing dynamic models in GeoGebra, accompanied by practical examples including simulations of coin tosses, dice rolls, and spinning wheels. The feasibility of these models is evaluated through a teaching experiment. Results indicate that the use of dynamic models enhances student engagement, facilitates understanding of probability contexts, and improves long-term retention of knowledge compared to traditional teaching methods. This research contributes to the development of digital learning resources in Mathematics education and suggests promising directions for integrating technology into the teaching of probability at the lower secondary level.

Keywords: *GeoGebra, dynamic model, some elements of probability, lower secondary education, inquiry-based.*

SỬ DỤNG PHẦN MỀM GEOGEBRA THIẾT KẾ MỘT SỐ MÔ HÌNH ĐỘNG PHỤC VỤ VIỆC DẠY HỌC KHÁM PHÁ CHỦ ĐỀ MỘT SỐ YẾU TỐ XÁC SUẤT Ở TRUNG HỌC CƠ SỞ

**Tôn Thất Tú¹, Nguyễn Viết Dương^{*2},
Phạm Huyền Trang³, Khổng Chí Nguyễn⁴**

* Tác giả liên hệ
Email: duongnv@phd.hcmue.edu.vn

¹ Email: ttu@ued.udn.vn
Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng
459 Tôn Đức Thắng, phường Hoà Khánh,
Thành phố Đà Nẵng, Việt Nam

² Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh
280 An Dương Vương, phường Chợ Quán,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

³ Email: phamhuyentrang@hpu2.edu.vn
Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2
32 Nguyễn Văn Linh, phường Xuân Hòa,
tỉnh Phú Thọ, Việt Nam

⁴ Email: kcnguyen@tqu.edu.vn
Trường Đại học Tân Trào
Phường Minh Xuân, tỉnh Tuyên Quang, Việt Nam

Nhận bài: 20/6/2025
Chỉnh sửa xong: 09/9/2025
Chấp nhận đăng: 05/10/2025/
Xuất bản: 20/10/2025

Tóm tắt: Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả tập trung vào việc sử dụng phần mềm GeoGebra để thiết kế các mô hình động nhằm hỗ trợ dạy học khám phá chủ đề Một số yếu tố xác suất trong chương trình Toán Trung học cơ sở. Với tính trực quan và tương tác cao, thông qua mô phỏng động trên GeoGebra giúp minh họa các khái niệm xác suất lý thuyết, xác suất thực nghiệm và mối liên hệ của chúng. Nghiên cứu đề xuất quy trình thiết kế mô hình động trên GeoGebra, bao gồm các ví dụ cụ thể với các mô hình mô phỏng gieo đồng xu, xúc xắc, vòng quay và đánh giá tính khả thi thông qua thực nghiệm sư phạm. Kết quả cho thấy, việc sử dụng mô hình động giúp học sinh hứng thú hơn, dễ dàng hình dung các tình huống xác suất và ghi nhớ kiến thức lâu hơn so với phương pháp truyền thống. Nghiên cứu góp phần phát triển tài nguyên số trong dạy học Toán, đồng thời đề xuất hướng ứng dụng công nghệ vào giảng dạy chủ đề Một số yếu tố xác suất ở Trung học cơ sở.

Từ khóa: *GeoGebra, mô hình động, một số yếu tố xác suất, Trung học cơ sở, dạy học khám phá.*

1. Đặt vấn đề

Trong bối cảnh đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo tại Việt Nam theo tinh thần Nghị quyết số 29-NQ/TW, việc triển khai Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 đã mang đến những thay đổi quan trọng trong mục tiêu, nội dung và phương pháp dạy học môn Toán. Một trong những điểm mới đáng chú ý là việc đưa mạch kiến thức Một số yếu tố xác suất vào giảng dạy chính thức và xuyên suốt ở cấp Trung học cơ sở. Nội dung này không chỉ cung cấp kiến thức Toán học nền tảng mà còn có vai trò quan trọng trong việc phát triển tư duy logic, năng lực giải quyết vấn đề, năng lực mô hình hóa Toán học và đặc biệt là năng lực vận dụng kiến thức vào thực tiễn cuộc sống cho học sinh (Thongchanh Vonglathoc Sinhamy, 2023). Thống kê và Xác suất được xem là công cụ hiệu quả để học sinh nhận thức và phân tích thông tin, hiểu bản chất ngẫu nhiên của nhiều hiện tượng trong thực tế (Phạm Thế Quân và Trần Trung, 2023). Tuy nhiên, do đặc tính trừu tượng cao, các khái niệm xác suất là một thách thức lớn với tư duy của học sinh Trung học cơ sở, lứa tuổi vốn khó lĩnh hội hiệu quả chỉ qua các phương pháp truyền thống (Tôn Thất Tú và cộng sự, 2024). Bên cạnh đó, việc kết nối giữa lý thuyết xác suất và các tình huống thực tế là một thách thức, khiến học sinh khó nhận thấy ý nghĩa và giá trị ứng dụng của kiến thức (Elbehary, 2022). Thực tế này cùng với nội dung thống kê và xác suất là nội dung mới trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đối với cả giáo viên và học sinh, đặt ra yêu cầu cấp thiết về việc đổi mới phương pháp dạy học. Để khắc phục những khó khăn trên và đáp ứng yêu cầu phát triển năng lực của Chương trình Giáo dục phổ thông 2018, việc vận dụng các phương pháp dạy học tích cực là vô cùng cần thiết (Ho & Dimmock, 2023). Dạy học khám phá là phương pháp dạy học trong đó người học, dưới sự tổ chức và định hướng của giáo viên, tự giác, tích cực và chủ động chiếm lĩnh tri thức, kỹ năng thông qua các hoạt động tìm tòi, phát hiện và giải quyết vấn đề (Nguyễn Việt Dương và cộng sự, 2024; Vũ Đình Phương & Sengvongdeuane, 2016). Bản chất của dạy học khám phá nằm ở sự chủ động tìm kiếm và kiến tạo tri thức khoa học của chính học sinh (Hoàng Nguyên Tú Uyên và cộng sự, 2024). Thay vì tiếp nhận kiến thức một cách thụ động, học sinh được khuyến khích đặt câu hỏi, đưa ra giả thuyết, thực hiện các hoạt động để kiểm chứng và tự mình xây dựng nên những hiểu biết mới dựa trên nền tảng kiến thức và kinh nghiệm đã có (Hoàng Nguyên Tú Uyên và cộng sự, 2024). Điều này mang đến cho học

sinh sự hứng thú khi học và tiếp thu kiến thức mới, từ đó vận dụng linh hoạt các kiến thức đã học để giải quyết các tình huống một cách hợp lý.

Trong xu thế ứng dụng công nghệ thông tin vào giáo dục, phần mềm GeoGebra nổi lên như một công cụ hỗ trợ hiệu quả cho dạy học khám phá, đặc biệt trong dạy học nội dung xác suất (Phạm Thế Quân và Trần Trung, 2023; Nguyễn Thị Thu Trang và Quách Thị Sen, 2023). GeoGebra là phần mềm Toán học động, miễn phí, mã nguồn mở, cho phép trực quan hóa các khái niệm trừu tượng, mô phỏng các thí nghiệm ngẫu nhiên một cách sinh động và nhanh chóng (như gieo đồng xu, gieo xúc xắc, vòng quay số, rút thẻ), tạo môi trường tương tác cao để học sinh tự mình thực hiện thí nghiệm ảo, thu thập dữ liệu, kiểm chứng dự đoán và khám phá kiến thức (Awaji và cộng sự, 2025). Việc sử dụng GeoGebra giúp khắc phục những hạn chế về thời gian và điều kiện thực hiện thí nghiệm thực tế cho phép học sinh quan sát luật số lớn một cách trực quan. Mặc dù dạy học khám phá và ứng dụng GeoGebra đã được nghiên cứu trong dạy học Toán, việc kết hợp hai yếu tố này để thiết kế các mô hình động chuyên biệt nhằm phục vụ dạy học chủ đề “Một số yếu tố xác suất” ở Trung học cơ sở theo yêu cầu của Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 tại Việt Nam vẫn là một vấn đề cần được quan tâm và đầu tư nghiên cứu. Thực tế đòi hỏi cần có những công cụ và phương pháp được thiết kế phù hợp, giúp giáo viên và học sinh tiếp cận hiệu quả mạch kiến thức mới mẻ và quan trọng này. Xuất phát từ những lý do trên, chúng tôi thực hiện nghiên cứu: “Sử dụng phần mềm GeoGebra thiết kế một số mô hình động phục vụ việc dạy học khám phá chủ đề Một số yếu tố xác suất ở Trung học cơ sở”. Nghiên cứu này cung cấp những mô hình động cụ thể và gợi ý quy trình sư phạm hữu ích, góp phần hỗ trợ giáo viên nâng cao chất lượng dạy học chủ đề xác suất, đáp ứng mục tiêu phát triển năng lực Toán học cho học sinh theo định hướng của Chương trình Giáo dục phổ thông 2018.

2. Phương pháp nghiên cứu

Bài viết sử dụng phương pháp nghiên cứu lý luận và thống kê Toán học. Phương pháp nghiên cứu lý luận tập trung vào quy trình thiết kế mô hình động và tổ chức dạy học khám phá chủ đề Một số yếu tố xác suất cho học sinh Trung học cơ sở với sự hỗ trợ của các mô hình động đã thiết kế. Phương pháp thống kê Toán học sử dụng để phân tích dữ liệu, tính trung bình, độ lệch chuẩn để phân tích định tính các ý kiến phản hồi từ phiếu khảo sát để đánh giá mức độ

hứng thú của học sinh và hiệu quả của mô hình động GeoGebra trong dạy học một số yếu tố xác suất.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Quan điểm về dạy học khám phá

Phương pháp dạy học khám phá được xem là một tiếp cận kiến tạo, nhấn mạnh vai trò chủ động của người học trong việc hình thành tri thức thông qua trải nghiệm, thử nghiệm và giải quyết vấn đề (Ozdem-Yilmaz & Bilican, 2025). Theo Bruner (1961), khám phá không chỉ là phát hiện tri thức mới cho nhân loại mà còn là quá trình mỗi cá nhân tự kiến tạo tri thức qua tư duy, kết nối và khái quát hóa sự kiện. Ở góc nhìn tương tự, Ormrod (1995) cho rằng, học tập khám phá giúp học sinh “Tương tác với môi trường bằng cách thao tác với đối tượng, đặt câu hỏi, tiến hành thí nghiệm”, từ đó phát triển tư duy bậc cao. Ngoài ra, Van Joolingen (1998) bổ sung rằng, việc tự thiết kế và thực hiện thí nghiệm giúp học sinh đồng thời hình thành kiến thức mới và hiểu các quy luật cơ bản trong lĩnh vực học tập.

Một vấn đề được quan tâm khi sử dụng phương pháp dạy học khám phá là mức độ hỗ trợ của giáo viên. Bruner (1961) nhấn mạnh tự khám phá có thể nâng cao động cơ nội tại, song đòi hỏi học sinh có nền tảng nhất định. Mayer (2004) cho rằng, khám phá không có hướng dẫn hoặc thiếu bằng chứng từ thực nghiệm có thể tạo ra cho người học những nhận thức sai lầm. Nghiên cứu của Alfieri và cộng sự (2011) đã khẳng định rằng, khám phá có hướng dẫn mang lại hiệu quả cao hơn nhờ sự định hướng hợp lý của giáo viên. Dù còn hạn chế như tốn thời gian chuẩn bị hoặc khó áp dụng trong lớp học đông (Castronova, 2002), dạy học khám phá vẫn được coi là phương pháp thúc đẩy tính tích cực, sáng tạo và học tập suốt đời (Igboanugo & Naiho, 2024). Với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra, giáo viên thiết kế các mô hình động trực quan, giúp học sinh trung học cơ sở khám phá chủ đề Một số yếu tố xác suất một cách chủ động, đồng thời duy trì sự cân bằng giữa tự chủ và định hướng sư phạm.

3.2. Thiết kế mô hình động gieo xúc sắc và gieo đồng xu hỗ trợ dạy học khám phá chủ đề Một số yếu tố xác suất ở Trung học cơ sở

GeoGebra là phần mềm Toán học động tích hợp các chủ đề hình học, đại số, thống kê và giải tích, được thiết kế nhằm hỗ trợ dạy và học trong lĩnh vực Toán, khoa học và kỹ thuật (Ziatdinov & Valles, 2022). Với giao diện trực quan và linh hoạt, GeoGebra giúp người học dễ dàng mô hình hóa, quan sát và phân

tích các đối tượng Toán học cũng như kết quả tính toán. Nhiều nghiên cứu đã khẳng định tác động tích cực của phần mềm này đối với hiệu quả và chất lượng dạy học (Birgin & Topuz, 2021; Radović và cộng sự, 2020). Cụ thể, Aizikovitch-Udi & Radakovic (2012) cho thấy việc sử dụng mô hình động trong GeoGebra giúp học sinh hiểu sâu hơn về xác suất có điều kiện và phát triển tư duy phản biện. Ngoài ra, GeoGebra được cho là có tiềm năng trong việc tạo ra môi trường học tập trực quan, tương tác, góp phần nâng cao hiệu quả dạy học xác suất ở lớp 6 (Nguyễn Thị Thu Trang & Quách Thị Sen, 2023).

Việc thiết kế mô hình động gieo đồng xu và gieo xúc sắc được thiết kế bằng phần mềm GeoGebra nhằm mô phỏng trực quan các thí nghiệm xác suất, giúp học sinh dễ dàng quan sát, phân tích và tính toán tần suất của các sự kiện ngẫu nhiên. Khác với việc thao tác thủ công ngoài thực tế, mô hình cho phép điều chỉnh linh hoạt số lần gieo giúp học sinh không chỉ dự đoán xác suất lí thuyết mà còn kiểm chứng bằng xác suất thực nghiệm. Mô hình đặc biệt hiệu quả trong việc dạy các khái niệm như xác suất lí thuyết, xác suất thực nghiệm và mối quan hệ giữa hai loại xác suất này.

Thực nghiệm sư phạm được triển khai tại hai lớp 8A2 và 8A3 (76 học sinh), Trường Trung học cơ sở Võ Văn Tần, quận Tân Bình, năm học 2023 - 2024. Trong các tiết học, mỗi lớp được chia thành 4 nhóm, học sinh sử dụng laptop, máy tính bảng có kết nối Internet để truy cập và tương tác với mô hình thông qua đường link hoặc mã QR. Quy trình thiết kế mô hình động sử dụng trong dạy học khám phá được minh họa bằng nội dung “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm” (Sách Toán 8 - Chân trời sáng tạo, tập 2) với quy trình sau:

Bước 1: Giáo viên chuẩn bị mô hình động mô phỏng việc gieo đồng xu, gieo xúc sắc bằng phần mềm Geogebra và hướng dẫn học sinh sử dụng và tương tác với mô hình. Để làm được mô hình gieo đồng xu trên Geogebra sử dụng các bước sau:

1) Các lệnh cơ bản: Lệnh tạo bảng từ danh sách cho trước, lệnh đếm các phần tử trong danh sách, lệnh tạo danh sách có cấu trúc, lệnh thiết lập giá trị cho một đối tượng, lệnh thiết lập một điểm hay thanh trượt bắt đầu hoặc dừng chuyển động, lệnh nối các danh sách, lệnh chọn một giá trị ngẫu nhiên, lệnh chọn ra ngẫu nhiên một giá trị với xác suất tương ứng. Các lệnh này được lấy trong phần “Hướng dẫn sử dụng Geogebra” theo đường link truy cập <https://geogebra.github.io/docs/manual/en/>.

2) Chuẩn bị hai hình ảnh của hai mặt đồng xu (ảnh có chất lượng tốt và có cùng kích thước).

3) Sử dụng chức năng Image để chèn 2 bức ảnh của 2 mặt (mặt S và N) của một đồng xu vào, vị trí các bức ảnh này được xác định bởi hai điểm E và F có tọa độ tương ứng là $(12, -2e + 10 - h)$ và $(16, 2e + 10 - h)$, trong đó e và h là các thanh trượt để điều khiển việc chuyển động của đồng xu khi gieo,

$e = \text{Slider}(-0.3, 0.3, 0.1)$

$h = \text{Slider}(0, 10, 0.5)$

Việc xuất hiện mặt S hay N phụ thuộc vào biến f nhận một giá trị ngẫu nhiên trong tập $\{1, 2\}$.

4) Tạo thanh trượt p quản lý sự thay đổi của xác suất xuất hiện mặt S: $p = \text{Slider}(0.05, 0.95, 0.01)$.

Khi chọn $p=1/2$, ta được trường hợp đồng xu cân đối và đồng chất.

5) Sử dụng thành phần Button để tạo nút lệnh “Gieo 1 lần” mô phỏng một lần gieo, kết quả S hoặc N được hiển thị ngẫu nhiên. Các lệnh bên trong Tab Scripting – On Click:

$\text{SetValue}(\text{tong}, 0)$

$\text{SetValue}(h, 0)$

$\text{StartAnimation}(h, \text{true})$

$\text{SetValue}(a, \text{false})$

$\text{SetValue}(b, \text{false})$

$\text{SetValue}(r, \text{RandomDiscrete}(\{0, 1\}, \{p, 1-p\}))$

Thanh trượt h sẽ tự dịch chuyển từ 0 đến 10 để thay đổi độ cao của đồng xu, trong lúc đó thanh trượt e thay đổi để đồng xu dịch chuyển tạo cảm giác đồng xu đang xoay. Để xác định thời điểm dừng, biến ta sử dụng là biến “tong” (với trạng thái ban đầu “tong” = 0). Khi thanh trượt e thanh đổi, các giá trị của biến này được thay đổi (trong Tab Scripting – On Update):

$\text{SetValue}(f, \text{RandomBetween}(1, 2))$

$\text{If}(\text{tong} \leq 2.5, \text{SetValue}(\text{tong}, \text{tong} + \text{abs}(e)))$

$\text{If}(\text{tong} > 2.5, \text{StartAnimation}(e, \text{false}))$

$\text{If}(\text{tong} > 2.5, \text{SetValue}(e, 0))$

$\text{If}(\text{tong} > 2.5 \& \& ! \text{ok}, \text{SetValue}(\text{val}, \text{Append}(\text{val}, r)))$

$\text{If}(\text{tong} > 2.5 \& \& ! \text{ok}, \text{SetValue}(f, r+1))$

$\text{If}(\text{tong} > 2.5 \& \& ! \text{ok}, \text{SetValue}(a, r==0))$

$\text{If}(\text{tong} > 2.5 \& \& ! \text{ok}, \text{SetValue}(b, r==1))$

$\text{If}(\text{tong} > 2.5 \& \& \text{ok}, \text{SetValue}(\text{val}, \text{Join}(\text{val}, \text{Sequence}(\text{RandomDiscrete}(\{0, 1\}, \{p, 1-p\}), i, 1, n1))))$

$\text{If}(\text{tong} > 2.5 \& \& \text{ok}, \text{SetValue}(\text{ok}, \text{false}))$

Nếu $\text{tong} > 2.5$ thì đồng xu sẽ dừng chuyển động.

6) Sử dụng thành phần Button để tạo các nút lệnh “Gieo 10 lần”, “Gieo 20 lần”, “Gieo 200 lần” mô phỏng 10, 20 và 200 lần gieo. Việc đồng xu chuyển động và tạo cảm giác đang xoay được thực hiện tương tự.

7) Lưu kết quả mô phỏng:

Biến val có kiểu danh sách (list) để lưu trữ kết quả mô phỏng. Khi nhấn nút “Thiết lập lại”, biến val sẽ nhận giá trị {}.

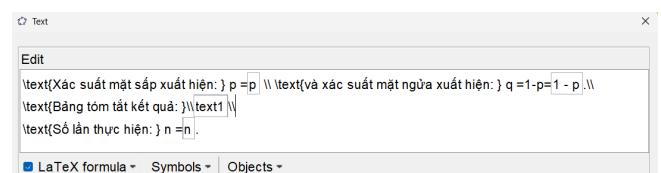
Biến tần số freq được tính $\text{Sequence}(\text{CountIf}(t \leq i, \text{val}), i, 0, 1)$, trong đó 0 và 1 tương ứng mặt S và N. Xác suất thực nghiệm được lưu trữ trong biến relfreq.

8) Ghi kết quả tổng hợp ra màn hình:

Lệnh TableText giúp tạo bảng tóm tắt kết quả mô phỏng, bao gồm các cột “Mặt”, “Số lần xuất hiện” và “Xác suất thực nghiệm”.

$\text{TableText}(\{\{\text{bf Mặt}\}, \{\text{Sắp}\}, \{\text{Ngửa}\}\}, \text{Append}(\{\text{bf Số}, \text{lần}, \text{xuất}, \text{hiện}\}, \text{freq}), \text{Append}(\{\text{bf Xác}, \text{suất}, \text{thực}, \text{nghiệm}\}, \text{relfreq}), \{_cv\})$.

Sử dụng công cụ TEX với chế độ gõ La Tex để ghi kết quả ra màn hình (xem Hình 1).



Hình 1: Sử dụng công cụ TEX với chế độ gõ La Tex

Các lệnh dùng để tạo mô hình gieo xúc xắc tương tự mô hình gieo đồng xu nhưng kết quả là các mặt từ 1 đến 6 chấm. Bảng thống kê tần số xuất hiện của mỗi mặt và xác suất thực nghiệm tương ứng. Hai InputBox cho phép người dùng nhập kết quả dự đoán. Nếu ta kích chọn vào các CheckBox “Bảng” hay “Thuộc tập” thì kết quả dự đoán sẽ được hiển thị. Việc ẩn hiện kết quả dự đoán được thiết lập tương ứng với việc kích chọn các CheckBox bằng cách thiết lập tham số cho “Condition to Show Object” trong Tab Advanced. Các kết quả mô phỏng sẽ được hiển thị lên cột A của bảng Spreadsheet thông qua lệnh $\text{Execute}(\{\text{FillColumn}(1, \text{val})\})$, trong đó biến val lưu trữ tất cả các kết quả mô phỏng.

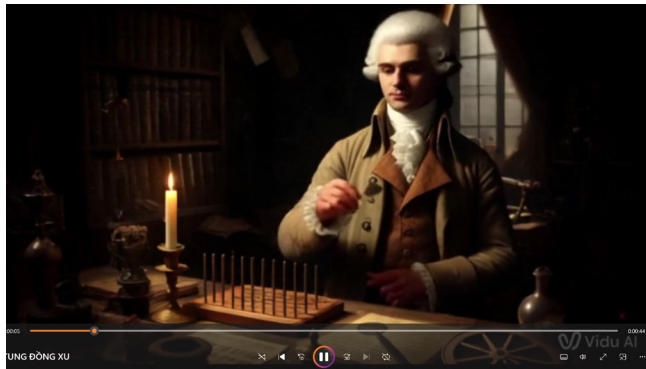
Bước 2: Triển khai tình huống dạy học thực tiễn.

Hoạt động 1: Giáo viên đưa ra tình huống khám phá

Trước khi bắt đầu bài học, giáo viên giao nhiệm vụ cho các nhóm học sinh: thực hiện gieo đồng xu 100 lần và ghi lại số lần xuất hiện mặt sấp và mặt

ngừa. Các nhóm được mời trình bày kết quả đã thu được, đồng thời chia sẻ những thuận lợi và khó khăn gặp phải trong quá trình thực hiện. Tiếp theo, giáo viên giới thiệu về lịch sử ra đời của xác suất thông qua bài toán tìm quy luật trong trò chơi tung đồng xu - một cách tiếp cận giàu tính thực tiễn và lịch sử. Học sinh được xem một đoạn video tái hiện sinh động thời kì của hai nhà Toán học nổi tiếng: Buffon với 4040 lần gieo và Pearson với 24.000 lần gieo đồng xu. Video được xây dựng bằng công cụ trí tuệ nhân tạo nhằm mô phỏng chân thực bối cảnh thời đại và các thí nghiệm kinh điển này.

Sau khi xem video, giáo viên đặt câu hỏi gợi mở: “Dựa trên số lần tung lớn như vậy, em hãy dự đoán quy luật xác suất mà hai nhà Toán học đã rút ra?”.



Hình 2: Video tái hiện bài toán tìm quy luật trò chơi gieo đồng xu của Buffon và Pearson

Hoạt động 2: Khám phá

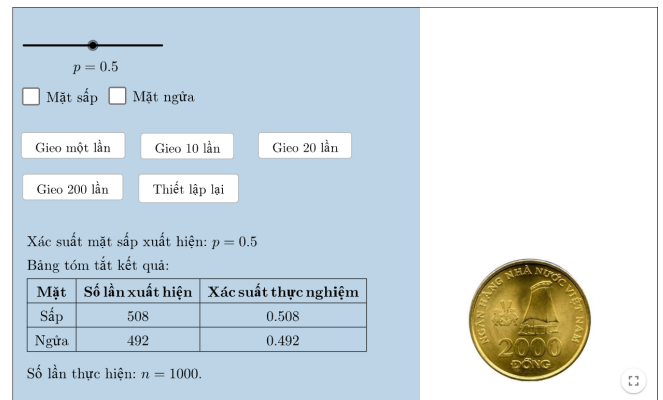
Sau khi học sinh đưa ra dự đoán ban đầu, giáo viên yêu cầu các em tính toán xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm của các sự kiện liên quan đến việc gieo đồng xu và gieo xúc xắc. Tiếp đó, học sinh tiến hành thao tác trên các mô hình mô phỏng để khám phá mối liên hệ giữa xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm. Giáo viên chia lớp thành bốn nhóm: nhóm 1, nhóm 2 thực hành với mô hình gieo đồng xu và nhóm 3, nhóm 4 thực hành với mô hình gieo xúc xắc. Việc chia nhóm theo đối tượng mô phỏng giúp học sinh so sánh, đối chiếu kết quả và rút ra nhận xét về tính ổn định và xu hướng hội tụ của xác suất thực nghiệm so với xác suất lí thuyết.

Câu hỏi khám phá: “Hãy thực hiện thí nghiệm gieo đồng xu (hoặc gieo xúc xắc) với số lần lần lượt là 10, 100, 500, 1000, 2000 và 3000. Ở mỗi mốc số lần gieo, hãy tính xác suất thực nghiệm của sự kiện xuất hiện mặt sấp (đối với đồng xu) hoặc mặt 2 chấm (đối với xúc xắc). So sánh các giá trị xác suất thực nghiệm với xác suất lí thuyết tương ứng. Qua đó, em hãy rút ra nhận xét về mối quan

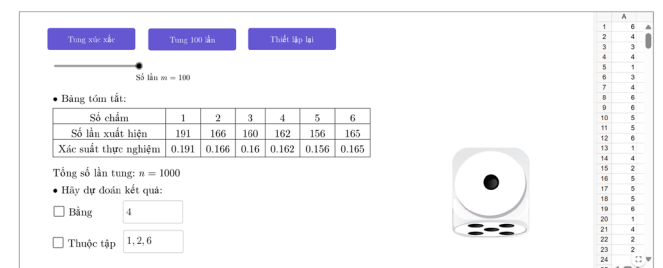
hệ giữa xác suất thực nghiệm và xác suất lí thuyết khi số lần thực hiện phép thử tăng lên”.

Khi học sinh thao tác trên mô hình động theo hướng dẫn của giáo viên, các em tỏ ra hứng thú vì được trực tiếp tương tác và quan sát kết quả mô phỏng sinh động. Ở hoạt động 1, học sinh đã tự tay thực hiện gieo đồng xu 100 lần. Tuy nhiên, hầu hết các em đều nhận xét rằng, thao tác thủ công quá nhiều lần vừa tốn thời gian, vừa gây mệt mỏi và khiến việc thống kê kết quả trở nên khó khăn, nhầm lẫn.

Ngược lại, với mô hình động mô phỏng việc gieo đồng xu, xúc xắc, học sinh có thể thực hiện 1000 lần gieo chỉ trong vòng vài giây, thông qua 5 lần nhấp chuột vào ô “Gieo 200 lần” (hoặc kéo thanh trượt chọn số lần gieo trong mô hình tung xúc xắc). Mô phỏng cho thấy đồng xu hoặc xúc xắc rơi và chuyển động tương tự như thực tế, điểm khác biệt là mỗi lần “gieo” có thể tương ứng với 1, 10, 20 hoặc 200 phép thử, tùy theo ô mà học sinh lựa chọn (như minh họa ở Hình 3, Hình 4). Đặc biệt, mô hình còn tự động thống kê kết quả sau mỗi lần gieo, đồng thời hiển thị xác suất thực nghiệm tương ứng. Điều này giúp học sinh dễ dàng quan sát, phân tích và nhận ra quy luật: Khi số lần gieo tăng lên, xác suất thực nghiệm có xu hướng tiến gần đến xác suất lí thuyết.



Hình 3: Kết quả thực hiện gieo đồng xu 1000 lần trên mô hình



Hình 4: Kết quả thực hiện gieo xúc xắc 1000 lần trên mô hình

Hoạt động 3: Hình thành kiến thức

Dựa trên kết quả thu được từ mô hình mô phỏng, các nhóm học sinh lần lượt trình bày câu trả lời cho nhiệm vụ mà giáo viên đã giao. Nhóm 1 và nhóm 2 cùng nhận xét rằng: Sau khi thực hiện các lần gieo đồng xu với số lượng lần tăng dần (10, 100, 500, 1000, 2000 và 3000), xác suất thực nghiệm của sự kiện xuất hiện mặt sấp dần tiến gần tới giá trị lí thuyết là 0,5. Đặc biệt, ở mốc 3000 lần gieo, xác suất thực nghiệm gần như trùng khớp với xác suất lí thuyết. Từ đó, các nhóm rút ra quy luật: “*Khi số lần tung đồng xu tăng lên, xác suất thực nghiệm có xu hướng gần bằng xác suất lí thuyết*”.

Tương tự, nhóm 3 và nhóm 4 - thực hành với mô hình tung xúc xắc - cũng rút ra nhận xét tương đồng: “*Khi số lần tung xúc xắc càng nhiều, xác suất thực nghiệm của sự kiện xuất hiện một mặt nhất định (Ví dụ mặt 2 chấm) càng gần với xác suất lí thuyết là 1/6.*”

Tổng hợp ý kiến các nhóm cho thấy học sinh bước đầu nhận thức được quy luật: Khi số lần thử tăng, xác suất thực nghiệm tiến gần đến xác suất lí thuyết, từ đó củng cố mối liên hệ giữa hai khái niệm này - một nội dung trọng tâm của mạch kiến thức Một số yếu tố thống kê và xác suất ở Trung học cơ sở.

Bước 3. Điều chỉnh mô hình

Sau quá trình thực nghiệm sư phạm, nếu xuất hiện những điểm chưa phù hợp hoặc cần tối ưu về mặt giao diện và chức năng, giáo viên sẽ tiến hành điều chỉnh mô hình nhằm nâng cao tính trực quan, khả năng tương tác và mức độ phù hợp với mục tiêu dạy học.

3.3. Thiết kế mô hình vòng quay số để hỗ trợ dạy học khám phá Chủ đề Một số yếu tố xác suất ở Trung học cơ sở

Chúng tôi giới thiệu mô hình vòng quay số nhằm phục vụ dạy học khám phá Một số yếu tố xác suất ở Trung học cơ sở, các quy trình thiết kế cũng tương tự như ở mục 3.1.

Mục tiêu: Giúp học sinh nhận biết được phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu. Tính được xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số trường hợp có thể và số trường hợp thuận lợi trong một số mô hình xác suất đơn giản.

Thiết kế: Tạo ra vòng quay số động có thể thay đổi được số lượng các ô số. Thực hiện được nhiều lần quay một lúc và hiển thị kết quả trên bảng tần số. Để làm được mô hình này sử dụng các bước dưới đây:

1. Các lệnh cơ bản: Lệnh tạo một đường tròn với tâm và bán kính cho trước, lệnh quay một đối tượng

quanh một điểm với một góc cho trước, lệnh tạo một cung tròn đi qua 3 điểm đã cho.

2. Dựng các đường tròn tạo thành vòng quay: Dựng đường tròn (c) với lệnh Circle((0, 0), r) với $r = 5$ là bán kính có thể thay đổi. Trên đường tròn này lấy điểm A bất kì, điểm này sẽ điều khiển việc vòng quay quay:

$A = \text{Point}(c)$

Ngoài ra, ta dựng thêm một số đường tròn khác để tạo cảm giác như bánh xe:

Circle((0, 0), 1.03r)

Circle((0, 0), 0.97r)

Circle((0, 0), $r / 2 + r / 30$)

Circle((0, 0), $r / 2$)

3. Vẽ thân và đế vòng quay: Sử dụng các đoạn thẳng và đa giác để xây dựng. Miền đa giác được tô kiểu gạch nền (Bricks). Các đoạn thẳng được thay đổi độ dày để tạo thành các thanh đỡ vòng quay.

4. Chọn số lồng quay: Sử dụng thanh trượt n để chọn số lồng quay

$n = \text{Slider}(9, 15, 1)$

5. Vẽ các lồng quay:

$l1 = \text{Sequence}(\text{Rotate}(A, (360^\circ) / n), i, 1, n)$

$l2 = \text{Sequence}(\text{Segment}(l1(i), l1(i) + (0, (-r) / 10))), i, 1, n)$

$l3 = \text{Sequence}(\text{Circle}(l1(i) + (0, (-9r) / 40), r / 8), i, 1, n)$

$l4 = \text{Sequence}(\text{Text}(n + 1 - i, l1(i) + (0, (-9r) / 40), \text{true}, \text{true}, 0, 0), i, 1, n)$

$l5 = \text{Sequence}(\text{CircularSector}(l1(i) + (0, (-9r) / 40), l1(i) + (0, (-r) / 10), l1(i) + (0, (-7r) / 20))), i, 1, n)$

$l6 = \text{Sequence}(\text{CircularSector}(l1(i) + (0, (-9r) / 40), l1(i) + (0, (-7r) / 20), l1(i) + (0, (-r) / 10))), i, 1, n)$

$l7 = \text{Sequence}(\text{Segment}(O, l1(i)), i, 1, n)$

Sequence(Segment(O, l1(i)), i, 1, n)

6. Vẽ mũi tên quay: Đó là một đoạn thẳng được thay đổi phần đầu và cuối đoạn thẳng cho phù hợp với hình dáng mũi tên. Chuyển động quay được quản lí bởi thanh trượt m.

$m = \text{Slider}(1, n, 1)$

$A' = \text{Dilate}(A, 1 / 2, O)$

$A'' = \text{Rotate}(A', (360^\circ) / n, m, O)$

Segment(H, A'')

7. Tạo nút quay vòng: Sử dụng thành phần Button để tạo nút “Quay vòng”. Lúc đó, cho điểm A chuyển động và vòng quay sẽ thực hiện quay:

```
StartAnimation(A, true)
```

8. Tạo nút quay số: Sử dụng thành phần Button để tạo nút “Quay số” với hàm viết trong Tab Scripting – On Click:

```
SetValue(q,RandomBetween(150, 200))
```

SetValue(kq,0)

```
StartAnimation(A,false)
```

```
SetVisibleInView(u', 1, true)
```

```
StartAnimation(m,true)
```

9. Tạo nút dừng lại: Sử dụng thành phần Button để tạo nút “Dừng lại” với hàm viết trong Tab Scripting – On Click:

```
StartAnimation(A, false)
```

```
SetVisibleInView(u', 1, true)
```

10. Tạo nút quay k lần: Sử dụng thành phần Button để tạo nút “Quay k lần”, $k = \text{Slider}(5, 100, 5)$ với hàm viết trong Tab Scripting – On Click:

```
StartAnimation(A,false)
```

```
SetVisibleInView(u', 1, true)
```

```
SetValue(val, Join(val,
Sequence(RandomBetween(1, n), t, 1, k)))
```

11. Tạo nút thiết lập lại: Sử dụng thành phần Button để tạo nút “Thiết lập lại” với hàm viết trong Tab Scripting – On Click:

```
StartAnimation(A, false)
```

```
SetVisibleInView(u', 1, true)
```

```
StartAnimation(m, false)
```

SetValue(m,9)

```
SetValue(A,Point(a,0))
```

SetValue(val, {})

12. Tạo chức năng xem lại kết quả: Sử dụng thanh trượt để kéo và xem lại kết quả ở lần quay tương ứng. Ở phần “caption” của thanh trượt, sử dụng chức năng “Use text as caption” và chọn text với nội dung như sau (xem Hình 5): Trong đó: Biến val lưu trữ các kết quả mô phỏng.

13. Ghi kết quả tóm tắt ra màn hình:

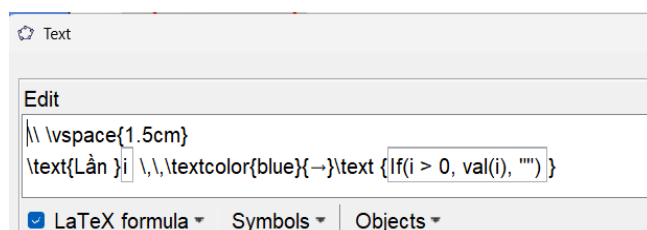
Ghi kết quả ở mỗi lần quay: Sử dụng công cụ TEX với chế độ gõ La Tex để ghi kết quả (xem Hình 6):

Sử dụng lệnh TableText để lập bảng tóm tắt, trong đó biến xval và xfreq lưu danh sách số thứ tự các ô và tần số tương ứng khi thực hiện thí nghiệm:

```

TableText(Append(Append("Ô số", xval), ""),
Append(Append("Số lần xuất hiện", xfreq), "\sum n_
i=" + (Sum(xfreq))), Append(Append("Xác suất thực
nghiệm", If(Sum(xfreq) > 0, Sequence(round(xfreq(t)
/ Sum(xfreq), 3), t, 1, n), xfreq)), If(Sum(xfreq) > 0, "\
sum f_i=1", "\sum f_i=0")), "c_ | v").

```



Hoạt động khám phá gợi ý:

Hoạt động: Chọn số ô bằng 9. Thực hiện quay và hỏi học sinh đoán xem sẽ rơi vào ô chẵn hay lẻ? Xác suất rơi vào ô chẵn là bao nhiêu? Mô phỏng kiểm chứng.

Hoạt động: Chọn số ô bằng 15. Tính xác suất của biến cố khi quay được vào ô có giá trị là số chẵn.

Hoạt động: Xác định mối liên hệ giữa xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm.

Hoạt động: Xác định sự kiện ngẫu nhiên, sự kiện không xảy ra, sự kiện chắc chắn.

Các mô hình động được thiết kế đều sử dụng được trong các tình huống dạy học khám phá Một số yếu tố xác suất trong chương trình Trung học cơ sở (xem Hình 7).

4. Thảo luận

Thực nghiệm sư phạm được tiến hành nhằm kiểm chứng tính khả thi và hiệu quả của việc áp dụng phương pháp dạy học khám phá trong giảng dạy chủ đề “Một số yếu tố xác suất” cho học sinh lớp 8. Thực nghiệm được tổ chức tại Trường Trung học cơ sở Võ Văn Tần, Quận Tân Bình, Thành phố Hồ Chí Minh với nội dung bài dạy “Xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm” (Sách giáo khoa Toán 8 - Chân trời sáng tạo, tập 2). Đối tượng thực nghiệm là các lớp 8A2 và 8A3. Sau khi dạy học, chúng tôi

tiến hành khảo sát 76 học sinh bằng thang đo Likert 5 mức độ để đánh giá các khía cạnh: Mức độ hứng thú, lo lắng và sự tự tin khi học chủ đề theo hướng khám phá. Các chỉ số như điểm trung bình, độ lệch chuẩn, giá trị thấp nhất và cao nhất được trình bày trong Bảng 1.

Kết quả khảo sát 76 học sinh lớp 8A2 và 8A3 cho thấy, việc dạy học theo hướng khám phá với sự hỗ trợ của mô hình xác suất trên phần mềm GeoGebra mang lại hiệu quả rõ rệt trên nhiều phương diện. Về hứng thú học tập, học sinh thể hiện mức độ yêu thích cao (4.21) và hài lòng khi được tiếp cận kiến thức thông qua các mô hình động (4.27). GeoGebra cũng góp phần nâng cao sự yêu thích môn Toán và khuyến khích học sinh tìm hiểu sâu hơn (4.19). Về hiệu quả nhận thức, học sinh đánh giá cao vai trò của mô hình trong việc hỗ trợ hiểu các khái niệm xác suất (4.32) và trực quan hóa nội dung bài học (4.38 – cao nhất). Điều này cho thấy GeoGebra có thể làm rõ các khái niệm trừu tượng thông qua thao tác mô phỏng sinh động. Học sinh cho rằng, công cụ này rất cần thiết trong học tập theo hướng khám phá (4.26).

Về mặt cảm xúc, việc học xác suất qua mô hình giúp học sinh tự tin hơn (4.03) và giảm lo lắng khi tiếp cận các khái niệm ngẫu nhiên (4.09). Đồng thời, công cụ cũng góp phần thúc đẩy năng lực sáng tạo (4.12). Độ lệch chuẩn ở các tiêu chí đều thấp (0.6–

Bảng 1: Dữ liệu thống kê

(Nguồn: Tác giả)

STT	Câu hỏi khảo sát	Trung bình (Mean)	Độ lệch chuẩn (SD)
1	Em thích tìm tòi và khám phá với mô hình xác suất trên GeoGebra.	4.21	0.72
2	Các mô hình xác suất đã giúp em rất nhiều trong việc học các khái niệm xác suất.	4.32	0.65
3	Các mô hình xác suất trên GeoGebra rất cần thiết trong học theo hướng khám phá.	4.26	0.68
4	GeoGebra giúp hiểu các vấn đề của xác suất một cách dễ dàng.	4.17	0.73
5	Em cảm thấy tự tin khi tìm tòi, khám phá kiến thức bằng mô hình trên GeoGebra.	4.03	0.76
6	Các mô hình xác suất giúp em trở nên sáng tạo hơn.	4.12	0.70
7	Em thích học Toán hơn, thích đào sâu hơn khi sử dụng GeoGebra.	4.19	0.69
8	GeoGebra giúp em hình dung trực quan tốt hơn khi học xác suất.	4.38	0.60
9	Em cảm thấy hài lòng khi khám phá kiến thức xác suất với mô hình trên GeoGebra.	4.27	0.64
10	Sử dụng mô hình xác suất giúp em bớt lo lắng khi học xác suất.	4.09	0.75

0.75), cho thấy mức độ đồng thuận cao giữa học sinh.

Từ kết quả trên, có thể khẳng định rằng, dạy học khám phá kết hợp mô hình xác suất bằng GeoGebra không chỉ tăng hứng thú, hiểu bài mà còn giảm lo âu, nâng cao sự tự tin và tính chủ động học tập - đặc biệt hiệu quả trong nội dung “Một số yếu tố xác suất”. Đây là cơ sở để khuyến khích nhân rộng phương pháp này trong dạy học Toán hiện nay.

5. Kết luận

Trong quá trình nghiên cứu và thực nghiệm, việc ứng dụng phần mềm GeoGebra để thiết kế các mô hình động trong dạy học xác suất ở cấp Trung học cơ sở đã cho thấy nhiều tiềm năng nổi bật. Không chỉ giúp trực quan hóa các hiện tượng ngẫu nhiên như tung đồng xu, tung xúc xắc vốn khó hình dung đối với học sinh. GeoGebra còn tạo điều kiện cho các em được chủ động thao tác, quan sát, phát hiện quy luật và kiến tạo tri thức thông qua trải nghiệm học tập khám phá. Các mô hình xác suất động do giáo viên thiết kế trên phần mềm GeoGebra đã góp phần làm rõ mối quan hệ giữa xác suất lí thuyết và xác suất thực nghiệm, từ đó học sinh hiểu sâu bản chất

xác suất thay vì chỉ ghi nhớ công thức. Kết quả thực nghiệm cho thấy học sinh không chỉ nắm vững kiến thức mà còn tích cực tham gia vào quá trình học tập, thể hiện năng lực tư duy, suy luận, và giải quyết vấn đề trong các tình huống xác suất thực tiễn. Giáo viên đánh giá cao tính tương tác, linh hoạt và khả năng tùy biến cao của GeoGebra trong việc thiết kế hoạt động học khám phá phù hợp với Chương trình Giáo dục phổ thông 2018. Từ những kết quả đạt được, có thể khẳng định rằng, việc tích hợp phần mềm GeoGebra trong dạy học xác suất theo hướng khám phá là hoàn toàn khả thi và hiệu quả, góp phần thúc đẩy năng lực Toán học và tinh thần học tập tích cực của học sinh Trung học cơ sở. Tuy nhiên, nghiên cứu cũng cho thấy một số thách thức cần quan tâm. Việc sử dụng GeoGebra đòi hỏi giáo viên cần có kiến thức công nghệ và kĩ năng thiết kế mô hình động phù hợp với nội dung giảng dạy. Đồng thời, học sinh cần được hướng dẫn cách tương tác với phần mềm để đạt hiệu quả học tập cao nhất. Do đó, cần có sự hỗ trợ và tập huấn phù hợp cho cả giáo viên và học sinh trong quá trình triển khai.

Tài liệu tham khảo

- Aizikovitsh-Udi, E., & Radakovic, N. (2012). Teaching Probability by Using Geogebra Dynamic Tool and Implementing Critical Thinking Skills. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46 (Galotti 1989), 4943–4947.
- Alfieri, L., Brooks, P. J., & Aldrich, N. J. (2011). Does Discovery-Based Instruction Enhance Learning? *Louis. Journal of Educational Psychology*, 103(1), 1–18.
- Awaji, B. M., Khalil, I., & AL-Zahrani, A. (2025). A Bibliometrics Study of Two Decades of Geogebra Research in Mathematics Education. *Journal of Educational and Social Research*, 15(1), 130–150.
- Birgin, O., & Topuz, F. (2021). Effect of the GeoGebra software-supported collaborative learning environment on seventh grade students' geometry achievement, retention and attitudes. *The Journal of Educational Research*, 114(5), 474–494.
- Bruner, J. S. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*, 31, 21–32.
- Castronova, J. A. (2002). Discovery Learning For The 21st Century: What Is It And How Does It Compare To Traditional Learning In Effectiveness In The 21st Century? *Action Research Exchange*, 1(1), 1–12.
- Elbehary, S. G. A. (2022). Rethinking mathematics teachers' professional knowledge for teaching probability from the perspective of probabilistic reasoning: A proposed framework. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(3), 1–15.
- Ho, L. & Dimmock, C. (2023). Changing teachers' beliefs and practices towards learner-centred education: experiences and lessons from Vietnam's education system reforms. *Practice*, 5(3), 1–20.
- Hoàng Nguyên Tú Uyên, Phạm Thị Thanh Tú, Trần Hòa Hiệp, Trần Ngọc Phương Thy, Chu Ánh Vân, & Đỗ Đông Quân. (2024). Thiết kế mô hình hình học động bằng phần mềm Geogebra hỗ trợ tình huống dạy học khám phá về thể tích hình hộp chữ nhật ở môn Toán lớp 5. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 10(10), 82–90.
- Igboanugo, B. I., & Naiho, O. I. (2024). Effectiveness of Inquiry-Based Chemistry Learning on Students' Attitudes and Knowledge of Climate Change Mitigation Behaviors. *Journal of Chemical Education*, 101(8), 3318–3325.
- Mayer, R. E. (2004). Should There Be a Three-Strikes Rule against Pure Discovery Learning? The Case for Guided Methods of Instruction. *American Psychologist*, 59(1), 14–19.
- Nguyễn Viết Dương, Nguyễn Ngọc Giang, Nguyễn Thị

- Nga & Phạm Huyền Trang. (2024). Dạy học khám phá một số yếu tố thống kê minh họa bởi bài toán chỉ số cơ thể (BMI) với sự trợ giúp của phần mềm Excel cho học sinh lớp 7. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 20(9), 79–88.
- Nguyễn Thị Thu Trang & Quách Thị Sen. (2023). Một số biện pháp dạy học chủ đề Thống kê và Xác suất cho học sinh lớp 6 với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, 19(7), 27–34.
- Ormrod, J. E. (1995). *Educational Psychology*. Prentice-Hall.
- Ozdem-Yilmaz, Y., & Bilican, K. (2025). *Discovery Learning—Jerome Bruner BT - Science Education in Theory and Practice: An Introductory Guide to Learning Theory* (B. Akpan & T. J. Kennedy (eds.); pp. 173–187).
- Phạm Thế Quân, & Trần Trung. (2023). Ứng dụng công nghệ thông tin trong một số tình huống dạy học mạch kiến thức Thống kê và Xác suất ở Trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 23(5), 7–11.
- Vũ Đình Phụng & Sengvongdeuane, N. (2016). Vận dụng quy trình dạy học khám phá trong dạy học chủ đề “dãy số” ở nước Cộng hòa Dân chủ Nhân dân Lào nhằm phát triển năng lực tư duy và lập luận Toán học cho học sinh. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội*, 69(5), 129–142.
- Radović, S., Radojičić, M., Veljković, K., & Marić, M. (2020). Examining the effects of Geogebra applets on mathematics learning using interactive mathematics textbook. *Interactive Learning Environments*, 28(1), 32–49.
- Thongchanh Vonglathsamy. (2023). Biện pháp dạy học xác suất, thống kê trong trường trung học ở Lào theo hướng tăng cường kết nối với thực tiễn. *Tạp chí Giáo dục*, 514(2), 60–64.
- Tôn Thất Tú, Hoàng Thị Thanh Trúc & Nguyễn Đặc Nhiệm. (2024). Một số mô hình hỗ trợ dạy học khái niệm ngẫu nhiên và ý tưởng đo lường xác suất. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 2, 245–255.
- Van Joolingen, W. (1998). Cognitive tools for discovery learning. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 10, 385–397.
- Ziatdinov, R., & Valles, J. R. (2022). Synthesis of Modeling, Visualization, and Programming in GeoGebra as an Effective Approach for Teaching and Learning STEM Topics. *Mathematics*, 10(3), 1–16.