

DEVELOPING MODELING COMPETENCE FOR LOW-ACHIEVING STUDENTS IN TEACHING MATHEMATICS AT HIGH SCHOOLS

Nguyen Thuy Phuong Tram

Email: nguyenthuyphuongtramdt@gmail.com

Duc Trong High School.

Duc Trong ward, Lam Dong province, Vietnam

Received: 09/4/2025

Revised: 06/5/2025

Accepted: 27/6/2025

Published: 20/8/2025

Abstract: This study explores the development of Mathematical modeling competence for low-achieving high school students in Mathematics through the integration of real-world problem-solving into instruction. The intervention was conducted over 15 weeks during the second semester of the 2023–2024 academic year with 166 tenth-grade students from two high schools: Duc Trong and Hoang Hoa Tham. Before and after the intervention, students took a Mathematical modeling competence test. The results indicated a statistically significant improvement, with average scores increasing from approximately 43% to 69% ($p < 0.001$), demonstrating a marked enhancement in students' modeling competence. Positive changes were also observed in students' attitudes, confidence, and interest in learning. The paper analyzes the challenges low-achieving students face in modeling and proposes three key instructional principles: (1) building a collaborative learning environment; (2) diversifying teaching approaches based on multiple intelligences theory; and (3) providing individualized support. An example of a real-world problem involving the design of an elliptical stadium is presented to illustrate effective implementation of modeling in instruction. The findings affirm that it is feasible to develop Mathematical modeling competence among low-achieving students when instruction is appropriately organized, thereby helping to narrow learning gaps and enhance overall educational quality.

Keywords: *Mathematical modeling; modeling competency; low-achieving students; ; high school level; real-world problem solving.*

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA CHO HỌC SINH YẾU KÉM TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Nguyễn Thụy Phương Trâm

Email: nguyenthuyphuongtramdt@gmail.com

Trường Trung học phổ thông Đức Trọng

Xã Đức Trọng, tỉnh Lâm Đồng, Việt Nam

Nhận bài: 09/4/2025

Chỉnh sửa xong: 06/5/2025

Chấp nhận đăng: 27/6/2025

Xuất bản: 20/8/2025

Tóm tắt: Bài báo nghiên cứu việc phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh yếu kém môn Toán trung học phổ thông thông qua phương pháp dạy học tích hợp các bài toán thực tiễn. Quá trình nghiên cứu được thực hiện với 166 học sinh lớp 10 từ hai trường Trung học phổ thông Đức Trọng và Hoàng Hoa Thám trong 15 tuần của học kỳ II năm học 2023 -2024. Trước và sau can thiệp, học sinh làm bài kiểm tra năng lực mô hình hóa Toán học. Kết quả cho thấy điểm trung bình của học sinh tăng từ khoảng 43% lên 69%, sự khác biệt có ý nghĩa thống kê ($p < 0,001$), chứng tỏ năng lực mô hình hóa được cải thiện rõ rệt. Các biểu hiện tích cực về thái độ, sự tự tin và hứng thú học tập cũng được ghi nhận. Bài báo phân tích nguyên nhân khiến học sinh yếu gặp khó khăn khi mô hình hóa, đồng thời đề xuất ba nguyên tắc giảng dạy chính: 1) Xây dựng môi trường học hợp tác, 2) Đa dạng hóa phương pháp giảng dạy dựa trên lý thuyết đa trí tuệ, 3) Cá nhân hóa hỗ trợ học sinh. Ví dụ minh họa về bài toán thiết kế sân vận động hình elip cho thấy cách áp dụng mô hình hóa trong dạy học hiệu quả. Nghiên cứu khẳng định việc phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh yếu kém là khả thi nếu được tổ chức dạy học đúng cách, góp phần thu hẹp khoảng cách năng lực trong lớp và nâng cao chất lượng giáo dục toàn diện.

Từ khóa: *Mô hình hóa Toán học; năng lực mô hình hóa; học sinh yếu kém; trung học phổ thông; giải quyết vấn đề thực tiễn.*

1. Đặt vấn đề

Năng lực mô hình hóa Toán học ngày càng được đề cao trong giáo dục hiện đại và đặc biệt được nhấn mạnh trong Chương trình Giáo dục phổ thông mới (2018) như một yếu tố then chốt giúp học sinh vận dụng kiến thức Toán vào thực tiễn.

Tuy nhiên, nhiều học sinh yếu kém môn Toán gặp khó khăn trong việc tiếp thu các bài toán thực tiễn do thiếu hụt kiến thức nền tảng hoặc phương pháp học tập chưa hiệu quả. Thêm vào đó, sự thiếu hỗ trợ từ môi trường học tập khiến các em thiếu tự tin và dễ tụt hậu so với bạn bè. Trước thực trạng này, câu hỏi nghiên cứu chính được đặt ra là: Làm thế nào để phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh yếu kém? Các nghiên cứu cho thấy, dạy học Toán theo định hướng mô hình hóa có thể nâng cao hứng thú học tập của học sinh. Tuy nhiên, phần lớn nghiên cứu trước đây tập trung vào học sinh khá giỏi, ít chú ý đến học sinh yếu kém, dẫn tới khoảng trống nghiên cứu. Nghiên cứu này nhằm lấp đầy khoảng trống đó bằng cách đề xuất phương thức phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh yếu kém, giúp các em vượt qua khó khăn và thu hẹp khoảng cách học tập với bạn bè. Đồng thời, nghiên cứu đóng góp cả về lý luận lẫn thực tiễn, hướng tới một nền giáo dục toàn diện, công bằng, không để học sinh nào bị bỏ lại phía sau.

2. Tổng quan sơ lược các nghiên cứu có liên quan

Các nghiên cứu trong và ngoài nước đã khẳng định rằng, dạy học Toán theo định hướng mô hình hóa mang lại nhiều lợi ích thiết thực cho người học. Việc giải quyết các bài toán gắn với thực tiễn giúp học sinh hiểu rõ giá trị ứng dụng của Toán học và phát triển các kỹ năng tư duy như phân tích, đánh giá và sáng tạo (Grove et al., 2020). Đồng thời, các bài toán mở yêu cầu mô hình hóa tạo cơ hội để học sinh rèn luyện tư duy phản biện và linh hoạt trong cách tiếp cận (Ceylan & Karahan, 2021).

Tuy nhiên, học sinh yếu kém môn Toán thường gặp nhiều rào cản trong quá trình tiếp cận hoạt động mô hình hóa. Theo Nguyễn Thụy Phương Trâm (2019), những khó khăn này xuất phát từ những nguyên nhân chủ quan (thiếu hụt kiến thức nền tảng, kỹ năng tự học, động lực học tập) và khách quan (sĩ số lớp đông, phương pháp giảng dạy thiếu linh hoạt, tài liệu không phù hợp trình độ). Những yếu tố này khiến học sinh mất tự tin và lúng túng khi đối diện với các bài toán thực tiễn.

Blum và Leiß (2007) nhận định, học sinh yếu

thường giải quyết bài toán một cách máy móc, bỏ qua ngữ cảnh thực tế nên không nắm được bản chất vấn đề. OECD (2007) cũng chỉ ra rằng, nhóm học sinh có thành tích thấp thường gặp khó khăn ở các bước then chốt trong chu trình mô hình hóa như xây dựng mô hình, diễn giải và kiểm tra kết quả. Điều này cho thấy, học sinh yếu không chỉ hạn chế về kiến thức Toán học mà còn thiếu năng lực phản ánh và đánh giá - những thành tố quan trọng trong mô hình hóa Toán học.

Dẫu vậy, các nghiên cứu gần đây đã chứng minh rằng, năng lực mô hình hóa vẫn có thể được phát triển ở học sinh yếu nếu có phương pháp phù hợp. Wei, Zhang và Guo (2022) cho thấy, học sinh có thể thực hiện tốt các nhiệm vụ mô hình hóa nếu được tiếp cận với bài toán được thiết kế hợp lý, có môi trường học tập hợp tác và sự hỗ trợ kịp thời. Điều này khẳng định vai trò quan trọng của việc cá nhân hóa hỗ trợ, kết hợp cùng thiết kế sư phạm chuyên biệt nhằm phát huy năng lực tiềm ẩn của học sinh.

Tuy nhiên, tại Việt Nam cũng như nhiều quốc gia khác, số lượng nghiên cứu tập trung vào phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh yếu còn hạn chế. Phần lớn các công trình hiện nay chỉ khảo sát học sinh trung bình hoặc khá giỏi, trong khi nhóm yếu kém - đối tượng cần hỗ trợ nhiều nhất - lại ít được chú ý. Khoảng trống này đặt ra yêu cầu cấp thiết đối với việc thiết kế và triển khai các giải pháp sư phạm phù hợp nhằm thu hẹp khoảng cách học tập, góp phần hiện thực hóa mục tiêu giáo dục toàn diện và công bằng.

3. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu được tiến hành theo thiết kế bán thực nghiệm một nhóm, với phép đo trước và sau can thiệp nhằm đánh giá hiệu quả của phương pháp dạy học tích hợp mô hình hóa Toán học đối với học sinh yếu kém. Mẫu nghiên cứu gồm 166 học sinh lớp 10 của Trường Trung học phổ thông Đức Trọng và Trường Trung học phổ thông Hoàng Hoa Thám (tỉnh Lâm Đồng), được chọn dựa trên tiêu chí điểm trung bình môn Toán học kì I dưới 5,0 (thang điểm 10).

Công cụ đánh giá là bài kiểm tra năng lực mô hình hóa Toán học, gồm 4 bài toán thực tiễn chưa từng được luyện tập nhằm đảm bảo đo lường đúng năng lực vận dụng. Bài kiểm tra được thiết kế theo các bước trong quy trình mô hình hóa Toán học: hiểu vấn đề thực tiễn, xây dựng mô hình Toán học, giải quyết bài toán trong mô hình và diễn giải kết quả. Nội dung bài kiểm tra đã được thẩm định bởi các chuyên gia giáo dục Toán học. Ngoài ra, dữ liệu định tính về thái độ,

hành vi và mức độ tự tin của học sinh cũng được thu thập thông qua quan sát lớp học.

Chương trình can thiệp kéo dài 15 tuần trong học kì II năm học 2023 -2024, bao gồm 5 bài toán mô hình hóa gắn với các tình huống quen thuộc, phù hợp với học sinh yếu. Mỗi bài toán được thực hiện trong khoảng 20 phút với sự hỗ trợ từng bước từ giáo viên. Các tình huống bao gồm: 1) Thiết kế huy hiệu hình elip; 2) Dự báo lượng nước tiêu thụ; 3) Tính toán chi phí sinh nhật lớp; 4) Lựa chọn gói cước Internet; 5) Tính calo tiêu thụ trong tập luyện. Trong mỗi hoạt động, giáo viên triển khai các biện pháp hỗ trợ như: Tổ chức nhóm học tập kết hợp học sinh khá và yếu, đặt câu hỏi gợi mở theo cấp độ tư duy, sử dụng công cụ trực quan (GeoGebra, Excel, video minh họa) và phản hồi bằng lời nói hoặc hình ảnh nhằm khuyến khích học sinh vượt qua trở ngại trong tư duy. Kết quả học tập của học sinh trước và sau can thiệp được phân tích bằng thống kê mô tả và phép kiểm định t ghép cặp (Paired t-test) bằng phần mềm SPSS 26 với mức ý nghĩa thống kê 0,05. Toàn bộ quá trình nghiên cứu tuân thủ nghiêm ngặt các nguyên tắc đạo đức trong nghiên cứu khoa học giáo dục.

4. Kết quả nghiên cứu

4.1. Thực trạng năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh yếu kém môn Toán

Theo Nguyễn Danh Nam (2015, 2016), năng lực mô hình hóa Toán học được hiểu là khả năng vận dụng các công cụ và phương pháp Toán học để biểu diễn, phân tích và giải quyết vấn đề thực tiễn thông qua việc xây dựng và kiểm chứng mô hình. Năng lực này đòi hỏi học sinh có khả năng chuyển đổi linh hoạt giữa ngữ cảnh thực tế và biểu diễn Toán học, giải quyết vấn đề trong khuôn khổ mô hình và diễn giải kết quả phù hợp với tình huống ban đầu. Trong bối cảnh giáo dục phổ thông, năng lực mô hình hóa Toán học được cụ thể hóa thành khả năng thực hiện trọn vẹn quy trình mô hình hóa nhằm giải quyết các bài toán thực tế. Theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018, năng lực này bao gồm ba thành tố cốt lõi: 1) Xác định mô hình Toán học từ tình huống thực tế bằng biểu thức, phương trình, bảng biểu hoặc đồ thị; 2) Giải quyết bài toán trong mô hình bằng các công cụ Toán học phù hợp; 3) Diễn giải, đánh giá kết quả trong bối cảnh thực tế, điều chỉnh mô hình khi cần thiết.

Tuy nhiên, nhiều nghiên cứu cho thấy, học sinh có học lực yếu kém thường gặp khó khăn nghiêm trọng trong việc phát triển năng lực này. Theo kết quả từ Chương trình Đánh giá học sinh quốc tế

(PISA), học sinh có thành tích thấp gặp nhiều trở ngại khi thực hiện các nhiệm vụ mô hình hóa, đặc biệt ở các bước trừu tượng hóa tình huống và diễn giải kết quả (OECD, 2007). Các em thường thiếu kỹ năng tư duy hệ thống và logic, dẫn đến lúng túng trong phân tích vấn đề. Blum và Leiß (2007) nhận xét rằng, học sinh yếu có xu hướng tiếp cận bài toán một cách máy móc, bỏ qua ngữ cảnh thực tiễn và chỉ thao tác với các con số đã cho mà không thực sự hiểu bản chất tình huống. Cách làm này có thể dẫn đến đáp án đúng trong những bài toán kỹ thuật đơn giản nhưng không hiệu quả đối với các bài toán ứng dụng cần tư duy bối cảnh (Baruk, 1985; Blum & Leiß, 2007).

Ngoài ra, học sinh yếu thường không biết cách bắt đầu xây dựng mô hình, thiếu tự tin trong việc liên hệ kiến thức toán với tình huống đời sống. National Research Council (2001) cũng chỉ ra rằng tư duy và lập luận Toán học - một thành tố quan trọng của năng lực Toán học - thường là điểm yếu nổi bật ở nhóm học sinh này. Trong quá trình mô hình hóa, các em thường chỉ thực hiện được bước tính toán mà không đánh giá được tính hợp lý của kết quả. Điều này phù hợp với nhận định của Blum và Leiß (2007), rằng bước kiểm tra và xác nhận là trở ngại lớn vì học sinh thiếu khả năng tự phản biện và đối chiếu kết quả với thực tế.

Tóm lại, học sinh yếu kém môn Toán chưa hình thành đầy đủ năng lực mô hình hóa Toán học. Các em không chỉ thiếu kiến thức và kỹ năng cơ bản mà còn hạn chế trong khả năng vận dụng kiến thức vào bối cảnh thực tiễn, dẫn đến hiệu quả thấp trong giải quyết các bài toán mô hình hóa. Việc nhận diện rõ những hạn chế này là cơ sở quan trọng để thiết kế các giải pháp sư phạm phù hợp nhằm hỗ trợ nhóm học sinh này phát triển năng lực Toán học toàn diện.

4.2. Nguyên nhân học sinh gặp khó khăn khi thực hiện mô hình hóa Toán học

Học sinh yếu kém môn Toán thường gặp nhiều khó khăn khi thực hiện các nhiệm vụ mô hình hóa Toán học, bắt nguồn từ cả nguyên nhân chủ quan lẫn khách quan. Về chủ quan, đa số học sinh yếu thiếu động lực, hứng thú học tập, dẫn đến việc thiếu kiên trì khi gặp các bài toán phức tạp yêu cầu năng lực mô hình hóa. Các em thường mang tâm lý "sợ Toán", thiếu tự tin vào khả năng của mình và dễ dàng từ bỏ trước những nhiệm vụ khó khăn (Singh et al., 2002). Ngoài ra, những hạn chế về kiến thức cơ bản và tư duy Toán học khiến học sinh yếu không thể xác định chính xác mối quan hệ giữa các yếu tố thực tiễn để xây dựng mô hình toán. Các em ít được rèn luyện kỹ

năng áp dụng Toán vào thực tế nên khó phát triển trực giác và thói quen vận dụng Toán học để giải quyết vấn đề đời sống hàng ngày.

Về mặt khách quan, phương pháp giảng dạy truyền thống chủ yếu thiên về lí thuyết và các kĩ thuật Toán học thuần túy, chưa chú trọng phát triển kĩ năng mô hình hóa trong thực tiễn (Blum & Ferri, 2009). Giáo viên thường tập trung vào việc luyện tập các bài toán công thức mà ít liên kết với tình huống thực tế, tạo khoảng cách giữa chương trình học với thực tế lớp học (Chan, 2013). Điều này khiến học sinh yếu kém thiếu cơ hội thực hành và không thấy được ứng dụng thực tế của kiến thức Toán học. Ngoài ra, giáo viên cũng thiếu tự tin trong việc triển khai mô hình hóa do chưa được đào tạo chuyên sâu, dẫn đến việc duy trì các phương pháp dạy học truyền thống, bỏ lỡ cơ hội giúp học sinh phát triển kĩ năng thực hành (Blum & Ferri, 2009; Chan, 2013).

Cuối cùng, môi trường học tập và tài liệu giảng dạy hiện hành chưa đáp ứng tốt nhu cầu của học sinh yếu. Các tài liệu tham khảo hiện tại thường dành cho học sinh khá giỏi, thiếu các tài liệu phù hợp trình độ học sinh yếu. Việc sử dụng công nghệ hỗ trợ giảng dạy còn rất hạn chế ở nhiều nơi, đặc biệt tại các trường điều kiện khó khăn. Điều này làm giảm cơ hội để học sinh yếu được tiếp cận các công cụ trực quan như phần mềm mô phỏng, vốn rất hữu ích trong việc hỗ trợ các em xây dựng và kiểm tra mô hình Toán học (Siller & Greefrath, 2010). Như vậy, sự kết hợp giữa các yếu tố từ học sinh, phương pháp giảng dạy của giáo viên và môi trường học tập thiếu công nghệ đã tạo thành những rào cản lớn khiến học sinh yếu kém khó khăn khi tiếp cận và thực hiện mô hình hóa Toán học hiệu quả (Blum & Ferri, 2009; Singh et al., 2002; Zulnaidi & Zamri, 2017).

4.3. Cơ sở lí luận của việc dạy học mô hình hóa

Lí thuyết kiến tạo xã hội của Vygotsky (1978) nhấn mạnh vai trò của môi trường xã hội và tương tác văn hóa trong sự phát triển nhận thức. Khái niệm vùng phát triển gần nhất (ZPD) chỉ ra khoảng cách giữa những gì học sinh có thể làm độc lập và những gì có thể đạt được với sự hỗ trợ. Theo đó, học sinh yếu kém có thể tiến bộ nếu nhận được sự trợ giúp phù hợp từ giáo viên và bạn bè khá hơn. Trong dạy học Toán, giáo viên đóng vai trò người hướng dẫn, hỗ trợ học sinh yếu từng bước thực hiện nhiệm vụ mô hình hóa thông qua thảo luận nhóm, đặt câu hỏi định hướng và gợi ý thích hợp. Nhờ đó, các em có thể xây dựng kiến thức mới thông qua sự “nội tâm hóa” các trải nghiệm xã hội (Vygotsky, 1978). Ví dụ,

giáo viên có thể hướng dẫn học sinh yếu diễn đạt bài toán bằng lời của mình hoặc thảo luận với bạn trước khi lập mô hình, giúp các em hiểu vấn đề sâu hơn (Tharp & Gallimore, 1988).

Bên cạnh đó, thuyết đa trí tuệ của Gardner (1983) cung cấp cơ sở để đa dạng hóa phương pháp giảng dạy, giúp học sinh tiếp cận nội dung theo cách phù hợp với khả năng của mình. Gardner xác định trí thông minh có nhiều loại, không chỉ giới hạn ở tư duy logic - Toán học mà còn bao gồm ngôn ngữ, không gian, vận động... Vì vậy, nếu chỉ giảng giải lí thuyết bằng lời, học sinh yếu có thể gặp khó khăn. Thay vào đó, giáo viên nên kết hợp nhiều phương pháp như hình ảnh trực quan, mô phỏng phần mềm, thảo luận nhóm và hoạt động thực hành để hỗ trợ các kiểu trí thông minh khác nhau. Chẳng hạn, trong bài toán mô hình hóa về chuyển động, giáo viên có thể sử dụng video (phù hợp với trí thông minh không gian), phần mềm mô phỏng (logic - Toán học), thảo luận nhóm (liên cá nhân) và yêu cầu học sinh mô tả bài toán bằng lời (ngôn ngữ). Cách tiếp cận đa kênh này giúp học sinh yếu tiếp thu kiến thức tốt hơn, đặc biệt khi phương pháp truyền thống không hiệu quả (Armstrong, 2009).

Việc tích hợp hai lí thuyết này giúp xây dựng một môi trường học tập hợp tác, tạo điều kiện để học sinh yếu học hỏi từ giáo viên và bạn bè, đồng thời đa dạng hóa cách tiếp cận để phù hợp với từng cá nhân. Điều này đảm bảo rằng, mỗi học sinh đều có cơ hội phát triển theo thế mạnh riêng. Bên cạnh đó, giáo viên cần cá nhân hóa sự hỗ trợ, giảm dần trợ giúp khi học sinh đã có thể tự thực hiện nhiệm vụ mô hình hóa, phù hợp với nguyên tắc “bắc giàn” trong ZPD của Vygotsky. Việc áp dụng các chiến lược này không chỉ giúp học sinh yếu tiếp cận Toán học hiệu quả hơn mà còn phù hợp với xu hướng giáo dục hiện đại, đặt người học vào trung tâm và khuyến khích học qua trải nghiệm thực tế.

4.4. Đề xuất phương pháp phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh yếu kém

Kết hợp hai cơ sở lí luận đã trình bày ở trên, có thể xác lập ba nguyên tắc cốt lõi trong việc dạy học mô hình hóa Toán học dành cho học sinh yếu kém.

Thứ nhất, giáo viên cần xây dựng một môi trường học tập hợp tác, trong đó học sinh yếu được tham gia các nhóm học tập cùng với những học sinh khá - giỏi. Sự tương tác trong nhóm, dưới sự dẫn dắt của giáo viên, tạo điều kiện để học sinh yếu học hỏi qua thảo luận và hỗ trợ bạn bè, từ đó dần vượt qua khoảng cách nhận thức (ZPD) để đạt được tiến bộ rõ rệt.

Thứ hai, phương pháp giảng dạy cần được đa dạng hóa nhằm đáp ứng các kiểu trí thông minh khác nhau của học sinh. Thay vì chỉ giảng giải lí thuyết bằng lời, giáo viên sử dụng kết hợp hình ảnh minh họa, phần mềm GeoGebra, bảng tính Excel, video tình huống và các hoạt động thao tác thực tiễn... Cách tiếp cận đa kênh này giúp học sinh yếu dễ dàng tiếp cận kiến thức từ nhiều góc độ và có cơ hội vận dụng vào các tình huống thực tế.

Thứ ba, giáo viên cần cá nhân hóa sự hỗ trợ bằng cách theo sát tiến trình học của từng em, đặt câu hỏi gợi mở phù hợp với năng lực của học sinh, sử dụng sơ đồ tư duy và minh họa trực quan để giúp học sinh vượt qua điểm nghẽn tư duy. Trợ giúp này sẽ được điều chỉnh giảm dần khi học sinh có thể tự thực hiện các bước trong chu trình mô hình hóa.

Hình 1 minh họa quá trình chuyển đổi linh hoạt giữa “thế giới thực” và “thế giới Toán học” trong mô hình hóa: Khởi đầu từ một bài toán thực tiễn, vấn đề được đơn giản hóa và cấu trúc hóa để xác định một bài toán Toán học tương ứng. Tiếp theo, bài toán này được Toán học hóa - tức là thiết lập mô hình Toán học và giải quyết bằng các công cụ Toán học nhằm tìm ra lời giải. Kết quả sau đó được diễn giải trở lại bối cảnh thực tế và được kiểm tra, đánh giá mức độ phù hợp với tình huống ban đầu. Nếu kết quả chưa đạt yêu cầu, mô hình sẽ được điều chỉnh và chu trình sẽ tiếp tục lặp lại. Việc vận dụng ba nguyên tắc trên không chỉ giúp học sinh yếu dễ dàng tiếp cận Toán học mà còn phù hợp với định hướng giáo dục hiện đại - nhấn mạnh học tập qua trải nghiệm và đảm bảo mọi học sinh đều có cơ hội phát triển, không ai bị bỏ lại phía sau.

4.5. Ví dụ minh họa

Để làm rõ hơn các phương pháp đề xuất, nghiên cứu trình bày một tình huống dạy học mô hình hóa cụ thể áp dụng cho đối tượng học sinh yếu kém môn Toán lớp 10 trung học phổ thông. Tình huống được

lựa chọn là một bài toán thực tiễn liên quan đến việc thiết kế huy hiệu có khung viền hình elip - nội dung quen thuộc trong chương trình Hình học 10.

Đề bài như sau: “Lớp 10A muốn thiết kế một huy hiệu hình elip với chiều ngang tối đa 50 cm và chiều cao tối đa 40 cm để gắn lên cổng trại. Ngoài ra, để tạo điểm nhấn, hai họa tiết hình ngôi sao cần được bố trí đối xứng qua tâm elip. Hãy tìm phương trình elip và xác định vị trí đặt hai ngôi sao sao cho cân đối và đảm bảo tính thẩm mỹ”.

Hoạt động mô hình hóa qua bài toán thiết kế huy hiệu hình elip tưởng chừng đơn giản đối với học sinh khá giỏi nhưng lại chứa nhiều rào cản tư duy với học sinh yếu kém. Vì vậy, giáo viên cần triển khai những bước hỗ trợ đặc thù nhằm giúp học sinh yếu hiểu bài và thực hiện được nhiệm vụ mô hình hóa.

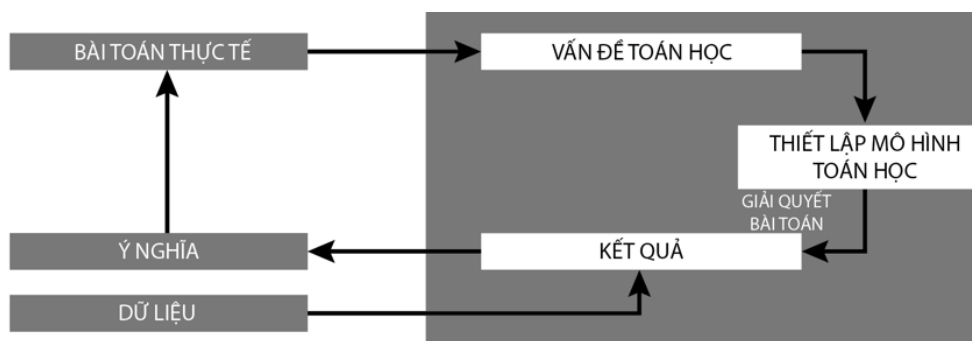
Bước thứ nhất, giáo viên hướng dẫn học sinh phân tích đề bài để xác định nhiệm vụ chính là tìm phương trình elip mô tả khung viền huy hiệu, đồng thời xác định các thông số hình học cần thiết như trục lớn, trục nhỏ và tọa độ tiêu điểm - cơ sở cho việc bố trí các chi tiết thiết kế theo đúng yêu cầu.

Bước thứ hai, giáo viên hướng dẫn học sinh trừu tượng hóa tình huống thực tế thành mô hình Toán học. Giả định đường viền huy hiệu là một elip lí tưởng trên mặt phẳng, bỏ qua các yếu tố như độ dày viền hay chi tiết trang trí.

Bước thứ ba, học sinh được hỗ trợ để thiết lập mô hình Toán học: Đặt hệ trục tọa độ sao cho tâm elip tại gốc tọa độ O, trục lớn trùng với trục hoành và trục nhỏ trùng với trục tung. Khi đó, phương trình chính tắc của elip có dạng:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ với } a > b > 0.$$

Và phương trình elip mô tả khung huy hiệu trên là:



Hình 1: Sơ đồ chu trình mô hình hóa Toán học điển hình

$$\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$$

Bước thứ tư, giáo viên hỗ trợ học sinh tiến hành giải quyết bài toán, xác định các yếu tố hình học quan trọng của elip: Độ dài trục lớn được xác định là $2a = 50$, độ dài trục nhỏ là $2b = 40$. Các đỉnh của elip trên trục lớn là các điểm $(\pm 25; 0)$, các đỉnh trên trục nhỏ là các điểm $(0; \pm 20)$. Tiêu cự của elip được tính

bởi công thức $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{625 - 400} = 15$. Hai tiêu điểm có tọa độ là $F_1(-15; 0)$, $F_2(15; 0)$. Những thông số này sẽ là cơ sở để học sinh diễn giải và liên hệ với thực tiễn ở bước tiếp theo.

Trong bước thứ năm, học sinh được yêu cầu diễn giải kết quả và áp dụng các thông số vào thực tiễn thiết kế huy hiệu: Đường viền huy hiệu sẽ vừa khít trong một khung hình chữ nhật 50 cm x 40cm vị trí cụ thể đặt hai ngôi sao trang trí có tọa độ $(\pm 15; 0)$, tâm sai $e = \frac{c}{a} = 0,6$ cho biết mức độ “dẹt” của elip, học sinh vẽ huy hiệu có thể sử dụng tính chất tiêu điểm để vẽ elip một cách chính xác: Đóng hai đinh nhỏ tại $F_1(-15; 0)$ và $F_2(15; 0)$, buộc một sợi dây dài $2a = 50$ cm vào hai đinh rồi dùng bút kéo căng dây để vạch, đầu bút sẽ tạo ra đường elip mong muốn.

Cuối cùng, bước thứ sáu là đánh giá mô hình Toán học vừa thiết lập và đề xuất điều chỉnh nếu cần thiết. Giáo viên hướng dẫn học sinh đánh giá tính hợp lý của mô hình đã xây dựng. Học sinh xác minh các thông số trục và tiêu điểm có phù hợp với yêu cầu đề bài không, đồng thời kiểm tra trực quan bằng phần mềm GeoGebra: vẽ đường elip, quan sát hình dạng và vị trí tiêu điểm. Ngoài ra, có thể sử dụng Excel để kiểm tra một số điểm cụ thể có nằm trên elip hay không. Việc này không chỉ củng cố kết quả mà còn giúp học sinh hiểu sâu bản chất mô hình.

Trong toàn bộ hoạt động mô hình hóa, giáo viên giữ vai trò hỗ trợ liên tục, đặc biệt với học sinh yếu. Ở từng bước, giáo viên đưa ra các câu hỏi gợi mở như “Vì sao chọn tâm elip tại gốc tọa độ?”, “Làm sao tính được tiêu điểm?”, “Cách vẽ hình elip dựa vào định nghĩa?”, “Làm thế nào kiểm tra một điểm có nằm trên elip không?”, “Tại sao không đặt ngẫu nhiên hai ngôi sao tại những điểm đối xứng qua tâm của elip bất kì mà lại chọn tiêu điểm?”,... Các phương tiện trực quan như phần mềm mô phỏng, hình vẽ minh họa và hoạt động nhóm nhỏ cũng được triển khai nhằm tạo điều kiện để học sinh yếu được học hỏi từ bạn bè và vượt qua trở ngại nhận thức.

Kết quả cuối cùng không chỉ là phương trình elip và các thông số thiết kế mà còn là minh chứng

cho việc học sinh có thể vận dụng kiến thức Toán học vào giải quyết vấn đề thực tiễn. Thông qua hoạt động này, các em không chỉ hiểu sâu hơn về elip mà còn phát triển được năng lực tư duy phân tích, kỹ năng mô hình hóa và sự tự tin khi tiếp cận các tình huống tương tự trong học tập và đời sống.

4.6. Kết quả thực nghiệm định lượng và định tính

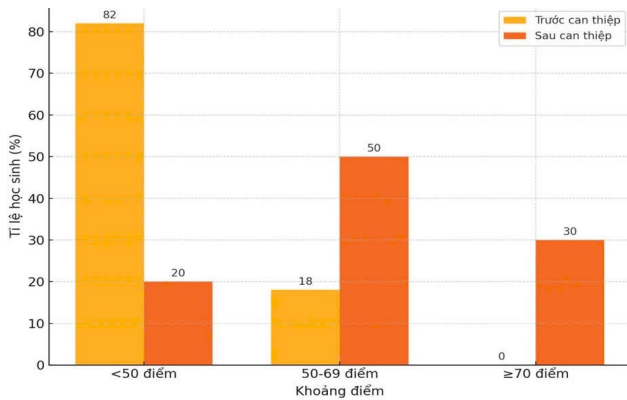
Kết quả nghiên cứu cho thấy phương pháp dạy học tích hợp các hoạt động mô hình hóa Toán học đã mang lại những tác động tích cực rõ rệt đối với việc phát triển năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh yếu kém môn Toán.

Bảng 1: Điểm trung bình (ĐTB) và độ lệch chuẩn (SD) của bài kiểm tra năng lực mô hình hóa Toán học trước và sau khi can thiệp (thang 100 điểm)

Nhóm học sinh	Trước can thiệp (ĐTB ± SD)	Sau can thiệp (ĐTB ± SD)
Toàn bộ mẫu (N = 166)	43,5 ± 12,4	69,2 ± 10,8
Trung học phổ thông Đức Trọng (n = 77)	45,0 ± 13,1	70,1 ± 11,0
Trung học phổ thông Hoàng Hoa Thám (n = 89)	42,1 ± 11,7	68,4 ± 10,6

Cụ thể, điểm trung bình năng lực mô hình hóa của toàn bộ mẫu nghiên cứu đã tăng đáng kể từ mức 43,5 điểm trước can thiệp lên 69,2 điểm sau can thiệp (xem Bảng 1). Kết quả kiểm định thống kê cũng khẳng định sự cải thiện này có ý nghĩa rõ ràng ($t = 24,5$; $p < 0,001$), cho thấy phương pháp can thiệp thực sự hiệu quả đối với học sinh yếu kém.

Phân tích chi tiết kết quả của từng trường cho thấy sự tiến bộ tương đồng giữa hai nhóm học sinh. Điểm trung bình của học sinh Trường Trung học phổ thông Đức Trọng tăng từ 45,0 điểm trước can thiệp lên 70,1 điểm sau can thiệp, trong khi điểm trung bình của học sinh Trường Trung học phổ thông Hoàng Hoa Thám tăng từ 42,1 lên 68,4 điểm. Sự khác biệt nhỏ giữa hai trường không có ý nghĩa thống kê, phản ánh tính hiệu quả ổn định của chương trình trên các bối cảnh học tập khác nhau. Như vậy, kết quả nghiên cứu không chỉ chứng minh tính hiệu quả chung của phương pháp dạy học mô hình hóa mà còn cho thấy phương pháp này có thể được áp dụng rộng rãi ở các trường có đặc điểm khác nhau.



Hình 2: Biểu đồ phân phối điểm số năng lực mô hình hóa trước và sau can thiệp

Hình 2 cho thấy sự thay đổi đáng kể trong phân bố điểm số năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh trước và sau khi can thiệp. Ban đầu, khoảng 82% học sinh đạt dưới 50 điểm và không có ai ghi nhận điểm từ 70 trở lên, phản ánh năng lực mô hình hóa còn hạn chế. Sau thực nghiệm, biểu đồ dịch chuyển rõ rệt về phía bên phải khi tỉ lệ học sinh có điểm dưới 50 giảm còn khoảng 20%, trong khi tỉ lệ đạt từ 70 trở lên tăng lên khoảng 30%. Điều này chứng tỏ rằng, năng lực mô hình hóa của học sinh yếu đã được cải thiện đáng kể.

Quan sát định tính tại lớp cũng ghi nhận sự biến đổi tích cực về thái độ và hành vi học tập. Ban đầu, các em còn lúng túng, thiếu tự tin khi đối mặt với các nhiệm vụ mô hình hóa. Tuy nhiên, sau vài tuần thực hiện chương trình, học sinh dần trở nên tự tin hơn, tích cực tham gia vào các hoạt động nhóm, chủ động đề xuất ý tưởng và trình bày kết quả trước lớp. Nhiều em cho biết, việc áp dụng các tình huống thực tiễn đã khiến môn Toán trở nên dễ hiểu và hấp dẫn hơn.

5. Thảo luận

Mặc dù kết quả nghiên cứu đã cho thấy những chuyển biến tích cực trong việc phát triển năng lực mô hình hóa Toán học ở học sinh yếu kém, vẫn tồn tại một số hạn chế cần được cân nhắc khi đánh giá tính hiệu lực và khả năng khái quát của kết quả. Trước hết, nghiên cứu được thực hiện theo thiết kế bán thực nghiệm một nhóm, không có nhóm đối chứng, nên khó có thể khẳng định chắc chắn rằng, những thay đổi về năng lực mô hình hóa hoàn toàn là kết quả của chương trình can thiệp. Các yếu tố ngoại sinh như tác động tích cực từ giáo viên, động lực học tập tăng lên trong thời gian theo dõi, hay ảnh hưởng từ các môn học khác cũng có thể đóng vai trò nhất định. Thứ hai, phạm vi triển khai nghiên cứu giới hạn trong hai trường trung học phổ thông

thuộc một tỉnh miền núi phía Nam với cỡ mẫu vừa phải, dẫn đến việc khái quát hóa kết quả sang các nhóm học sinh thuộc khu vực khác (đô thị, vùng sâu - vùng xa, vùng có điều kiện giáo dục đặc biệt) còn gặp nhiều hạn chế. Thêm vào đó, phương pháp thu thập dữ liệu định tính chủ yếu dựa trên quan sát và nhật kí giáo viên, chưa sử dụng được các công cụ đo lường hệ thống để phân tích sâu tiến trình phát triển năng lực của từng cá nhân học sinh.

Tuy nhiên, kết quả vẫn mang lại một số ý nghĩa sư phạm quan trọng. Việc học sinh yếu kém có thể từng bước thực hiện đầy đủ các bước trong chu trình mô hình hóa và thể hiện rõ sự cải thiện trong khả năng diễn giải, khái quát và kết nối với tình huống thực tiễn cho thấy rằng, nếu được hỗ trợ phù hợp, năng lực mô hình hóa không phải là đặc quyền của học sinh khá - giỏi. Kết quả này đồng thuận với các phát hiện của Wei, Zhang & Guo (2022), cho thấy học sinh có thành tích thấp vẫn có thể tham gia tích cực vào hoạt động mô hình hóa khi được triển khai các chiến lược hỗ trợ phân tầng và xây dựng môi trường học tập hợp tác. Đồng thời, nghiên cứu cũng góp phần làm phong phú thêm khung lí thuyết mô hình hóa Toán học trong bối cảnh học sinh yếu - một nhóm đối tượng vốn chưa được tập trung nghiên cứu nhiều như học sinh năng khiếu (Blum & Leiß, 2007) hay học sinh trung bình khá (Sakinah et al., 2020; Armutcu & Bal, 2023).

Từ những phân tích trên, nghiên cứu đề xuất một số hướng phát triển tiếp theo: 1) Thiết kế nghiên cứu thực nghiệm có nhóm đối chứng và phân tích đa biến nhằm kiểm soát tác động của các yếu tố ngoại sinh; 2) Mở rộng phạm vi đối tượng nghiên cứu, bao gồm cả học sinh ở các vùng có đặc điểm văn hóa - xã hội khác biệt; 3) Xây dựng bộ công cụ đánh giá năng lực mô hình hóa một cách hệ thống, có thể theo dõi sự phát triển qua thời gian và phân tích chi tiết các thành tố cấu thành năng lực. Bên cạnh đó, cần kết hợp đánh giá cả mặt định tính và định lượng, lồng ghép các yếu tố như thái độ học tập, sự tự tin và khả năng hợp tác nhóm để hiểu sâu hơn cơ chế ảnh hưởng của phương pháp dạy học mô hình hóa đối với sự thay đổi của học sinh yếu kém trong môi trường học tập thực tế.

6. Kết luận

Nghiên cứu này đã chỉ ra rằng, một chương trình dạy học toán với các bài toán mô hình hóa được thiết kế phù hợp có thể cải thiện rõ rệt năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh yếu kém. Sau một học kì tham gia, học sinh không chỉ nâng cao kết quả bài

kiểm tra mà còn tiến bộ về sự tự tin và hứng thú học tập. Điều này khẳng định mọi học sinh đều có thể tiếp cận các mục tiêu năng lực của chương trình giáo dục Toán học nếu được hỗ trợ đúng cách.

Việc phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh yếu kém là khả thi và mang lại lợi ích thiết thực, góp phần thu hẹp khoảng cách về thành tích trong lớp học. Để mở rộng thành công này, các nhà giáo dục cần tiếp tục nghiên cứu, thử nghiệm ở quy mô rộng

hơn cũng như xây dựng tài liệu hướng dẫn cụ thể cho giáo viên. Đồng thời, việc đưa nhiều hơn những hoạt động Toán học gắn liền cuộc sống vào lớp học sẽ làm môn Toán trở nên sinh động, hấp dẫn hơn, qua đó thu hút được cả những học sinh vốn thiếu hứng thú hoặc gặp khó khăn với môn học. Những nỗ lực này sẽ giúp hiện thực hóa mục tiêu giáo dục Toán học toàn diện, bảo đảm không học sinh nào bị bỏ lại phía sau trong hành trình chinh phục tri thức và kỹ năng Toán học.

Tài liệu tham khảo

- Armstrong, T. (2009). *Multiple intelligences in the classroom* (3rd ed.). ASCD.
- Armutcu, Y., & Bal, A. P. (2023). The effect of mathematical modelling activities on students' mathematical modelling skills in the context of STEM education. *International Journal of Contemporary Educational Research*, 10(1), 53–71. <https://doi.org/10.33200/ijcer.1131928>.
- Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine*. Seuil.
- Blum, W., & Ferri, B. R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp.222–231). Horwood Publishing.
- Ceylan, Ö., & Karahan, E. (2021). STEM odaklı matematik uygulamalarının 11. sınıf öğrencilerinin matematik tutum ve bilgileri üzerine etkisi [The effect of STEM-focused math practices on 11th grade students' math attitudes and knowledge]. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 11(2), 660–683. <https://doi.org/10.18039/ajesi.793601>
- Chan, J. C. (2013). *The role of social media in crisis preparedness, response, and recovery*. Vanguard, RAHS Think Centre.
- Gardner, H. (1983). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. Basic Books.
- Grove, M., Croft, T., & Lawson, D. (2020). The extent and uptake of mathematics support in higher education: results from the 2018 survey. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, 39(2), 86–104. <https://doi.org/10.1093/teamat/hrz009>
- National Research Council. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/9822>.
- Nguyễn Danh Nam. (2015). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Thái Nguyên.
- Nguyễn Danh Nam. (2016). Năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh phổ thông. *Tạp chí Khoa học*, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, 60(8), 44–52.
- Nguyễn Thụy Phương Trâm. (2019). *Giúp đỡ học sinh yếu kém trong dạy học môn Toán lớp 10 Trung học phổ thông*, Luận án Tiến sĩ, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, Hà Nội, Việt Nam.
- OECD. (2007). *PISA 2006: Science competencies for tomorrow's world* (Vol. 1 - Analysis). OECD Publishing.
- Sakinah, A. R., Hiltrimartin, C., Hartono, Y., & Indaryanti, I. (2020). High school students' mathematical modeling skills in problem-based learning (PBL). *Journal of Physics: Conference Series*, 1480(1), 012041. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1480/1/012041>
- Singh, K., Granville, M., & Dika, S. (2002). Mathematics and science achievement: Effects of motivation, interest, and academic engagement. *The Journal of Educational Research*, 95(6), 323–332. <https://doi.org/10.1080/00220670209596607>
- Siller, H.-St., & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding technology. Trong V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of CERME 6* (pp. 2056–2065). Lyon, France. URL: <https://uni-salzburg.elsevierpure.com/en/publications/mathematical-modelling-in-class-regarding-to-technology>.
- Tharp, R. G., & Gallimore, R. (1988). *Rousing minds to life: Teaching, learning, and schooling in social context*. Cambridge University Press.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wei, Y., Zhang, Q., & Guo, J. (2022). Can mathematical modelling be taught and learned in primary mathematics classrooms? A systematic review of empirical studies. *Education Sciences*, 12(12), 923. <https://doi.org/10.3390/educsci12120923>
- Zulnaidi, H., & Zamri, S. N. A. S. (2017). The effectiveness of the GeoGebra software: The intermediary role of procedural knowledge on students' conceptual knowledge and their achievement in mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1993–2004. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01209a>