

PRACTISING ALGORITHMIC THINKING SKILLS IN TEACHING THE TOPIC 'DETERMINING THE ORTHOGONAL PROJECTION OF A POINT ONTO A PLANE' IN 11TH GRADE WITH THE SUPPORT OF GEOGEBRA SOFTWARE

Nguyen Ngoc Giang^{*1}, Nguyen Ai Quoc², Kieu Nguyen Thi³,
Minh Nguyen Thi Truc⁴, Cuong Le Minh⁵, Tran Thuy Hoang Yen⁶, Tran Chau Thanh Ngoc⁷

* Corresponding author
Email: giangnn@hub.edu.vn

¹ Ho Chi Minh University of Banking
36 Ton That Dam, District 1, Ho Chi Minh City,
Vietnam

² Email: naquoc@sgu.edu.vn
Saigon University

273 An Duong Vuong, Ward 2, District 5,
Ho Chi Minh City, Vietnam

³ Email: ntkieu@dthu.edu.vn

⁴ Email: nguyenthitrucminh@dthu.edu.vn

⁵ Email: lmcuong@dthu.edu.vn

⁶ Email: tthyen@dthu.edu.vn

^{3,4,5,6} Dongthap University
783, Pham Huu Lau street, Ward 6, Cao Lanh city,
Dong Thap province, Vietnam

⁷ Email: tranchauthanhngoc@gmail.com

Bachelor of Mathematics Education IGC School
Quarter 1, Tay Ninh city, Tay Ninh province, Vietnam

Received: 11/9/2024

Revised: 01/10/2024

Accepted: 09/11/2024

Published: 20/02/2025

Abstract: Currently, the application of information technology and digitization is a prominent trend in mathematics education. Mastering computer thinking in general and algorithmic thinking in particular brings many benefits. For 11th-grade teachers and students, practicing algorithmic thinking when teaching the orthogonal projection of a point onto a plane presents many challenges. To address these challenges, teaching this content requires the support of information technology in general and the GeoGebra software in particular. Using a theoretical research method, this paper analyzes concepts related to practicing algorithmic thinking, provides some classifications of algorithmic thinking, and outlines a teaching process for developing algorithmic thinking skills. Notably, the study presents examples demonstrating the practice of algorithmic thinking in teaching the topic of determining the orthogonal projection of a point onto a plane. The results will serve as a practical foundation for improving teaching effectiveness for teachers and the quality of learning for students regarding the topic of determining the orthogonal projection of a point onto a plane, with the support of GeoGebra software.

Keywords: *Thinking, algorithm, orthogonal projection, plane, learning process, GeoGebra.*

RÈN LUYỆN THAO TÁC TƯ DUY THUẬT TOÁN TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “XÁC ĐỊNH HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA MỘT ĐIỂM TRÊN MỘT MẶT PHẪNG” Ở LỚP 11 VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA PHẦN MỀM GEOGEBRA

Nguyễn Ngọc Giang^{*1}, Nguyễn Ái Quốc², Nguyễn Thị Kiều³,
Nguyễn Thị Trúc Minh⁴, Lê Minh Cường⁵, Trần Thuy Hoàng Yến⁶, Trần Châu Thanh Ngọc⁷

* Tác giả liên hệ
Email: giangnn@hub.edu.vn

¹ Trường Đại học Ngân hàng Thành phố Hồ Chí Minh
36 Tôn Thất Đạm, Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh,
Việt Nam

² Email: naquoc@sgu.edu.vn

Trường Đại học Sài Gòn
273 An Dương Vương, Phường 2, Quận 5,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

³ Email: ntkieu@dthu.edu.vn

⁴ Email: nguyenthitrucminh@dthu.edu.vn

⁵ Email: lmcuong@dthu.edu.vn

⁶ Email: tthyen@dthu.edu.vn

^{3,4,5,6} Trường Đại học Đồng Tháp
783 Phạm Hữu Lầu, Phường 6, thành phố Cao Lãnh,
tỉnh Đồng Tháp, Việt Nam

⁷ Email: tranchauthanhngoc@gmail.com

Trường Tiểu học - Trung học cơ sở -
Trung học phổ thông IGC Chánh Môn A
Khu phố 1, thành phố Tây Ninh, tỉnh Tây Ninh,
Việt Nam

Nhận bài: 11/9/2024

Chỉnh sửa xong: 01/10/2024

Chấp nhận đăng: 09/11/2024

Xuất bản: 20/02/2025

Tóm tắt: Hiện nay, ứng dụng công nghệ thông tin và số hóa đang là những xu hướng được quan tâm trong dạy học toán. Thành thạo tư duy tin học nói chung và tư duy thuật toán nói riêng mang lại nhiều lợi ích. Với giáo viên và học sinh lớp 11 thì việc rèn luyện thao tác tư duy thuật toán trong dạy học xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng đang còn gặp nhiều thách thức. Để khắc phục thách thức thì việc dạy học nội dung này, cần có sự hỗ trợ của công nghệ thông tin nói chung và phần mềm GeoGebra nói riêng. Sử dụng phương pháp nghiên cứu lí luận, bài viết phân tích các quan niệm về rèn luyện thao tác tư duy thuật toán, đưa ra một số cách phân loại tư duy thuật toán và quy trình dạy học rèn luyện thao tác tư duy thuật toán. Đặc biệt, nghiên cứu đưa ra ví dụ minh họa rèn luyện thao tác tư duy thuật toán trong dạy học chủ đề xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng. Các kết quả sẽ là cơ sở thực tiễn cho việc nâng cao hiệu quả dạy của giáo viên và chất lượng học của học sinh đối với chủ đề xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra.

Từ khóa: *Tư duy, thuật toán, hình chiếu vuông góc, mặt phẳng, quy trình dạy học, GeoGebra.*

1. Đặt vấn đề

Tư duy thuật toán là tư duy tích cực. Dạng tư duy này thúc đẩy động cơ bên trong người học. Tư duy thuật toán giúp người học rèn luyện được thao tác giải quyết vấn đề theo trình tự từng bước hay nói cách khác nó có tính quy trình. Học sinh khi học tư duy thuật toán sẽ thấy hứng thú với vấn đề, kích thích sự khám phá và dễ hiểu bài. Học sinh học vấn đề một cách sâu sắc và bền vững. Giáo viên tạo ra môi trường tương tác giúp học sinh có nhiều cơ hội rèn luyện hơn. Tư duy thuật toán được nhiều tác giả đề cập trong các công trình về phương pháp dạy học môn Toán. Bùi Văn Nghị (1996) xây dựng việc bồi dưỡng và vận dụng tư duy thuật toán trong các bài toán Hình học không gian. Cách thức thể hiện tư duy thuật toán trong công trình này của Bùi Văn Nghị là ngôn ngữ tự nhiên. Nguyễn Bá Kim (2009) đưa ra các đặc điểm và quan niệm về tư duy thuật toán và tư duy tựa thuật toán. Nguyễn Chí Trung (2013) lại đề cập đến việc phát triển tư duy thuật toán qua các bài toán liên quan đến cả toán và tin. Ngoài ra, tư duy thuật toán còn được đề cập trong nhiều công trình khác nhau với cách phân loại khác nhau (Lê Văn Tiến, 2005).

Hình học không gian nói chung và chủ đề “Xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng” ở lớp 11 là nội dung trừu tượng đòi hỏi người học phải có trí tưởng tượng không gian. Việc xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng cũng không phải dễ dàng đối với học sinh vì việc vẽ hai đường thẳng vuông góc trong không gian khác hoàn toàn với việc vẽ hai đường thẳng vuông góc trong mặt phẳng. Học sinh khó chính xác trong vẽ hình. Những khó khăn này dẫn đến cần có công cụ hay biện pháp khắc phục. Phần mềm GeoGebra là phần mềm toán học động cho phép vẽ chính xác các hình trong không gian, cho phép kiểm chứng, tính toán, dự đoán kết quả và đặc biệt, việc xác định giao của hai đối tượng như hai đường thẳng vuông góc khá đơn giản, chính xác. Các thao tác trên phần mềm GeoGebra cũng dễ thực hiện. Phần mềm GeoGebra cho phép xoay hình theo nhiều góc độ khác nhau để học sinh phát hiện ra các tính chất, các đặc trưng hình học khác nhau.

Tư duy thuật toán là dạng tư duy quan trọng trong bối cảnh chuyển đổi số đang phát triển mạnh mẽ như hiện nay “Xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng” là chủ đề mà bất cứ sách giáo khoa nào cũng đề cập, phần mềm GeoGebra hỗ trợ đắc lực cho việc dạy học hình học không gian nói chung và xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng. Tuy nhiên, nghiên cứu về

rèn luyện thao tác tư duy thuật toán trong dạy học chủ đề xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng ở lớp 11 với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra còn là khoảng trống khoa học mà chưa có ai nghiên cứu. Vì vậy, bài báo tập trung vào nghiên cứu khoảng trống khoa học này.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Quan điểm về tư duy thuật toán

2.1.1. Quan điểm về thuật toán

Ngày nay, khái niệm thuật toán đã trở nên phổ biến trong các lĩnh vực khoa học và đời sống. Thuật toán là khái niệm quan trọng xuất hiện không những trong Tin học mà còn xuất hiện trong Toán học (Bùi Văn Nghị, 1996; Nguyễn Bá Kim, 2009) hay Vật lý học (Nguyễn Văn Đông và cộng sự, 1980). Có nhiều quan điểm khác nhau về thuật toán. “Thuật toán là việc thực hiện kĩ năng được cụ thể hóa dựa trên nhận thức của người phân tích vấn đề khi người đó đưa ra một chuỗi các bước thực hiện giải pháp một cách phù hợp cũng như tối ưu hóa một chuỗi các bước đã biết trước và tìm kiếm bước các bước thay thế để giải quyết vấn đề đó” (G. Futschek, 2006). Thuật toán là việc xử lí dữ liệu đầu vào của một lớp bài toán bằng trình tự các thao tác hữu hạn được mô tả một cách rõ ràng, rành mạch, đơn trị, chính xác để rút lời giải của lớp bài toán đó. Thuật toán có thể được thực hiện bởi người hay máy (Nguyễn Bá Kim, 2009; M.D. Pamungkas và cộng sự, 2020).

Chúng tôi đồng ý với Knuth khi cho rằng, thuật toán hay các thuật ngữ tương đương như: “Công thức (Recipe), Cách thức (Process), Kĩ thuật (Technique), Thủ tục (Procedure), Chuỗi tiến trình (Routine), Thủ tục phức tạp (Rigmarole)” là tập hợp hữu hạn các nguyên tắc đưa ra chuỗi thao tác dùng cho giải một lớp các bài toán xác định trước. Thuật toán phải có năm đặc tính cơ bản. Không những thuật toán phải thỏa mãn các đặc tính đầu vào; đầu ra; sau một số bước hữu hạn phải dừng cũng như phải xác định một cách rõ ràng, không gây mơ hồ đa nghĩa mà thuật toán còn phải có tính hiệu quả (D.E. Knuth, 1997). Năm đặc tính này là năm đặc tính cốt lõi giúp giáo viên cũng như học sinh hiểu và phân loại các dạng tư duy thuật toán khác nhau.

2.1.2. Quan điểm về tư duy thuật toán

Cũng giống như thuật toán, tư duy thuật toán (thao tác tư duy thuật toán) có nhiều cách quan niệm khác nhau. Quá trình người hay máy hiểu và suy luận để thông qua một dãy các bước nhận thức có thứ tự, được sắp xếp lần lượt rút ra cách thức giải quyết vấn đề (M.F. Byrka và cộng sự, 2021).

Theo Byrka (2021): “Tu duy thuật toán gồm năm thành tố tư duy và có thể được sử dụng để giải một lớp các bài toán trong bất kì môn học nào nằm ngoài lĩnh vực công nghệ thông tin. Quá trình giải toán bao gồm việc xây dựng rõ ràng các kết quả mong đợi cần đạt được sau khi giải quyết một vấn đề; xác định tất cả các yêu cầu, điều kiện của vấn đề; lựa chọn và xác định trình tự các bước chính để giải quyết vấn đề; thực hiện và xem xét những hạn chế của các bước cũng như trình tự của chúng cũng như đối sánh kết thực hiện được với kết quả đòi hỏi để nếu cần có thể điều chỉnh trình tự hoặc điều chỉnh các bước giải quyết vấn đề”.

Theo Kanaki và các cộng sự (2022), tư duy thuật toán liên quan chặt chẽ đến các kĩ năng cơ bản như suy luận trừu tượng, logic, suy nghĩ có cấu trúc, kĩ năng giải quyết vấn đề, sự sáng tạo, khả năng nhận diện các yếu tố cấu trúc của một vấn đề, thiết kế từ trên xuống, lặp lại, nhận diện các giải pháp tối ưu, tổ chức dữ liệu, tổng quát hóa và khả năng cấu hình. Dựa trên những nguyên tắc này, có thể dự đoán rằng trong nhiều trường hợp, học sinh coi việc học thuật toán là một quá trình khó khăn và không hấp dẫn. Sự phức tạp của nó khiến cho tư duy thuật toán trở thành một kĩ năng khó phát triển.

Tư duy thuật toán là quá trình suy luận logic, phân tách một nhiệm vụ thành các nhiệm vụ thành phần và thực hiện các nhiệm vụ thành phần theo trình tự một chuỗi các hoạt động phù hợp, mở rộng, khái quát hóa một hoạt động hay một số hoạt động thành một lớp các hoạt động. Lớp các hoạt động được biểu thị một cách rõ ràng, chính xác (Chu Cẩm Thơ, 2016).

Như vậy, tư duy thuật toán là quá trình chủ thể suy luận, phát hiện ra quy trình hay Algorith giải thông qua các hoạt động mang các đặc tính của thuật toán. Không những thuật toán là đầu vào, đầu ra hay tính hữu hạn mà còn là tính xác định và tính hiệu quả. Suy lí của tư duy thuật toán được thể hiện bằng lưu đồ, ngôn ngữ tự nhiên hay mã giả.

2.2. Phân loại tư duy thuật toán

Tư duy thuật toán là tư duy xuất hiện từ rất lâu như thuật toán giải phương trình bậc hai. Tư duy thuật toán gắn liền với Tin học. Nó được coi là khái niệm quan trọng nhất của tin học vì để bất kì chương trình nào trong tin học chạy được đều phải có thuật toán đúng, khả thi. Bản chất của tư duy thuật toán trong tin học bao gồm 5 thành tố, đó là: Đầu vào, đầu ra; Tính chính xác: các bước của thuật toán được mô tả chính xác; Tính hữu hạn: Thuật toán sẽ dừng sau hữu hạn bước; tính đơn trị: các kết quả trung gian

của từng bước thực hiện thuật toán được xác định một cách đơn trị và chỉ phụ thuộc vào INPUT và kết quả của các bước trước; Tính tổng quát: thuật toán có thể áp dụng để giải mọi bài toán có cùng dạng với bài toán đã giải (D.E. Knuth, 2006). Trên cơ sở các đặc trưng của tư duy thuật toán trong tin học, các nhà nghiên cứu mở rộng tư duy thuật toán thành tư duy thuật toán chỉ bao gồm một số thành tố trong 5 thành tố của tư duy Tin học. Với hai dạng tư duy này dẫn đến các cách phân loại khác nhau. Cách phân loại thứ nhất do Nguyễn Bá Kim đưa ra, đó là tư duy thuật toán và tư duy tựa thuật toán.

2.2.1. Tư duy thuật toán và tư duy tựa thuật toán

Quá trình thực hiện trình tự các bước hữu hạn nhằm thực hiện biến đổi thông tin đầu vào (INPUT) một cách rõ ràng, chính xác, đơn trị của một lớp bài toán thành thông tin đầu ra (OUPUT) của chính lớp bài toán đó được gọi là tư duy thuật toán hay tư duy thuật giải (Nguyễn Bá Kim, 2009). Quá trình thực hiện các bước mà chủ thể không biết một quy tắc rõ ràng, chính xác hay kết quả thực hiện các bước không phải đơn trị, duy nhất được gọi là tư duy thuật toán hay tư duy tựa thuật toán (Nguyễn Bá Kim, 2009). Cách phân loại thứ hai do Lê Văn Tiến đưa ra đó là tư duy thuật toán theo nghĩa chặt và tư duy thuật toán theo nghĩa rộng.

2.2.2. Tư duy thuật toán theo nghĩa chặt và tư duy thuật toán theo nghĩa rộng

Lê Văn Tiến (2005) đưa ra khái niệm tư duy thuật toán theo nghĩa chặt và theo nghĩa rộng. Quá trình thực hiện trình tự các thao tác hữu hạn, được sắp thứ tự nhằm đạt được một nhiệm vụ nào đó, độc lập với dữ liệu đầu vào cũng như không những thỏa mãn tính hữu hạn, tính xác định mà còn phải thỏa mãn tính đúng đắn gọi là tư duy thuật toán theo nghĩa chặt. Quá trình thực hiện trình tự các bước hữu hạn được sắp thứ tự nhằm giải quyết một nhiệm vụ nào đó gọi là tư duy thuật toán theo nghĩa rộng.

Như vậy, dãy các bước cần thực hiện trong một thuật toán theo nghĩa rộng có thể không đầy đủ các đặc trưng của thuật toán theo nghĩa chặt. Thuật toán theo nghĩa chặt và thuật toán theo nghĩa rộng đều xuất hiện nhiều trong toán học. Tuy nhiên, trong toán học, thuật toán thường được hiểu theo nghĩa rộng nhiều hơn. Trong khi Nguyễn Bá Kim (2009) phân loại tư duy thuật toán theo bản chất Tin học, Lê Văn Tiến (2005) phân loại tư duy thuật toán theo tính chất “chặt” và “rộng” thì chúng tôi lại phân loại tư duy thuật toán theo môn học. Đó là tư duy thuật toán theo nghĩa Tin học và tư duy thuật toán theo các khoa học khác không phải tin học.

2.2.3. Tư duy thuật toán theo tin học và tư duy thuật toán theo các khoa học khác

Tư duy thuật toán theo nghĩa Tin học phải thỏa mãn năm đặc tính quan trọng. “Thứ nhất là INPUT, tức tham số đầu vào. Một thuật toán có thể không có hoặc có nhiều tham số đầu vào: Là các đại lượng được đưa và lúc ban đầu trước khi thuật toán bắt đầu thực hiện hoặc đưa vào khi thuật toán đang chạy. Những tham số đầu vào này được xác định từ những tập phần tử. Thứ hai là tính hữu hạn. Một thuật toán luôn luôn phải dừng sau một số hữu hạn các bước. Trên thực tế có nhiều thuật toán không thỏa mãn tính hữu hạn. Chẳng hạn, Euclid giới thiệu cấu trúc hình học rất giống nhau cho “ước số chung lớn nhất” của các độ dài của hai đoạn thẳng. Đây là phương pháp tính toán không dừng nếu các chiều dài đưa ra là vô ước. Thứ ba là tính xác định. Mỗi bước của thuật toán phải được định nghĩa một cách chính xác, các thao tác thực hiện phải được xác định một cách rõ ràng đối với từng trường hợp. Thứ tư là tính hiệu quả. Thông thường một thuật toán được đánh giá bằng tính hiệu quả của nó, nói cách khác là các thao tác của thuật toán phải thật cơ bản mà theo nguyên tắc thì nó có thể được một ai đó sử dụng giấy và bút chì thực hiện một cách chính xác trong một số bước hữu hạn. Thứ năm là tham số đầu ra. Thuật toán có một hoặc nhiều tham số đầu ra: Là các đại lượng có mối quan hệ đặc biệt với các tham số đầu vào” (D.E. Knuth, 2006). Tư duy thuật toán theo các khoa học khác là tư duy không thỏa mãn đầy đủ năm đặc tính của thuật toán. Nghĩa là, dãy các bước cần thực hiện không mang đầy đủ năm đặc tính vừa nêu. Cụ thể như sau: 1/ Mỗi chỉ dẫn có thể không thể hiện được tính xác định rõ ràng hành động cần thực hiện; 2/ Có thể một hoặc nhiều đặc tính của thuật toán không được thực thi; 3/ Kết quả của mỗi bước khi được thực thi thì có thể không đảm bảo tính duy nhất. Nghĩa là, nó có thể có nhiều hơn hai kết quả. Tất cả các bước (hữu hạn) khi được thực hiện thì có thể không đảm bảo cho ra kết quả.

2.3. Rèn luyện thao tác tư duy thuật toán trong dạy học chủ đề “Xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng” với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra

Trên cơ sở của các công trình về rèn luyện và phát triển tư duy thuật toán của Nguyễn Bá Kim (2009) và Nguyễn Chí Trung (2013), chúng tôi quan niệm rằng: “Rèn luyện thao tác tư duy thuật toán trong dạy học chủ đề xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra là quá trình người học học tập nhiều lần cách xác định bài toán, dựng hình, thiết lập, xây

dựng lời giải toán học từ lưu đồ thuật toán, so sánh lời giải tìm được từ phần mềm GeoGebra với lời giải tìm được bằng tư duy thuật toán cũng như thực hiện các thao tác tư duy toán học như so sánh, phân tích, tổng hợp, khái quát hóa, tương tự, đặc biệt hóa, lật ngược bài toán trong nghiên cứu sâu vấn đề đến mức thành thạo về kiến thức, kĩ năng đối với nội dung xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng”.

2.4. Quy trình dạy học rèn luyện thao tác tư duy thuật toán trong dạy học chủ đề “Xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng” với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra

Trên cơ sở công trình của Bùi Văn Nghị (1996); Nguyễn Ngọc Giang và cộng sự (2024) chúng tôi nghiên cứu và đưa ra quy trình dạy học rèn luyện thao tác tư duy thuật toán trong dạy học chủ đề xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra bao gồm các bước sau:

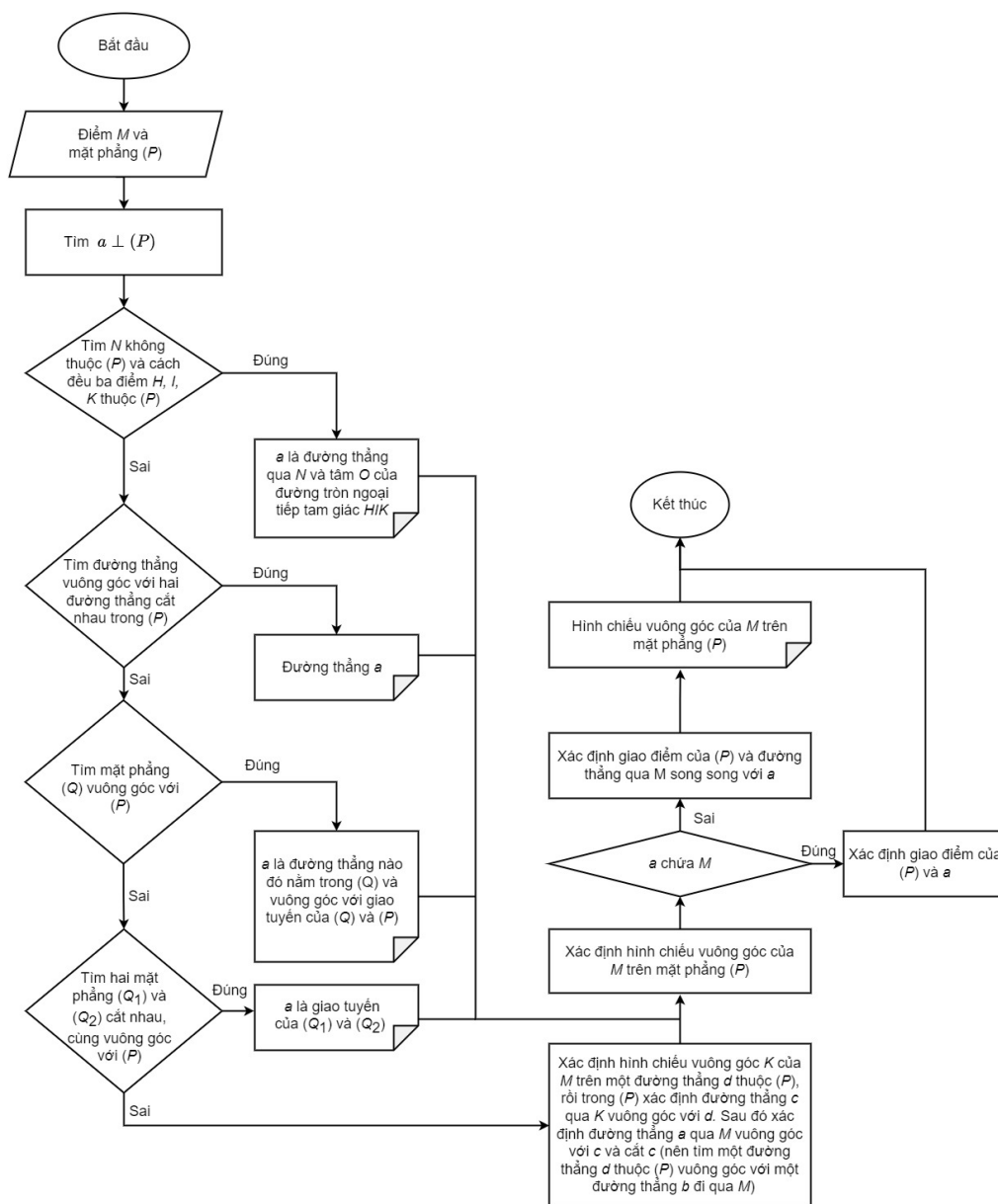
Bước 1. Xem xét bài toán xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng có vận dụng được tư duy thuật toán và phần mềm GeoGebra. Bước này thực hiện thành tố xác định bài toán toán xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng có thể áp dụng được tư duy thuật toán và phần mềm GeoGebra.

Bước 2. Dựng hình trên phần mềm GeoGebra. Sử dụng các nút lệnh, các thanh công cụ của phần mềm GeoGebra để dựng hình, tìm giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng, tìm hình chiếu của một điểm trên một mặt phẳng và vẽ thêm điểm phụ, đường phụ, mặt phẳng phụ (nếu cần). Với chức năng biểu diễn hình học 3D, phần mềm GeoGebra hỗ trợ rất tốt trong việc giải các bài toán hình học không gian phức tạp.

Bước 3. Vẽ lưu đồ thuật toán xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng (xem Hình 1). Bước này thể hiện thành tố thiết lập lưu đồ thuật toán xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng.

Bước 4: Giải toán xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng vận dụng được tư duy thuật toán và phần mềm GeoGebra. Xây dựng lời giải toán học từ lưu đồ thuật toán.

Bước 5: Kiểm chứng lời giải toán học tìm được từ phần mềm GeoGebra với lời giải tìm được bằng tư duy thuật toán. Bước này thể hiện thành tố so sánh lời giải của bài xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng tìm được từ phần mềm GeoGebra với lời giải tìm được bằng tư duy thuật toán.



(Nguồn: Nhóm tác giả)

Hình 1: Lưu đồ thuật toán xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng

Bước 6. Nghiên cứu sâu, tìm tòi và phát triển bài toán. Thực hiện việc khai thác, tìm tòi và phát triển bài toán để đưa đến bài toán mới. Bài toán mới phải cùng bản chất, cùng cách giải toán hay lật ngược vấn đề cũng như tìm nhiều cách giải giúp học sinh tìm hiểu sâu vấn đề, bồi dưỡng các thao tác tư duy khám phá và mở rộng.

2.5. Ví dụ minh họa dạy học rèn luyện thao tác tư duy thuật toán trong dạy học chủ đề “Xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng” với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra


Bước 1. Xem xét bài toán xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng có vận dụng được tư duy thuật toán và phần mềm GeoGebra


Không phải bài toán xác định hình chiếu vuông góc từ một điểm đến một mặt phẳng cũng vận dụng được đồng thời của tư duy thuật toán và phần mềm GeoGebra trong phát hiện các kết quả.


Bài toán 1: Cho tứ diện S.ABC có tam giác ABC vuông cân tại B, $AB = 4\text{cm}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 4\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của AB. Xác định hình chiếu vuông góc của điểm A trên (SCM).


Bước 2. Dựng hình trên phần mềm GeoGebra



- Chọn biểu tượng Phối cảnh sau đó chọn biểu tượng Hình học để chọn cửa sổ làm việc trong hình học phẳng.


- Chọn biểu tượng  Đoạn thẳng với độ dài cố định, nháy chuột chọn một điểm bất kì trên vùng làm việc sẽ xuất hiện một hộp công cụ, nhập vào 4 để tạo đoạn thẳng $AB = 4\text{cm}$.


- Chọn biểu tượng  Đường vuông góc, nháy chuột chọn điểm B và chọn đoạn thẳng AB để tạo thành đường thẳng vuông góc với AB chính tại B.


- Chọn biểu tượng  Đoạn thẳng với độ dài cố định, nháy chuột chọn điểm B trên vùng làm việc sẽ xuất hiện một hộp công cụ, nhập vào 4 để tạo đoạn thẳng $BC = 4\text{cm}$.


- Chọn biểu tượng  Đa giác, nháy chuột chọn 3 điểm A, B, C để tạo tam giác ABC vuông cân tại B.


- Chọn biểu tượng  Phối cảnh, sau đó chọn biểu tượng  Vẽ đồ họa 3D để chọn cửa sổ làm việc trong không gian 3D.


- Chọn biểu tượng  Đường vuông góc, chọn điểm A, mặt phẳng (ABC) để tạo thành đường thẳng g đi qua điểm A và đường thẳng này vuông góc với mặt phẳng (ABC).

- Chọn biểu tượng  Điểm thuộc đối tượng, nháy chuột vào đường thẳng g để tạo điểm S và di chuyển điểm S đến vị trí phù hợp sao cho $SA = 4\text{cm}$.


- Chọn đường thẳng g, nhấp chuột phải và bỏ dấu tích trong phần  Hiển thị đối tượng để ẩn đường thẳng g.


- Chọn biểu tượng  Đoạn thẳng, nháy chuột chọn 2 điểm S, A để tạo đoạn thẳng SA.

- Chọn biểu tượng  Hình chóp, nháy chuột theo thứ tự là A,B,C,A,S để tạo hình chóp S.ABC.

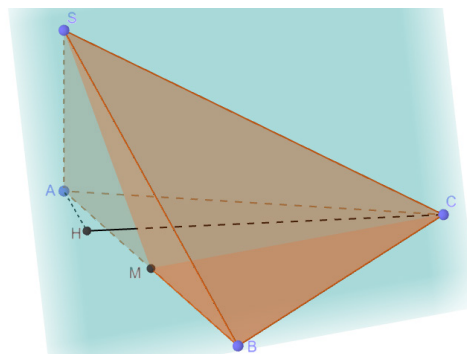
- Chọn biểu tượng  Trung điểm hoặc tâm, nháy chuột chọn 2 điểm A,B để tạo trung điểm M của đoạn thẳng AB.

- Chọn biểu tượng  Mặt phẳng qua 3 điểm, nháy chuột chọn 3 điểm S,C,M để tạo mặt phẳng (SCM).

- Chọn biểu tượng  Đường vuông góc, nháy chuột chọn điểm A và mặt phẳng (SCM) để tạo ra đường thẳng j đi qua A và đường thẳng này vuông góc với (SCM).

- Chọn biểu tượng  Giao điểm của 2 đối tượng, nháy chuột chọn vào đường thẳng j và (SCM), để tạo giao điểm H của đường thẳng j và (SCM). Suy ra H chính là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (SCM).

- Kết quả trên giao diện hiển thị của phần mềm GeoGebra (xem Hình 2).



(Nguồn: Nhóm tác giả)

Hình 2: Kết quả trên giao diện phần mềm GeoGebra

Bước 3. Vẽ lưu đồ thuật xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng (Xem Hình 3).

Bước 4: Giải toán xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng vận dụng được tư duy thuật toán và phần mềm GeoGebra.

Lời giải vận dụng tư duy thuật toán cũng là lời giải toán học như sau:

Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đoạn thẳng CM.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đoạn thẳng SK.

Ta có:

$$\begin{cases} CK \perp AK \\ CK \perp SA \\ AK, SA \subset (SAK) \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAK) \Rightarrow CK \perp AH$$

Ta có:

$$\begin{cases} AH \perp SK \\ AH \perp CK \\ SK, CK \subset (SCM) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCM)$$

Suy ra H là hình chiếu của điểm A trên (SCM).

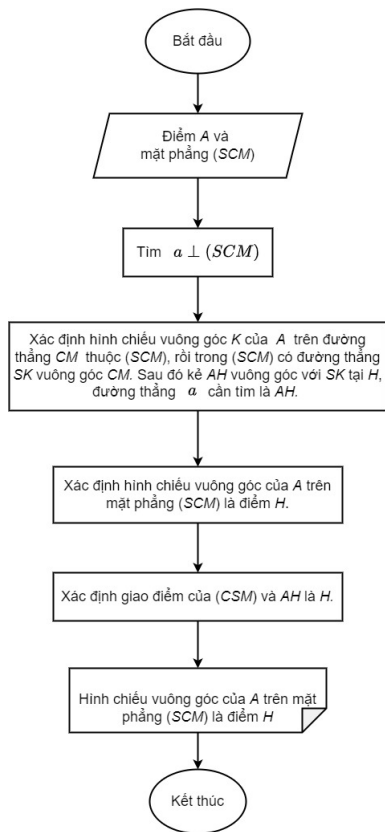
Bước 5: Kiểm chứng lời giải toán học tìm được từ phần mềm GeoGebra với lời giải tìm được bằng tư duy thuật toán.

Kiểm chứng lời giải tìm được bằng phần mềm GeoGebra và lời giải tìm được từ tư duy thuật toán ta thấy hai kết quả này giống nhau. Vậy ta khẳng định H là hình chiếu của điểm A trên (SCM).

Bước 6. Nghiên cứu sâu, tìm tòi và phát triển bài toán

Vì A chỉ là một đỉnh của tam giác ABC, nên từ bài toán 1, giáo viên đặt câu hỏi: “Hình chiếu vuông góc của đỉnh B trên mặt phẳng (SCM) là điểm nào?” Giáo viên đưa ra bài toán tương tự:

Bài toán 2: Cho tứ diện S.ABC có tam giác ABC vuông cân tại B, $AB = 4\text{cm}$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 4\text{cm}$. Gọi M là trung điểm của AB. Xác định hình chiếu vuông góc của điểm B trên (SCM).



Hình 3: Lưu đồ thuật toán tìm hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng

Tài liệu tham khảo

Bùi Văn Nghị. (1996). *Vận dụng tư duy thuật toán vào việc xác định hình để giải các bài toán hình học không gian ở trường phổ thông trung học*. Luận án Phó Tiến sĩ, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Quốc gia Hà Nội.

Bùi Văn Nghị - Vương Dương Minh - Nguyễn Anh Tuấn. (2005). *Tài liệu bồi dưỡng thường xuyên giáo viên trung học phổ thông chu kì III (2004 – 2007) Toán học*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

Chu Cẩm Thơ. (2016). *Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

D. E. Knuth. (1997). *The Art of Computer Programming Volume 1 Fundamental Algorithms*. Addison-Wesley Professional.

D. E. Knuth. (2006). *Nghệ thuật lập trình máy tính*, NXB Giao thông Vận tải.

G. Futschek. (2006). Algorithmic thinking: The key for understanding computer science. *Lect. Notes Comput. Sci.* (including Subser. Lect. Notes Artif. Intell. Lect. Notes Bioinformatics), vol. 4226 LNCS, no. November 2006, pp. 159–168, DOI: 10.1007/11915355_15.

K. Kanaki, M. Kalogiannakis, E. Poulakis, and P. Politis. (2022). Investigating the Association between Algorithmic Thinking and Performance in Environmental Study. *Sustain.*, vol. 14, no. 17, doi: 10.3390/su141710672.

Học sinh dựa vào tư duy thuật toán và phần mềm GeoGebra để đưa ra lời giải bài toán. Cách thức tiến hành giải bài toán 2 cũng được tiến hành qua 6 bước. Các bước tương tự như bài toán 1.

3. Kết luận

Rèn luyện thao tác tư duy thuật toán trong dạy học chủ đề “Xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng” với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra là phương pháp dạy học hiện đại và tiên tiến. Cách thức dạy học kết hợp giữa việc sử dụng phần mềm GeoGebra và phát triển tư duy. Cách thức dạy học kết hợp này mang lại lợi ích, giúp học sinh hiểu rõ các khái niệm trừu tượng, phát triển kỹ năng giải toán và tư duy mang tính quy trình. Kết quả nghiên cứu cho thấy, tư duy thuật toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra tạo ra cách dạy xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng mang lại nhiều điều tích cực. Nghiên cứu đã phân tích các quan điểm về tư duy thuật toán, đưa ra một số cách phân loại về tư duy thuật toán, quy trình cũng như ví dụ minh họa cách dạy học rèn luyện tư duy thuật toán trong dạy học chủ đề xác định hình chiếu vuông góc của một điểm trên một mặt phẳng với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra.

Lê Văn Tiến. (2005). *Phương pháp dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh.

M. D. Pamungkas and H. Nugroho. (2020). *Implementation of Space Geometry Learning Using Geogebra To Improve Problem Solving Skills*, MaPan, vol. 8, no. 2, pp. 224–235, doi: 10.24252/mapan.2020v8n2a4.

M. F. Byrka, A. V Sushchenko, A. V Svatiev, V. M. Mazin, and O. I. Veritov. (2021). *A New Dimension of Learning in Higher Education: Algorithmic Thinking*, Propósitos y Represent., vol. 9, no. 2, p. 990.

Nguyễn Bá Kim. (2009). *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

Nguyễn Chí Trung. (2013). Phương pháp phát triển tư duy thuật toán cho học sinh phổ thông trên con đường từ ý tưởng đến mô tả thuật toán, *Tạp chí Giáo dục*, số 58, tr.157-168.

Nguyễn Ngọc Giang, Nguyễn Ái Quốc, Phạm Huyền Trang, Trần Châu Thanh Ngọc. (2024). Rèn luyện tư duy thuật toán trong dạy học nội dung giao tuyến của hai mặt phẳng ở lớp 11 với sự hỗ trợ của phần mềm Geogebra. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, tập 20, số 03.

Nguyễn Văn Đông - An Văn Chiêu - Nguyễn Trọng Di - Lưu Văn Tạo. (1980). *Phương pháp giảng dạy Vật lý ở trường phổ thông*, tập II. NXB Giáo dục, Hà Nội.