Các bước để giải bài toán có bối cảnh thực trong dạy học Toán ở trường trung học phổ thông

Cao Thị Hà*[1], Nguyễn Thị Ánh Tâm[2]

* Tác giả liên hệ
[1] Email: caoha@vnu.edu.vn
Trường Đại học Giáo dục - Đại học Quốc gia Hà Nội
182 Lương Thế Vinh, Thanh Xuân,
Hà Nội, Việt Nam
[2] Email: anhtam201215@gmail.com
Học viên Cao học QH 2021
Trường Đại học Giáo dục - Đại học Quốc gia Hà Nội
182 Lương Thế Vinh, Thanh Xuân, Hà Nội, Việt Nam

TÓM TẮT: *Bài toán có bối cảnh thực là các bài toán Toán học chứa đựng tình huống có bối cảnh thực. Việc giải quyết các bài toán này không chỉ nhằm hình thành, củng cố tri thức, kĩ năng cho học sinh trong quá trình dạy học mà còn hình thành cho các em năng lực ứng dụng Toán học vào thực tiễn, giúp cho họ hiểu được ý nghĩa của Toán học với cuộc sống. Ngoài ra, bài toán có bối cảnh thực cũng có vai trò to lớn trong việc phát triển năng lực trí tuệ cho học sinh nên trong các bộ sách giáo khoa toán mới đều chứa một số lượng khá lớn các bài toán có bối cảnh thực. Do vậy, việc giúp cho học sinh có được kĩ năng để giải quyết các bài tập này là vấn đề quan trọng. Dựa trên việc phân tích và tổng hợp các tài liệu, nghiên cứu này sẽ đề xuất các bước để giúp học sinh rèn được kĩ năng để giải quyết các bài toán này.*

TỪ KHÓA: **Toán học, vấn đề thực tiễn, dạy học toán, sách giáo khoa, học sinh.**
➔ Nhận bài 11/3/2024 ➔ Nhận bài đã chỉnh sửa 27/3/2024 ➔ Duyệt đăng 25/5/2024.
DOI: https://doi.org/10.15625/2615-8957/12420110

1. Đặt vấn đề

Toán học được ứng dụng vô cùng rộng rãi trong cuộc sống. Những kiến thức và kĩ năng Toán học không chỉ giúp cho con người giải quyết được những vấn đề về khoa học kĩ thuật, công nghệ mà còn xuất hiện trong những tình huống gần gũi trong hoạt động thường nhật của con người. Vì vậy, việc ứng dụng Toán học vào việc giải quyết những vấn đề thực tiễn, từ đơn giản đến phức tạp luôn được định hướng hàng đầu trong công cuộc đổi mới chương trình, nội dung giáo dục phổ thông. Bài tập toán đóng một vai trò vô cùng quan trọng trong quá trình dạy học và trong việc phát triển các kiến thức, kĩ năng từ đơn giản đến phức tạp của học sinh. Theo Nguyễn Bá Kim: "Thông qua giải bài tập, học sinh phải thực hiện được những hoạt động nhất định bao gồm cả nhận diện và thể hiện định nghĩa, định lí, quy tắc hay phương pháp, những hoạt động Toán học phức hợp, những hoạt động trí tuệ phổ biến trong Toán học, những hoạt động trí tuệ chung và những hoạt động ngôn ngữ" [1]. Cũng theo Nguyễn Bá Kim, xét trên bình diện mục tiêu dạy học, bài tập Toán học có các chức năng như: Hình thành, củng cố tri thức, kĩ năng, kĩ xảo ở những khâu khác nhau của quá trình dạy học, kể cả kĩ năng ứng dụng Toán học vào thực tiễn; Phát triển năng lực trí tuệ: Rèn luyện những hoạt động tư duy, hình thành những phẩm chất trí tuệ; Bồi dưỡng thế giới quan duy vật biện chứng, hình thành những phẩm chất đạo đức của người lao động mới [1]. Với bài tập Toán học có bối cảnh thực, ngoài chứa đựng các chức năng của bài toán Toán học thuần túy, nó còn có cơ hội giúp học sinh phát triển năng lực giải quyết các vấn đề thực tiễn.

Để đáp ứng mục tiêu chung của chương trình môn Toán trong Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 là: "Tạo cho học sinh được trải nghiệm, áp dụng Toán học vào thực tiễn" [2] thì số lượng các bài toán có bối cảnh thực trong các bộ sách giáo khoa Toán chiếm một trọng số đáng kể. Vì vậy, việc rèn luyện cho học sinh kĩ năng giải lớp bài tập này thông qua một số bước cùng một số gợi ý trong mỗi bước đó là vấn đề có ý nghĩa. Do vậy, dựa trên phương pháp phân tích và tổng hợp, nghiên cứu này sẽ trình bày khái niệm bài toán có bối cảnh thực tiễn cũng như đề xuất các bước để giải bài toán có bối cảnh thực tiễn.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Bài toán và bài toán có bối cảnh thực tiễn

Theo Từ điển Tiếng Việt: "Bài toán là một vấn đề hoặc tình huống cụ thể mà người ta cần phải tìm ra một giải pháp hoặc câu trả lời. Bài toán có thể được mô tả thông qua một câu hỏi, một yêu cầu hoặc một tình huống đòi hỏi sự tư duy và nghiên cứu để tìm ra lời giải" [3]. Sipser, M. đã đưa ra khái niệm bài toán như sau: "Bài toán trong Toán học là một câu hỏi hoặc yêu cầu cụ thể đối với một tình huống hoặc vấn đề cụ thể. Mỗi bài toán được biểu diễn bằng một tập hợp các đầu vào có thể có và một tập hợp các đầu ra kì vọng. Mục tiêu là tìm cách biểu diễn một hệ thống hoặc thuật toán sao cho mỗi đầu vào, bạn có thể tính toán được đầu ra tương ứng theo một cách cụ thể" [4].

Như vậy, mặc dù có những cách định nghĩa khác nhau về bài toán nhưng chúng ta đều thấy chúng hướng tới điểm chung là: Bài toán là một nội dung thường dùng để mô tả về các tình huống hoặc một yêu cầu cụ thể và đòi hỏi cần tìm ra một câu trả lời thỏa đáng.

Bài toán có bối cảnh thực tiễn: Theo nhóm tác giả Nguyễn Hồng Ngự, Phan Bá Lê Hiền: "Bài toán thực tiễn là bài toán mà trong nội dung của giả thiết hay kết luận có chứa đựng yếu tố liên quan đến các hoạt động thực tiễn", các tác giả này cũng cho rằng "Bài toán phỏng thực tiễn là bài toán mà các dữ kiện, các biến, các yêu cầu, các câu hỏi, các mối quan hệ… không phải là các mối quan hệ của thực tiễn "thực sự" mà chỉ là sự mô phỏng của thực tiễn này. Sự sai biệt giữa bài toán thực tiễn và bài toán phỏng thực tiễn thường là hệ quả của những ràng buộc của hệ thống dạy học" [5].

Theo Nguyễn Tiến Trung, tình huống thực tiễn (real - life situation): Là tình huống mà con người được đặt vào một bối cảnh có thật trong cuộc sống, bối cảnh đó yêu cầu con người phải giải quyết, đối mặt, hành động, giải quyết một hay một số nhiệm vụ nào đó trong thực tiễn [6]. Nhóm tác giả Phạm Nguyễn Hồng Ngự, Phan Bá Lê Hiền đã viết: "Tình huống thực tiễn trong dạy học Toán là những tình huống liên quan đến công việc, đời sống hằng ngày của học sinh, được giáo viên quan sát và phát hiện, gọt dũa để trở thành tình huống dạy học trong môn Toán, chứa đựng các vấn đề liên quan đến nội dung Toán học cần học sinh khám phá, giải quyết" [5]. Như vậy, nếu như tác giả Nguyễn Tiến Trung quan niệm tình huống thực tiễn theo nghĩa rộng, nó có thể đúng cho mọi người, do vậy đôi khi gặp khó khăn khi áp dụng vào trong quá trình dạy học vì có thể có rất nhiều bối cảnh thực tiễn học sinh phải đối mặt nhưng họ chưa có đủ kiến thức và kĩ năng để giải quyết. Ngược lại, quan niệm về tình huống dạy học mà nhóm tác giả Phạm Nguyễn Hồng Ngự, Phan Bá Lê Hiền quan niệm lại có thể hơi hẹp vì không nhất thiết tình huống thực tế nào cũng cần phải giáo viên "phát hiện, gọt dũa" mới trở thành tình huống dạy học. Do vậy, trong nghiên cứu này, chúng tôi quan niệm: *Tình huống thực tiễn trong dạy học là tình huống học sinh được đặt vào một bối cảnh có thật trong cuộc sống hoặc những bối cảnh liên quan đến công việc, đời sống hằng ngày của học sinh mà được giáo viên quan sát và phát hiện, gọt dũa để trở thành tình huống dạy học trong môn Toán. Tình huống này yêu cầu học sinh phải đối mặt, hành động, giải quyết một hay một số nhiệm vụ nào đó trong thực tiễn. Những tình huống này chúng tôi gọi là tình huống có bối cảnh thực tiễn.*

PISA đã phân loại 4 nhóm "Tình huống có bối cảnh thực" được sử dụng trong đánh giá năng lực Toán của học sinh như sau [7]:

- Tình huống thực tiễn có bối cảnh liên quan cá nhân, theo đó các tình huống này sẽ tập trung vào các hoạt động bản thân, gia đình hoặc một nhóm bạn của một người nào đó. Các loại bối cảnh cá nhân như: Chuẩn bị bữa ăn, mua sắm, trò chơi, sức khỏe cá nhân, giao thông cá nhân, thể thao, du lịch, lập kế hoạch cá nhân và tài chính cá nhân.
- Tình huống thực tiễn có bối cảnh về nghề nghiệp, nội dung có thể liên quan đến đo lường, chi phí và đặt hàng vật liệu xây dựng, sổ lương, kế toán, kiểm soát chất lượng, lập danh mục, kiểm kê, thiết kế, kiến trúc và công việc ra quyết định. Bối cảnh lao động còn liên quan tới lực lượng lao động, từ công việc lao động phổ thông đến công tác chuyên môn mức cao nhất.
- Tình huống thực tiễn có bối cảnh về xã hội, nội dung trọng tâm về cộng đồng (địa phương, quốc gia hay toàn cầu) của cá nhân nào đó. Nội dung có thể liên quan đến hệ thống bầu cử, giao thông công cộng, Chính phủ, chính sách công, nhân khẩu học, quảng cáo, thống kê quốc gia và nền kinh tế.
- Tình huống thực tiễn có bối cảnh về khoa học, nội dung có liên quan tới ứng dụng Toán học vào thế giới tự nhiên, các vấn đề và chủ đề liên quan đến khoa học và công nghệ. Các bối cảnh cụ thể có thể bao gồm các lĩnh vực như thời tiết, khí hậu, sinh thái học, y học, khoa học không gian, di truyền học, đo lường và thế giới của Toán học.

Như vậy, trong thực tiễn dạy học Toán, nhiều khi giáo viên và học sinh không giải quyết bài toán thực tiễn mà phần lớn giải quyết những tình huống có bối cảnh thực tiễn. Từ phân loại của PISA về tình huống có bối cảnh thực, chúng tôi cho rằng: Bài toán có bối cảnh thực là bài toán Toán học mà nó chứa đựng tình huống có bối cảnh thực, bài toán có bối cảnh thực là bài toán thực tiễn đối với học sinh chứ không hẳn là bài toán thực tiễn của nhân loại.

2.2. Phương pháp chung và các yêu cầu để giải bài toán

Dựa trên những tư tưởng tổng quát của Polya [8], Nguyễn Bá Kim đã đưa ra phương pháp chung để giải bài toán cũng bao gồm 4 bước [1]:

1) Tìm hiểu nội dung đề bài. Ở bước này, học sinh cần xác định rõ ràng giả thiết và kết luận tức là phải biết phân biệt đâu là cái đã cho và đâu là cái cần tìm hoặc cần chứng minh. Học sinh có thể dùng những kí hiệu, hình vẽ hoặc công thức… để biểu diễn lại đề bài.

2) Tìm cách giải. Để hỗ trợ được học sinh ở bước này, giáo viên phân tích, chia nhỏ bài toán đã cho thành những bài toán đơn giản, quen thuộc với học sinh. Giáo viên hỗ trợ học sinh tìm tòi những cách giải khác nhau của bài toán để lựa chọn được phương án tối ưu nhất khi giải bài toán.

3) Trình bày lời giải. Từ cách giải đã tìm được ở bước hai, học sinh cần sắp xếp lại trình tự thích hợp các lập luận để được lời giải của một bài toán.

4) Nghiên cứu sâu lời giải. Ở bước này, giáo viên có thể giao thêm cho học sinh những bài tập tương tự để giúp học sinh ghi nhớ kĩ kiến thức vừa được học, bên cạnh đó cũng cần tăng cường, mở rộng hay khai thác một bài toán mới từ bài toán vừa giải.

Theo Nguyễn Bá Kim, các yêu cầu đối với lời giải của một bài toán là [1]: 1*) Kết quả đúng, kể cả ở các bước trung gian*. Kết quả cuối cùng sau khi giải bài toán phải là một kết quả hoàn toàn chính xác và thoả mãn yêu cầu đề bài cho, vậy nên yêu cầu có một kết quả cuối cùng đúng thì các kết quả trung gian cũng cần đúng. *2) Lập luận chặt chẽ*. Lời giải cần cung cấp đủ thông tin và bước giải để người đọc hoặc người thực hiện hiểu và có thể thực hiện lại quy trình giải quyết bài toán. *3) Lời giải đầy đủ*. Lời giải được đưa ra không được bỏ sót bất cứ trường hợp hay chi tiết nào dù là chi tiết nhỏ. *4) Ngôn ngữ chính xác*, bài trình bày dễ đọc và dễ hiểu, có cấu trúc rõ ràng, dễ hiểu tránh dùng những từ ngữ khó hiểu hoặc những từ ngữ có thể gây hiểu lầm. *5) Trình bày rõ ràng, đảm bảo mĩ thuật,* lời giải bài toán phải gọn gàng, cấu trúc của lời giải phải hài hoà giữa sự kết hợp giữa các kí hiệu, sắp xếp hình vẽ. *6) Tìm ra nhiều cách giải, chọn cách giải ngắn gọn, hợp lí nhất*, sự sáng tạo của học sinh trong giải bài toán là một yếu tố được đánh giá cao. Yêu cầu này đề cao khả năng sáng tạo, phân tích và tổng hợp của học sinh. Lời giải có thể đề xuất một số phương pháp mới hoặc tiếp cận được những phương pháp độc đáo có thể dùng để giải quyết bài toán ngắn gọn và hợp lí nhất trong tất cả những lời giải đã tìm được để giải quyết bài toán.

2.3. Các bước giải bài toán có bối cảnh thực tiễn

Trước hết, để giải bài toán có bối cảnh thực tiễn hoàn toàn có thể áp dụng phương pháp chung để giải một bài toán. Tuy nhiên, với bài toán có bối cảnh thực tiễn là những bài toán lồng ghép các tình huống và các số liệu thực tế. Vậy nên, bài toán này yêu cầu giáo viên và học sinh cần cẩn thận khi phân tích vấn đề, đề cao khả năng chuyển đổi ngôn ngữ từ lời văn sang Toán học, sự sáng tạo trong quá trình giải bài tập để tìm được những giải pháp hoặc các cách tiếp cận mới cho bài toán cũng cần lưu ý đến. Dựa theo những phân tích trên, chúng ta đưa ra các bước giải bài toán có bối cảnh thực tiễn như sau:

Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán

Học sinh cần đọc kĩ đề bài, phân tích và hiểu đề bài, cần nắm rõ yêu cầu và điều kiện của bài toán. Phân tích được các yếu tố liên quan đến bài toán. Những kĩ năng quan trọng mà người học cần có trong bước này là: (N1) Kĩ năng đọc hiểu văn bản, xác định các thuật ngữ chủ chốt trong bài toán. (N2) Kĩ năng phân tích, xác định rõ giả thiết, kết luận của bài toán (cái đã biết, cái phải tìm). Xác định rõ các đối tượng tham gia vào bài toán (có bao nhiêu đối tượng, đối tượng nào tham gia chính và tham gia vào những quan hệ nào).

Bước 2: Chuyển đổi ngôn ngữ từ lời văn sang ngôn ngữ Toán học, mô hình hóa bài toán

Theo Nguyễn Danh Nam: “Khi sử dụng Toán học để giải quyết vấn đề, tình huống thực tiễn thì mô hình Toán học và quá trình mô hình hóa Toán học là những công cụ cần thiết” [9]. Tuy nhiên, trên thực tế ở bước này, học sinh hay mắc những sai lầm thường gặp như xây dựng sai mô hình (Xác định không đúng công thức tính, thiết lập không đúng phương trình biểu thị mối quan hệ của các đối tượng) hoặc mô hình mà học sinh xây dựng phản ánh không đúng bối cảnh thực tiễn mà bài toán muốn đưa ra. Do vậy, ở bước này, học sinh cần xác định các biến số của bài toán và mối quan hệ của những biến số này, điều này giúp các em hiểu rõ hơn về tính chất, cấu trúc bài toán. Ở bước này yêu cầu học sinh sự trừu tượng hóa, cách biến đổi những yếu tố thực tế trở thành phương trình, hệ phương trình, bất phương trình… hoặc một mô hình Toán học quen thuộc có thể tính toán được. Những kĩ năng quan trọng mà người học cần có là: (N3) Xác định đúng ẩn, số lượng các ẩn và điều kiện của các ẩn; hoặc vẽ được hình minh họa cho các mối quan hệ của các đối tượng trong bài toán. (N4) Xác định đúng mối quan hệ của các ẩn; xác lập được các biểu thức, phương trình hay bất phương trình, hình vẽ để mô tả mối quan hệ giữa các ẩn số (đại lượng), mối quan hệ có mặt trong bài toán.

Bước 3: Lựa chọn phương pháp giải

Lựa chọn phương pháp phù hợp là lựa chọn công cụ Toán học, thuật toán có liên quan, cách phân tích dữ liệu… và kết hợp thật nhuần nhuyễn những phương pháp này với nhau. Những kĩ năng quan trọng mà học sinh cần có trong giai đoạn này là: (N5) Có kĩ năng biến đổi các biểu thức đã được thiết lập trong bước 2 để được các biểu thức đơn giản hơn mà ta có thể tìm được nhanh chóng các giá trị của ẩn. Trong một số trường hợp, học sinh có thể xác định chiến lược đánh giá, thêm bớt hoặc làm xuất hiện thêm các đại lượng trung gian. (N6) Có kĩ năng tính toán (nhẩm, ước lượng) và biến đổi các biểu thức Toán học.

Bước 4: Tính toán và kiểm tra kết quả

Sau khi đã lựa chọn được phương pháp giải phù hợp, học sinh sẽ tiến hành thực hiện các phép tính để giải quyết bài toán. Sau khi đã tính toán xong thì cần kiểm tra lại tính đúng đắn của phép toán, nếu chưa đạt yêu cầu thì cần xem lại phương pháp giải đã phù hợp hay chưa, nếu chưa phù hợp thì cần điều chỉnh lại. Những kĩ năng mà người học cần có trong giai đoạn này là: (N6) Kĩ năng kiểm tra tính đúng đắn và hợp lí cho lời giải của bài toán bằng cách xét trường hợp đặc biệt. (N7) Xem xét lại tính logic của các bước giải trong bài toán, xem xét sự hợp lí của kết quả bài toán so với thực tiễn cuộc sống.

Bước 5: Trình bày kết quả và rút ra ứng dụng

Học sinh cần trình bày lại kết quả đã tính toán ở bước 4 sao cho logic và rõ ràng, dễ hiểu nhất, đưa ra những giải thích phù hợp, có thể diễn giải bằng lời, biểu đồ, hình ảnh hoặc bất kì thông tin theo các kênh thông tin khác nhau để bổ sung và khẳng định tính đúng đắn trong bài làm của mình. Các kĩ năng cần có của người học trong bước này là: (N8) Trình bày lại lời giải của bài toán sao cho ngắn gọn hơn, lược bớt các bước biến đổi trung gian không cần thiết; sắp xếp lại các bước giải trong các trường hợp có thể. (N9) Khái quát hóa bài toán trong trường hợp có thể hoặc xem xét tạo lập bài toán có bối cảnh tương tự. (N10) Rút ra được những thủ thuật hoặc phương pháp để giải quyết bài toán đã cho.

Ví dụ 1. Xét bài toán

Do chuyển nhà ra ngoài ngoại thành của thành phố, diện tích đất trong nhà rộng hơn nên bác Bình có nhu cầu trồng rau để gia đình sử dụng. Bác Bình dùng 20m lưới thép giai rào thành một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau. Nếu dùng 20m lưới thép đó để quây thành hình chữ nhật thì chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn bằng bao nhiêu để diện tích trồng rau là lớn nhất [6]?

Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài toán theo quy trình 5 bước vừa đưa ra:

Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán

Xác định được giả thiết và kết luận của bài toán. Đây là một bài toán có nhiều nội dung nhiễu như phần thông tin chuyển nhà, nhu cầu trồng rau của gia đình. Học sinh cần phân biệt rõ đâu là thông tin cần quan tâm để giải bài toán.

Giả thiết: Dùng một lưới thép dài 20m để quây lại thành một mảnh vườn hình chữ nhật.

Kết luận: Xác định chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn để diện tích trồng rau là lớn nhất.

Bước 2: Chuyển đổi ngôn ngữ từ lời văn sang Toán học, mô hình hóa bài toán

Thực chất ta có thể tối giản nội dung của bài toán thành: Cho tổng tất cả các cạnh (chu vi) của một hình chữ nhật là 20m, viết hàm số mô tả diện tích của hình chữ nhật, tìm giá trị của biến để hàm số đạt giá trị lớn nhất.

Do chu vi của mảnh vườn hình chữ nhật là 20m nên ta sẽ đi tìm được tổng chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là 10m. Đến đây ta co hai phương án để giải quyết bài toán này:

Phương án 1. Ta sử dụng kiến thức đã biết, đó là "trong các hình chữ nhật có cùng diện tích thì hình vuông là hình có diện tích lớn nhất". Do vậy, nếu gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là x, y (với đơn vị đo là mét) thì ta có hệ điều kiện (hay một mô hình Toán học) là: $\begin{cases} x, y > 0 \\ x + y = 10 \\ x = y \end{cases}$

Giải hệ này ta được $x = y = 5$, hay mảnh vườn là hình vuông có cạnh là 5 mét.

Phương án 2. Sử dụng kiến thức về hàm số bậc hai. Muốn vậy, nếu gọi chiều dài hoặc chiều rộng của mảnh vườn là ẩn x, với $x > 0$ và có đơn vị đo là mét. Biểu diễn cạnh còn lại theo ẩn vừa đặt, diện tích của mảnh vườn là $S(x)$, viết biểu thức tính diện tích mảnh vườn, biểu thức này chính là hàm số bậc hai cần tìm. Hàm số $S(x)$ thu được có hệ số $a < 0$, nên giá trị lớn nhất của hàm số chính là tung độ đỉnh I.

Bước 3: Lựa chọn phương pháp giải

Từ kết quả phân tích ở bước 2, tùy vào từng bối cảnh, giáo viên và học sinh có thể lựa chọn phương án giải cho phù hợp.

Bước 4: Tính toán và kiểm tra kết quả

Tổng độ dài chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn là: 20 : 2 = 10 (m). Gọi x là chiều rộng của mảnh vườn hình cần tìm thì $(10 - x)$ là chiều dài của mảnh vườn. Diện tích mảnh vườn là $S(x) = x.(10 - x) = -x^2 + 10x$. Dễ thấy, $S(x) = -x^2 + 10x$ là hàm số bậc hai có hệ số $a < 0$ và tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = (5; 25)$. Vậy, hàm số đạt giá trị lớn nhất là 25 khi $x = 5$.

Bước 5: Trình bày kết quả và rút ra ứng dụng (nếu có)

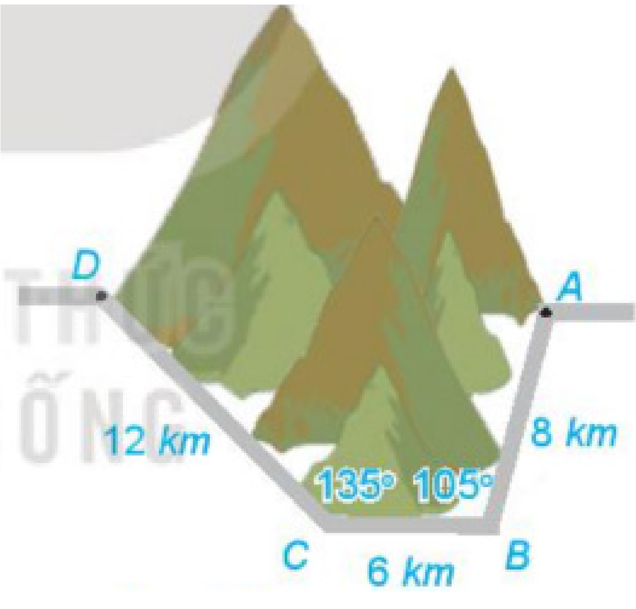
Ta có lời giải bài toán này theo phương án sử dụng kiến thức về hàm số bạc hai như sau: Vì người ta dùng 20m lưới thép để tạo thành mảnh vườn hình chữ nhật nên tổng chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn là: 20 : 2 = 10 (m). Gọi x (đơn vị đo là mét, $0 < x < 10$) là chiều rộng của mảnh vườn thì $(10 - x)$ là chiều rộng của mảnh vườn (đơn vị đo là mét). Gọi S(x) $S(x)$ là diện tích của mảnh vườn thì: $S(x) = x.(10 - x) = -x^2 + 10x$.

Xét hàm số $S(x) = -x^2 + 10x$, là hàm số bậc hai, nên đồ thị hàm số là parabol có đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = (5; 25)$. Mà hàm số $S(x) = -x^2 + 10x$ có hệ số $a < 0$ nên nó sẽ đạt giá trị lớn nhất và giá trị lớn nhất là tung độ đỉnh. Hay $MaxS(x) = 5$, đạt được khi $x = 5$.

Vậy, diện tích lớn nhất của mảnh vườn là 25m^2. Khi đó: Chiều rộng mảnh vườn là: 5m và chiều dài mảnh vườn là 10 – 5 = 5m.

Vậy, để thu được một mảnh vườn có diện tích là lớn nhất khi dùng 20m lưới thép để vây thì mảnh vườn là hình vuông có độ dài cạnh là 5m.

Ví dụ 2. Xét bài toán: *Để tránh núi, đường giao thông hiện tại phải đi vòng như mô hình trong hình vẽ bên dưới. Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi, nối thẳng từ A tới D. Theo em, độ dài đường mới sẽ giảm bao nhiêu kilômét với đường cũ?* [4].



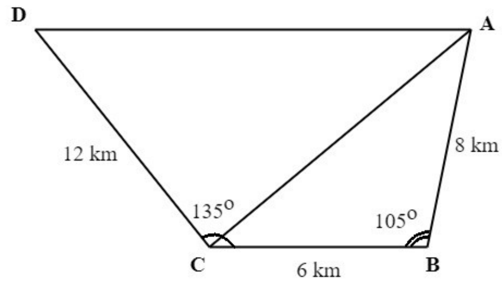
Hình 1: Hình minh họa ví dụ 2 [4]

Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán

Ta thấy, khác với bài toán đại số, bài toán hình học có chứa bối cảnh thực thường sẽ kèm theo một hình ảnh hoặc hình vẽ. Do vậy, khi giải quyết các bài toán hình học có chứa bối cảnh thực, học sinh ngoài biết đọc hiểu phần đề bài được diễn đạt bằng từ vựng thì họ cần phải biết đọc hiểu hình ảnh/hình vẽ minh họa kèm theo vì có nhiều dữ kiện quan trọng của bài toán được đọc từ hình vẽ. Như vậy, bài toán đã cho có thể chuyển về bài toán thuần hình học như sau: Cho tứ giác ABCD biết độ dài cạnh AB là 8 km, độ dài cạnh BC là 6 km, độ dài cạnh CD là 12 km. Biết độ lớn của $\widehat{ABC}=105^0, \widehat{BCD}=135^0$. Tính độ dài cạnh DA.

Bước 2: Chuyển đổi ngôn ngữ từ lời văn sang Toán học, mô hình hóa bài toán

Trong bước này, giáo viên cần hướng dẫn học sinh mô hình hóa bài toán này bằng cách vẽ hình mang tính Toán học hơn, ngoài ra với các bài toán hình học thì phần lớn các bài toán hình học khi giải quyết nó đều cần vẽ thêm các đường phụ. Do vậy, nếu sử dụng hình ảnh mà bài toán đã cho thì sẽ khó khăn cho học sinh trong việc tìm lời giải, nên giáo viên có thể hướng dẫn học sinh vẽ hình (mô hình) như sau:



Như vậy, học sinh xác định đoạn đường xuyên qua núi chính là độ dài đoạn thẳng *AD*. Với các yếu tố đã biết trong bài toán, học sinh sẽ liên tưởng đến việc sử dụng các kiến thức về "Hệ thức lượng trong tam giác" để có thể tính được độ dài đoạn thẳng *AD*.

Để giải quyết được yêu cầu của bài toán, học sinh cần tính được độ dài cạnh *AD*.

Bước 3: Lựa chọn phương pháp giải

Từ các yếu tố đã cho của bài toán ta thấy, để tính được độ dài cạnh *AD*, cần tính được độ dài cạnh *AC* và tính được số đo $\widehat{ACD}$ hoặc số đo của $\widehat{DAC}$. Tuy nhiên, việc tính số đo của là khá dài do vậy phương án tốt nhất trong trường hợp này là tính độ dài cạnh *AC* và tính được số đo $\widehat{ACD}$. Dựa vào định lí côsin ta dễ dàng tính được độ dài của *AC*, từ đó ta sẽ tính được độ lớn của góc $\widehat{BCA}$ và $\widehat{ACD}$.

Bước 4: Tính toán và kiểm tra kết quả

Trong ΔABC, ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos\widehat{ABC}$$
$$= 8^2 + 6^2 - 2.8.6.\cos105^0$$

$\Rightarrow AC \approx 11{,}1735(km)$. Trong ΔABC, ta có:

$$\sin\widehat{BCA} = \frac{AB}{AC}.\sin\widehat{ABC} = \frac{8}{11{,}1735}.\sin105^0 \approx 0{,}6916$$

$\Rightarrow \widehat{BCA} \approx 44^0$.

Mà: $\widehat{ACD} = \widehat{BCD} - \widehat{BCA} \approx 135^0 - 44^0 \approx 91^0$. Nên:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2.AC.CD.\cos\widehat{ACD}$$
$$= 11{,}1735^2 + 12^2 - 2.11{,}1735.12.\cos91^0 \approx 273{,}5272$$

Bước 5: Trình bày kết quả và rút ra ứng dụng (nếu có)

Áp dụng định lí côsin cho ΔABC, ta được:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos\widehat{ABC}$$
$$= 8^2 + 6^2 - 2.8.6.\cos105^0 \approx 124{,}8466$$
$$\Leftrightarrow AC^2 \approx 124{,}8466 \Leftrightarrow AC \approx 11{,}1735(km)$$

Áp dụng định lí sin cho ΔABC, ta được:

$$\sin\widehat{BCA} = \frac{AB}{AC}.\sin\widehat{ABC} = \frac{8}{11{,}1735}.\sin105^0 \approx 0{,}6916$$

Suy ra $\widehat{BCA} \approx 44^0$.

Ta có: $\widehat{BCD} = \widehat{ACD} + \widehat{BCA}$

$\Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{BCD} - \widehat{BCA} \approx 135^0 - 44^0 \approx 91^0$

Áp dụng định lí côsin cho ΔACD, ta được:

$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2.AC.CD.\cos \widehat{ACD}$

$= 11,1735^2 + 12^2 - 2.11,1735.12.\cos 91^0$

$\Leftrightarrow AD^2 \approx 273,5272 \Leftrightarrow AD \approx 16,6(km)$

Do đó, độ dài đường mới là 16,6(km)

Ta lại có độ dài đường cũ là: $12 + 6 + 8 = 26(km)$

Nên đường mới sẽ giảm so với đường cũ là:

$26 - 16,6 = 9,4(km)$

Thông qua các ví dụ trên ta thấy, bài toán có bối cảnh thực là những bài toán mà khi giải quyết người học cần có những kĩ năng đặc biệt hơn những kĩ năng giải quyết những bài toán Toán học thuần túy như kĩ năng đọc hiểu văn bản, kĩ năng xác định đúng ẩn, số lượng các ẩn và điều kiện của các ẩn; hoặc vẽ được hình minh họa cho các mối quan hệ của các đối tượng trong bài toán… Các bước để giải bài toán có bối cảnh thực được đề xuất trong nghiên cứu này giúp người học có được kĩ năng giải bài toán có bối cảnh thực từ đó góp phần hình thành năng lực vận dụng Toán học vào giải quyết vấn đề thực tiễn.

3. Kết luận

Mục đích của việc dạy Toán ở trường phổ thông xét cho cùng là phải hình thành cho học sinh năng lực sử dụng tri thức Toán học vào giải quyết các vấn đề của cuộc sống xung quanh họ. Trong dạy học Toán ở trường phổ thông, các bài toán có chứa bối cảnh thực là công cụ hữu ích để giúp quá trình dạy học đạt được mục đích này. Đặc biệt, với cấp Trung học phổ thông, việc giải quyết các bài toán có chứa bối cảnh thực lại càng quan trọng vì các bài toán này thường đã khá gần gũi với các yêu cầu của cuộc sống thực.

Tài liệu tham khảo

[1] Nguyễn Bá Kim, (2006), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

[2] Bộ Giáo dục và Đào tạo, (2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông*.

[3] Viện Ngôn ngữ, (1997), *Từ điển Tiếng Việt*, NXB Đà Nẵng, Hà Nội.

[4] Sipser, M., (1996), *Introduction to the Theory of Computation ACM Sigact News*, 27(1), 27-29.

[5] Nguyễn Hồng Ngự - Phan Bá Lê Hiền, (2018), *Bồi dưỡng giáo viên Toán trường trung học phổ thông theo hướng phát triển năng lực tính toán thông qua các tình huống thực tiễn*, Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt.

[6] Nguyễn Tiến Trung, (2020), *Giáo dục Toán thực (Realistic mathematics education): Một số nguyên cứu lí luận và gợi ý cho việc nghiên cứu phát triển Chương trình Giáo dục Toán học ở Việt Nam*, Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.

[7] OECD, (2009), *Assessment Framework: Competencies in reading, mathematics and science*, presented at the PISA 2009.

[8] Polya G, (1975), *Giải một bài toán như thế nào?,* NXB Giáo dục, Hà Nội.

[9] Nguyễn Danh Nam, (2020), *Một số vấn đề về giáo dục Toán học gắn với thực tiễn*, Tạp chí Giáo dục, số 487.

[10] Hà Huy Khoái (Chủ biên), (2022), *Sách giáo khoa Toán lớp 10* (Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống), NXB Giáo dục Việt Nam.

[11] Đỗ Đức Thái (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 10,* tập 2 (Bộ sách Cánh diều), NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

STEPS TO SOLVE REAL - WORLD MATHEMATICAL PROBLEMS IN TEACHING MATHEMATICS IN HIGH SCHOOL

Cao Thi Ha*[1], Nguyen Thi Anh Tam[2]

*Corresponding author
[1] Email: caoha@vnu.edu.vn
VNU University of Education - Vietnam National University Hanoi
182 Luong The Vinh street, Thanh Xuan district,
Hanoi, Vietnam
[2] Email: anhtam201215@gmail.com
QH 2021 master' student
VNU University of Education - Vietnam National University Hanoi
182 Luong The Vinh street, Thanh Xuan district,
Hanoi, Vietnam

ABSTRACT: *The real-world problem is a mathematical problem that involves situations with real-life contexts. Solving these problems not only develops and reinforces students' knowledge and skills at various stages of the teaching process but also importantly fosters their ability to apply Mathematics to practical situations, helping them understand the significance of Mathematics in daily life. Furthermore, real-world problems play a significant role in developing their intellectual abilities. Therefore, there is a considerable number of real-world context problems in the new math textbooks. Thus, assisting students in acquiring the skills to solve these exercises is crucial. Based on the analysis and synthesis of materials, this study aims to identify several steps to help students develop the skills to solve these problems.*

KEYWORDS: Mathematics, real-world problems, Mathematics instruction, textbooks, students.