

Bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh lớp 11 trong dạy học chủ đề dãy số

Nguyễn Thị Nga¹, Đỗ Thị Thu Ngân^{*2}

¹ Email: ngant@hcmue.edu.vn

^{*} Tác giả liên hệ

² Email: thungantc2410@gmail.com

Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh
280 An Dương Vương, Quận 5,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

TÓM TẮT: Bồi dưỡng tư duy máy tính là một đề tài nghiên cứu chưa được phổ biến rộng rãi trong xu hướng đổi mới phương pháp dạy học Toán ở cấp Trung học phổ thông trong Chương trình Giáo dục phổ thông 2018. Có thể nói, tư duy máy tính là một năng lực quan trọng và cần thiết trong bối cảnh hiện nay bởi nó rèn luyện tư duy để phân tích tình huống, đánh giá và giải quyết tình huống gặp phải trong cuộc sống. Trong bài viết này, nhóm tác giả làm rõ khái niệm tư duy máy tính, các thành tố cơ bản của tư duy máy tính và tập trung đề xuất một số tình huống dạy học chủ đề dãy số nhằm bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh. Bài viết mong muốn cung cấp một góc nhìn về việc có thể bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh trong dạy học môn Toán nhằm phát triển năng lực của học sinh, qua đó góp phần vào việc đổi mới phương pháp dạy học Toán ở cấp Trung học phổ thông.

TỪ KHÓA: Tư duy máy tính, năng lực, dạy học dãy số, môn Toán, trung học phổ thông.

→ Nhận bài 23/6/2024 → Nhận bài đã chỉnh sửa 05/7/2024 → Duyệt đăng 15/9/2024.

DOI: <https://doi.org/10.15625/2615-8957/12410909>

1. Đặt vấn đề

Phát triển tư duy máy tính (Computer thinking/ Computational thinking) cho học sinh là một xu hướng được quan tâm nghiên cứu trong những năm gần đây. Theo Phạm Thị Anh Lê và Vũ Thái Giang (2021): “Tư duy máy tính là quá trình suy nghĩ để đưa ra các giải pháp giải quyết một vấn đề mà được biểu diễn dưới dạng có thể được thực hiện một cách hiệu quả bởi một tác nhân xử lý thông tin” [1]. Định nghĩa trên chỉ ra hai điểm quan trọng đối với giáo dục: Một là, tư duy máy tính là một quá trình suy nghĩ, do đó độc lập với công nghệ; Hai là tư duy máy tính là một cách cụ thể giải quyết vấn đề đòi hỏi các khả năng riêng biệt, chẳng hạn khả năng thiết kế các giải pháp có thể được thực thi bởi máy tính, con người hoặc kết hợp cả hai. Theo Dimas Galang Ramadhan và cộng sự (2023): “Giải quyết vấn đề, hiệu hành vi của con người và thiết kế hệ thống bằng cách mô tả các khái niệm cơ bản thành khoa học máy tính là một cách tiếp cận được gọi là tư duy máy tính” [2]. Theo Stewart và Baek (2023): “Tư duy máy tính có thể được coi là một phương pháp giải quyết vấn đề được sử dụng bởi một nhà khoa học máy tính hoặc lập trình viên” [3].

Chủ đề dãy số được đề cập ở lớp 11, trong đó bao gồm các nội dung liên quan đến dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân. Trong yêu cầu cần đạt của Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 tập trung chủ yếu vào sự chuyển đổi qua lại giữa các cách cho dãy số, nghiên cứu một vài tính chất cơ bản của dãy số như tính tăng, giảm và tính bị chặn của dãy số, đồng thời cũng nghiên

cứ định nghĩa và các kiến thức cơ bản về cấp số cộng, cấp số nhân thông qua các tình huống thực tiễn. Trong dạy học chủ đề dãy số, học sinh cần thực hiện các thao tác tổng quát hóa (để tìm công thức tổng quát của dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân) và thực hiện nhiều quy trình mang tính thuật toán (để xét tính tăng, giảm của dãy số...). Vì vậy, chúng tôi nhận thấy chủ đề này rất phù hợp để bồi dưỡng và phát triển một số thành tố của tư duy máy tính cho học sinh. Từ đó, học sinh hình thành và phát triển năng lực giải quyết vấn đề. Trong bài báo này, chúng tôi tập trung nghiên cứu và đề xuất các tình huống dạy học chủ đề dãy số hướng đến việc bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Định nghĩa về tư duy máy tính

Theo ISTE (2022) (The International Society for Technology in Education - Hiệp hội quốc tế về công nghệ trong giáo dục):

“Tư duy máy tính - một kiến thức căn bản cần thiết cho tất cả học sinh kết hợp bốn yếu tố then chốt - phân rã vấn đề, nhận dạng mẫu, trừu tượng và thuật toán. Nó liên quan đến việc thể hiện các giải pháp như một loạt các bước để tự động hóa một quy trình. Mặc dù tư duy máy tính là nền tảng cho các lĩnh vực như lập trình, khoa học dữ liệu và khoa học máy tính nhưng học sinh theo đuổi các chuyên ngành khác nhau đều sẽ cần những kỹ năng sau đây: Thiết kế giải pháp; Tạo các công cụ mới; Giao tiếp với những máy tính được tích hợp các giải pháp. Để tất cả học sinh có thể thực hiện những kỹ

năng này, giáo viên của các môn học phải là những nhà tư duy máy tính có năng lực thực sự” [4].

Như vậy, tư duy máy tính là sự kết hợp hài hòa giữa phân rã, trừu tượng, tư duy thuật toán, tổng quát hóa, đánh giá, phản ánh để giải quyết một vấn đề nào đó trong thực tiễn cuộc sống nhằm hướng đến việc phát triển toàn diện và thực hiện mục tiêu chung. Trong giáo dục phổ thông, tư duy máy tính đã được đưa vào Chương trình Giáo dục phổ thông môn Tin học 2018, cụ thể như sau: “Quá trình nhận biết các khía cạnh tính toán trong thế giới xung quanh ta, từ đó giúp giải quyết vấn đề. Ví dụ, biết cách chia vấn đề thành những phần có thể giải quyết và đưa ra các thuật toán để giải quyết chúng. Tư duy máy tính là kỹ năng cơ bản và cần thiết đối với tất cả mọi người, không chỉ cho các nhà khoa học máy tính. Tư duy máy tính là một quá trình nhận thức và suy luận logic để giải quyết vấn đề, là khả năng: Phân rã công việc và dữ liệu; Khái quát hóa, xác định và sử dụng các dạng mẫu; Trừu tượng hóa, lựa chọn cách biểu diễn; Đánh giá và ước lượng; Phát triển thuật toán.

Tư duy máy tính không chỉ cho phép học sinh tiếp cận các chủ đề Tin học một cách thuận lợi mà quan trọng hơn, nó phát triển cho học sinh kỹ năng tư duy giải quyết vấn đề trong học tập và cuộc sống” [5]. Chương trình Giáo dục phổ thông môn Tin học 2018 đề cập đến tư duy máy tính và nhấn mạnh đây là “kỹ năng cơ bản” nhằm thể hiện tầm quan trọng và cần thiết phải trang bị cho học sinh trong bối cảnh thực tế hiện nay. Bởi lẽ, đi từ lịch sử hình thành khái niệm, tư duy máy tính gắn liền với sự phát triển của khoa học máy tính - xuất phát điểm là tư duy INPUT - OUTPUT. Có nhiều định nghĩa liên quan đến tư duy máy tính theo dòng phát triển của lịch sử, chúng tôi tập trung xem xét các đặc trưng chính của tư duy máy tính bao gồm:

- Hình thành các vấn đề theo cách cho phép mọi người sử dụng máy tính và các công cụ khác để giải

quyết chúng.

- Tổ chức và phân tích dữ liệu một cách logic.
- Biểu diễn dữ liệu thông qua các khái niệm trừu tượng như mô hình và mô phỏng.
- Tự động hóa các giải pháp thông qua tư duy thuật toán (một chuỗi các bước được sắp xếp theo thứ tự).
- Xác định, phân tích và triển khai các giải pháp khả thi với mục tiêu đạt được sự kết hợp hiệu quả và hiệu quả nhất giữa các bước và tiềm năng thực hiện.
- Khái quát hóa và chuyển quá trình giải bài toán này sang nhiều bài toán khác nhau [6].

Tóm lại, về lịch sử phát triển của tư duy máy tính bắt nguồn từ sự phát triển của khoa học máy tính và dần tách rời khỏi khoa học máy tính và phát triển cao hơn từ mục tiêu chung là giải quyết vấn đề và sáng tạo. Tư duy máy tính hiện là một mục tiêu phát triển cần thiết và quan trọng trong thời đại công nghệ thông tin nói chung và trong giáo dục nói riêng. Vì trong thế kỉ XXI, tư duy máy tính rất quan trọng để giải quyết các vấn đề xung quanh khoa học máy tính và giải quyết các vấn đề trong cuộc sống. Theo Cuny, Snyder và Wing (2011) tư duy máy tính giúp chúng ta: 1) Hiểu được những khía cạnh nào của vấn đề có thể được giải quyết thông qua tính toán; 2) Đánh giá được các công cụ, quy trình, thuật toán có thực sự phù hợp với công việc, vấn đề đó hay không? Có thể cải tiến nó bằng cách nào?; 3) Hiểu được những hạn chế và tiềm năng của các công cụ, quy trình, thuật toán; 4) Áp dụng hoặc điều chỉnh, cải tiến các công cụ, quy trình cho mục đích sử dụng mới; 5) Sáng tạo công cụ, quy trình hoạt động theo cách mới tích cực hơn; 6) Áp dụng các chiến lược “chia nhỏ” vấn đề trong bất kì lĩnh vực nào [7].

2.2. Các thành tố cơ bản của tư duy máy tính

Theo Humphreys (2015), tư duy máy tính có các thành tố sau [8]:

Tóm lại, tư duy máy tính là sự kết hợp hài hòa của các

Bảng 1: Các thành tố của tư duy máy tính

Thành tố	Đặc trưng cơ bản của thành tố
Phân rã (Decomposition)	Phân rã là nghiên cứu về sự vật, hiện tượng theo các bộ phận thành phần của chúng. Sau đó, từng bộ phận có thể được hiểu, giải quyết, phát triển và đánh giá một cách riêng biệt. Từ đó, làm cho các vấn đề phức tạp để giải quyết hơn, các tình huống mới được hiểu rõ hơn và xây dựng mô hình giải quyết một cách dễ dàng hơn.
Tư duy thuật toán (Algorithms)	Tư duy thuật toán là quá trình xây dựng một sơ đồ gồm các bước có thứ tự, chúng tạo thành một quy tắc chung có thể được mang ra làm giải pháp chung cho tất cả các vấn đề ban đầu. Tư duy thuật toán là khả năng suy nghĩ theo trình tự và quy tắc như một cách giải quyết vấn đề hoặc hiểu biết các tình huống.
Tổng quát hóa (Generalisation)	Tổng quát hóa gắn liền với việc xác định các sự vật hiện tượng, các điểm tương đồng và kết nối các đặc điểm đó nhằm tìm kiếm giải pháp chung. Đây là một cách giải quyết nhanh chóng các vấn đề mới dựa trên các giải pháp và kinh nghiệm trước đó.
Trừu tượng hóa (Abstraction)	Trừu tượng hóa làm cho một vấn đề hay một hệ thống trở nên dễ suy nghĩ hơn. Trừu tượng hóa là quá trình làm cho một sự vật, hiện tượng trở nên dễ hiểu hơn thông qua việc giảm bớt các chi tiết không cần thiết.
Tự động hóa (Automation)	Tự động hóa là một quá trình tiết kiệm sức lao động, trong đó máy tính được hướng dẫn thực hiện một loạt các tác vụ lặp đi lặp lại một cách nhanh chóng và hiệu quả so với khả năng xử lí của con người.

Thành tố	Đặc trưng cơ bản của thành tố
Đánh giá (Evaluation)	Đánh giá là quá trình đảm bảo rằng một giải pháp, cho dù là một thuật toán, một hệ thống hay quy trình là một giải pháp tốt hay nó phù hợp với mục đích. Có một sự tập trung cụ thể và thường cực đoan vào việc chú ý đến từng chi tiết trong đánh giá dựa trên tư duy máy tính.
Xem xét, phản ánh (Reflecting)	Là kĩ năng đưa ra những phán đoán (đánh giá) một cách công bằng và khách quan trong những tình huống phức tạp.
Mã hóa (Coding)	Một yếu tố thiết yếu trong quá trình phát triển của bất kì hệ thống nào là chuyển thiết kế thành dạng mã và đánh giá nó để đảm bảo rằng nó hoạt động chính xác trong mọi điều kiện dự kiến. Sửa chữa sai lầm là ứng dụng phân tích và đánh giá có hệ thống bằng cách sử dụng các kĩ năng như kiểm tra, truy tìm và tư duy logic để dự đoán và xác minh kết quả.

thành tố: Phân rã - Tổng quát hóa - Trừu tượng hóa - Tư duy thuật toán - Tự động hóa - Đánh giá - Xem xét, phản ánh - Mã hóa, từ đó áp dụng vào quá trình giải quyết vấn đề trong cuộc sống. Có thể nói, tư duy máy tính rất cần thiết và hữu ích trong quá trình nhìn nhận và phân tích vấn đề, xây dựng quy trình giải quyết phù hợp, tự động hóa quy trình cho những vấn đề tương tự, xem xét đánh giá và điều chỉnh quy trình khi cần thiết.

2.3. Một số tình huống dạy học chủ đề Dãy số nhằm bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh lớp 11

2.3.1. Tình huống 1

Trong một trò chơi của trẻ em, các em nhỏ dùng các viên bi để xếp thành các hình tam giác F_n . Dãy các hình xếp (F_n) tuân theo một quy luật được mô tả theo hình sau. Trong đó, F_1 có một viên bi, thêm 2 viên bi để được tam giác đều là F_2 , thêm 3 viên bi thẳng hàng và song song với một cạnh của F_2 để được tam giác đều F_3, \dots . Gọi (u_n) là dãy số với u_n là số viên bi cần dùng để xếp được hình tam giác đều F_n ($n \in \mathbb{N}^*$):

Cần bao nhiêu viên bi để xếp được hình tam giác F_4 ? Giải thích vì sao.

Mô tả cách hình thành các hình tam giác F_6, F_7, F_8 , bằng hình vẽ và bằng lời.

Dự đoán công thức truy hồi để tính F_n .

Biết khoảng cách giữa hai viên bi là 1cm. Cần bao nhiêu viên bi để xếp thành tam giác có độ dài cạnh là n (cm)?

Mục tiêu:

- Câu a kiểm tra quá trình hiểu và phân tích tình huống của học sinh.

- Câu b phát hiện và bồi dưỡng thành tố thuật toán của tư duy máy tính ở học sinh từ mô tả của tình huống, từ đó tìm các số hạng thành phần của dãy số.

- Câu c phát hiện và bồi dưỡng sự chuyển hóa từ việc xây dựng thuật toán đến việc tổng quát hóa thành công thức truy hồi của dãy số (u_n). Từ đó, bồi dưỡng thành tố tổng quát hóa ở học sinh.

- Câu d phát hiện và bồi dưỡng thành tố đánh giá trong việc nhìn nhận công thức truy hồi khó có thể tìm được số viên bi và nhận thấy phải chuyển hóa về công thức tổng quát mới tính được số viên bi.

Các lựa chọn sự phạm trong tình huống 1:

- F_4, F_6, F_7, F_8 , là các số hạng thành phần tương đối nhỏ giúp học sinh thực hiện mô tả thuật toán và tính toán đơn giản hơn.

- Mô tả bằng lời và bằng hình vẽ giúp bồi dưỡng thành tố thuật toán ở học sinh, thuật toán không đơn thuần thể hiện qua công thức mà còn thể hiện thông qua cách hiểu và diễn đạt bằng lời của học sinh.

- Tìm số viên bi để xếp được tam giác có cạnh là n (cm) buộc học sinh phải suy luận tìm số hạng u_n hay u_{n+1} , đồng thời thoát li khỏi công thức truy hồi vừa tìm được và đi đến việc tìm thuật toán để thiết lập công thức số hạng tổng quát.

2.3.2. Tình huống 2: Bài toán hình vuông Fractal

Bắt đầu bằng một hình vuông H_0 cạnh bằng 1. Chia hình vuông H_0 thành 9 hình vuông bằng nhau, bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_1 . Tiếp tục, chia mỗi hình vuông của H_1 thành 9 hình vuông, rồi bỏ đi bốn hình vuông, nhận được hình H_2 . Tiếp tục quá trình này, ta nhận được một dãy hình H_n ($n=1,2,3,\dots$).

Hãy vẽ hình H_2 theo hướng dẫn trên.

Tính diện tích của hình H_1, H_2, H_3 . Giải thích cách làm của em.

Xác định công thức tính diện S_n của hình H_n . Giải thích cách làm của em.

Mục tiêu:

Câu a kiểm tra khả năng đọc hiểu và thực hiện một thuật toán được mô tả bằng lời của học sinh.

Câu b phát hiện và bồi dưỡng tư duy thuật toán và tổng quát hóa của học sinh khi trong việc thiết lập công thức tính diện tích của các hình vuông, cần xem xét đến 2 yếu tố quan trọng là số đo cạnh của mỗi hình vuông và số lượng các hình vuông hiện có sau mỗi lần chia.

Câu c phát hiện và bồi dưỡng thành tố tổng quát hóa ở học sinh.

Các lựa chọn sự phạm trong tình huống 2: Hình H_1, H_2, H_3 , có thể vẽ được, từ đó hình thành công thức tính diện tích và tiềm năng xây dựng được thuật toán tổng quát.

2.3.3. Tình huống 3

Xét tính tăng, giảm của các dãy số (u_n) , biết:

- a) $u_n = 3n - 1u_n$
- b) $u_n = -2n + 5u_n$
- c) $u_n = \frac{n+1}{2n-1}$
- d) $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2^n}$

Yêu cầu 1: Hãy xét tính tăng, giảm của các dãy số trên.

Yêu cầu 2: Hãy mô tả các bước cần thực hiện để xét tính tăng, giảm của một dãy số bất kì.

Mục tiêu: Phát hiện và bồi dưỡng tư duy thuật toán ở học sinh trong việc vận dụng định nghĩa dãy số tăng, giảm để thiết lập nên các bước làm bài hoàn chỉnh để xét tính tăng, giảm của một dãy số bất kì.

Các lựa chọn sự phạm trong tình huống 3: Ở yêu cầu 1, cho đa dạng các loại dãy số: dãy tăng, dãy giảm, dãy không tăng không giảm để học sinh linh hoạt thay đổi các chiến lược giải quyết tình huống. Trong đó, nhất là dãy không tăng, không giảm đặt học sinh vào tình huống mắc sai lầm và từ đó chú ý trong việc xây dựng thuật toán tổng quát ở yêu cầu 2.

2.4. Phân tích kết quả thực nghiệm

2.4.1. Mục đích và đối tượng thực nghiệm

Dạy học dãy số đáp ứng yêu cầu cần đạt trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018:

- Thể hiện được cách cho dãy số bằng liệt kê các số hạng; bằng công thức tổng quát; bằng hệ thức truy hồi; bằng cách mô tả.

- Nhận biết được tính chất tăng, giảm của dãy số trong những trường hợp đơn giản.

Tập trung bồi dưỡng thành tố tư duy thuật toán, tổng quát hóa của tư duy máy tính cho học sinh cấp Trung học phổ thông ở chủ đề này.

Thực nghiệm được tiến hành với 69 học sinh của 2 lớp 11 (11,1 và 11.7) tại Trường Trung học Thực hành Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh trong thời gian 90 phút.

2.4.2. Các bước tiến hành thực nghiệm

Pha 1: Làm việc cá nhân để giải quyết các tình huống trong Phiếu học tập.

Pha 2: Thảo luận nhóm.

Pha 3: Trình bày sản phẩm trước lớp.

2.4.3. Phân tích hậu nghiệm

a. Tình huống 1

Ở câu a (xem Hình 1), có 68/69 học sinh tìm được $u_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

a) Số viên bi dùng để xếp tam giác đều F_2 : $u_2 = 1 + 2 = 3$ (viên bi)
 ... Số viên bi dùng để xếp tam giác đều F_3 : $u_3 = 1 + 2 + 3 = 6$ (viên bi)
 ... Số viên bi dùng để xếp tam giác đều F_4 : $u_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ (viên bi)

Hình 1: Lời giải đúng câu a - Tình huống 1

Ở câu b, có 62/69 học sinh vẽ được hình và tính đúng số viên bi dùng để xếp các tam giác F_6, F_7, F_8 . Tuy nhiên một số em còn yếu trong việc mô tả bằng lời quy trình thành lập các tam giác trong khi đề bài đã có gợi ý (xem Hình 2, Hình 3). Thực chất yêu cầu mô tả bằng lời cũng góp phần gợi ý để học sinh tìm ra được công thức truy hồi của dãy số (u_n) thông qua việc tìm cách thành lập chung cho tam giác F_n cụ thể “Đề vẽ được tam giác F_n ta thêm vào n viên bi thẳng hàng và song song với một cạnh của tam giác F_{n-1} ”.

b) F_6 ... F_7 ... F_8
 Dùng F_5 bằng cách thêm 5 viên bi song song // 1 cạnh của F_5
 $\rightarrow u_6 = 15$
 F_6 thêm 6 viên bi song song // 1 cạnh $F_6 \rightarrow u_6 = 21$
 F_7 thêm 7 viên bi song song // 1 cạnh $F_7 \rightarrow u_7 = 28$
 F_8 thêm 8 viên bi song song // 1 cạnh $F_8 \rightarrow u_8 = 36$

Hình 2: Lời giải đúng câu b - Tình huống 1

Ta có song các hàng sau có nhiều hơn hàng trước 1 bi $\rightarrow u_n =$ tổng số (u_n)
 là các số $u_2 = 3$ và $d = 1$
 $\rightarrow u_n = u_2 + (n-2)d$
 $u_6 = 1 + 5 \cdot 1 = 6$
 $u_7 = 1 + 6 \cdot 1 = 7$
 $u_8 = 1 + 7 \cdot 1 = 8$

Hình 3: Lời giải sai câu b - Tình huống 1

Ở câu c, có 68/69 học sinh tìm được công thức truy hồi của dãy (u_n) , chỉ có 1 học sinh không hoàn thành. Từ kết quả trên, chúng ta đã hoàn thành được mục tiêu ban đầu đặt ra “phát hiện và bồi dưỡng sự chuyên hóa từ việc xây dựng thuật toán đến việc tổng quát hóa thành công thức truy hồi của dãy số (u_n) . Từ đó, bồi dưỡng tư duy thuật toán ở học sinh”.

Đến câu d, từ phân tích tiên nghiệm, chúng tôi đã lường trước được 2 vấn đề: một là học sinh phải tư duy được số viên bi của mỗi cạnh là bao nhiêu để cần biết tính số hạng thứ mấy và phải thoát li được hệ thức truy hồi bởi vì hệ thức ấy không cho ra được kết quả cụ thể bao nhiêu viên bi. Và thực nghiệm đã cho thấy, học sinh gặp khó khăn nhiều ở 2 vấn đề trên (xem Hình 4).

1) Học sinh lí giải được để tạo ra tam giác có độ dài cạnh là n thì cần có $(n + 1)$ viên bi ở mỗi cạnh, tức là cần xếp tam giác F_{n+1} . Tuy nhiên, học sinh chưa kết luận được cần cụ thể bao nhiêu viên bi, nghĩa là chưa chuyển đổi được dãy số từ hệ thức truy hồi sang công thức tổng quát. Từ đó, chúng tôi thấy rằng, học sinh này chưa đạt được mục tiêu về việc vận dụng thành tố đánh giá của tư duy máy tính.

2) Học sinh có ý tưởng để chuyển đổi dãy số từ hệ thức truy hồi sang công thức tổng quát nhưng chưa đầy

đủ, chặt chẽ và chưa đưa ra lí giải vì sao phải tìm u_{n+1} .

3) Một số học sinh khác lí giải sai khi nhầm tưởng tam giác cạnh n là F_n , là F_{n-1} .

4) Một minh chứng rõ nét về lời giải hoàn chỉnh của câu d, học sinh giải quyết được 2 vấn đề nói trên. Đây là một minh chứng thể hiện học sinh sử dụng được thành tố đánh giá (Học sinh nhận thấy phải chuyển đổi từ hệ thức truy hồi sang công thức tổng quát là cần thiết) để giải quyết vấn đề.

c) Công thức truy hồi $F_n: u_{n+1} = u_n + n + 1$

d) Giả sử 2 viên là 1cm

3 viên là 2cm

4 viên là 3cm

n viên là $(n-1)$ cm

Nhảy n quả $(n+1)$ viên là n cm

$$u_{n+1} = u_n + n + 1$$

$$= u_{n-2} + n - 1 + n + 1$$

$$= u_{n-2} + n - 2 + n - 1 + n + 1$$

$$\dots$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + n + 1$$

Tình huống 2

Hình 4: Lời giải câu d - Tình huống 1

Thông qua các phân tích cụ thể ở trên, chúng tôi nhận thấy được tư duy thuật toán có thể mạnh khai thác trong các bài toán thực tế về dãy số. Học sinh có thể tổng hợp các kiến thức được học cùng với các kĩ năng cơ bản và tư duy máy tính để giải quyết tình huống được đặt ra. Qua đó, bồi dưỡng được thành tố tư duy thuật toán kết hợp với tổng quát hóa cho học sinh, hơn thế nữa thành tố đánh giá cũng ngầm xuất hiện trong quá trình tư duy và giải quyết vấn đề của học sinh.

b. Tình huống 2

Ở câu a, có 68/69 học sinh vẽ hình đúng. Ở câu b, học sinh tính diện tích của các hình H_1, H_2, H_3 tập trung vào 2 vấn đề chính: Có bao nhiêu hình vuông và số đo cạnh ở mỗi hình vuông là bao nhiêu. Theo kết quả thống kê trên, số lượng học sinh làm đúng ở câu b và c cũng ngang bằng (ở câu b là 60/69 học sinh, câu c là 58/69 học sinh), nghĩa là nếu học sinh tính được kết quả đúng ở câu b sẽ nhìn thấy được thuật toán của hình vuông Fractal ở câu c, từ đó tìm được công thức tính diện tích hình H_n đúng (xem Hình 5). Sau đây chúng tôi sơ lược qua về những vấn đề đã gặp khi tiến hành thực nghiệm:

- 1) Học sinh hiểu sai thuật toán nên giải sai.
- 2) Học sinh chỉ xử lí được một vấn đề đó là số đo cạnh hình vuông chứ chưa thấy được sự thay đổi số lượng hình vuông tạo thành sau mỗi lần thực hiện thuật toán.
- 3) Học sinh tính diện tích các hình thu được kết quả đúng như không có giải thích gì thêm.
- 4) Học sinh thấy được quy luật về cách tính số hình vuông và số đo cạnh của hình vuông sau mỗi lần chia, từ đó thành lập được công thức tổng quát tính diện tích hình H_n :

b) Diện tích hình $H_1: S_1 = 5^1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$

Diện tích $H_2: S_2 = 5^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{81}$

Diện tích $H_3: S_3 = 5^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{125}{729}$

Ước lượng H_1 có 5 hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh $\frac{1}{3}$ $\Rightarrow S_1 = \frac{5}{9}$

Ước lượng H_2 có 5² hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh $\frac{1}{3}$ $\Rightarrow S_2 = \frac{25}{81}$

Ước lượng H_3 có 5³ hình vuông, mỗi hình vuông có cạnh $\frac{1}{3}$ $\Rightarrow S_3 = \frac{125}{729}$

c) Công thức tính diện tích S_n của hình H_n :

$$S_n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

Ước mỗi hình vuông khi chia nhỏ hơn số đo cạnh $\left(\frac{1}{3}\right)^n$

$\Rightarrow H_0 = 1$ hình vuông, $H_1 = 5$ hình vuông, $H_2 = 5^2$ hình vuông, $H_3 = 5^3$

$\Rightarrow S_1$ hình vuông $= 5^1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow S_n = 5^n \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$

Hình 5: Lời giải câu b - Tình huống 2

5) Một số bài làm của học sinh mà chúng tôi chưa nghĩ trước trong phân tích tiên nghiệm ở tình huống 2, cụ thể như sau: Thay vì xem xét sự thay đổi về số hình vuông và số đo cạnh ở mỗi hình sau mỗi lần thực hiện thuật toán, học sinh tập trung vào việc phân tích lượng hình vuông cần bỏ đi sau mỗi lần chia: Cứ 9 hình vuông thì bỏ đi 4 hình, giữ lại 5 hình nghĩa là diện tích của hình sau bằng $\frac{5}{9}$ lần diện tích của hình ngay trước

đó dẫn đến tìm được công thức truy hồi của dãy số là $S_n = \frac{5}{9} S_{n-1}$. Cách phân tích này là một hướng giải quyết

tốt của học sinh, hoàn toàn không làm mất đi mục tiêu bồi dưỡng thành tố tư duy thuật toán và tổng quát hóa của tư duy máy tính trong tình huống này mà còn cho thấy sự phát triển của học sinh trong cách tư duy logic khi gặp một bài toán mới. Ví dụ sau đây là bài làm của học sinh A (xem Hình 6):

b) hình vuông H_0 có cạnh $x_0 = 1$

Mà mỗi HV trong hình H_1 có cạnh $x_1 = \frac{1}{3}$

mỗi HV trong hình H_2 có cạnh $x_2 = \frac{1}{9}$

mỗi HV trong hình H_3 có cạnh $x_3 = \frac{1}{27}$

Ta có $S_{H_0} = 1 \cdot 1 = 1$

$S_{H_1} = \frac{5}{9} \cdot 1 = \frac{5}{9}$ (với V_1, V_2, V_3 là hình vuông trong hình H_1)

$\Rightarrow S_{H_1} = S_{H_0} - 4 \cdot S_{V_1} = 1 - 4 \cdot \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$

$S_{H_2} = \frac{25}{81}$

$S_{H_2} = S_{H_1} - 4 \cdot S_{V_1} = \frac{5}{9} - 4 \cdot \frac{1}{81} = \frac{25}{81}$

Tương tự ta có: $S_{H_3} = S_{H_2} - 4 \cdot S_{V_1} = \frac{25}{81} - 4 \cdot \frac{1}{729} = \frac{125}{729}$

Hình 6: Lời giải câu b - Tình huống 2

Tình huống 2 cho chúng tôi thấy được nhiều khía cạnh của dạy học dãy số theo định hướng bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh. Đầu tiên, về mặt ý tưởng và mục tiêu, tình huống nhắm đến việc bồi dưỡng thành tố

tổng quát hóa của tư duy máy tính, thể hiện ở việc học sinh thiết lập được công thức tổng quát tính diện tích của hình H_n theo mô tả của thuật toán. Tiếp đó, cũng có sự xuất hiện mầm mống của thành tố phân rã trong tư duy máy tính, thể hiện ở việc học sinh giải quyết hai yếu tố then chốt của vấn đề là có bao nhiêu hình vuông được hình thành sau mỗi lần chia và số đo cạnh của mỗi hình vuông đó là bao nhiêu, sau đó kết hợp lại và thu được công thức trên. Cuối cùng, ta thấy được lối tư duy sáng tạo của học sinh, đó là thay vì sử dụng công thức tổng quát lại dùng hệ thức truy hồi và hình thành lập luận dựa trên thuật toán của tình huống.

c. Tình huống 3

Mục tiêu ở yêu cầu 1 không liên quan nhiều đến việc bồi dưỡng tư duy thuật toán hay phát triển kỹ năng giải toán của học sinh mà chỉ đơn thuần là một “bước đệm” để học sinh tính toán các số hạng của dãy số để dự đoán hoặc kiểm tra tính tăng, giảm của một dãy số ở cách cho số hạng tổng quát. Thông qua đó, chúng tôi cũng muốn xem xét ứng dụng của máy tính cầm tay để hỗ trợ cho quá trình hình thành thuật toán tổng quát ở yêu cầu 3. Ở yêu cầu này, học sinh chỉ tính toán thông thường hoặc sử dụng chức năng TABLE của máy tính cầm tay để thu được kết quả, nên có khoảng 67/69 học sinh đều làm được. Ở yêu cầu 2, trước khi giải bài toán, giáo viên đã yêu cầu học sinh nhắc lại định nghĩa về dãy số tăng, dãy số giảm để học sinh vận dụng kiến thức vào việc giải quyết tình huống, tuy nhiên một số học sinh vẫn mắc phải những sai lầm cơ bản, cụ thể như sau:

1) Chỉ quan sát dãy số thông qua 20 số hạng đầu rồi kết luận, không giải thích gì thêm.

2) Giải thích dựa trên các số hạng đầu đã tính, không có cơ sở toán học.

Ở yêu cầu 3, dựa vào kết quả thực nghiệm, chúng tôi nhận thấy học sinh gặp khá nhiều khó khăn trong việc thành lập một thuật toán xét tính tăng, giảm của một dãy số bất kì được cho ở dạng số hạng tổng quát (xem Hình 7). Một số vấn đề học sinh gặp phải trong quá trình thực nghiệm:

1) Đưa ra quy trình sai, chỉ dựa vào các số hạng thành phần có sẵn hoặc thông qua quan sát và kết luận tính tăng, giảm của dãy số.

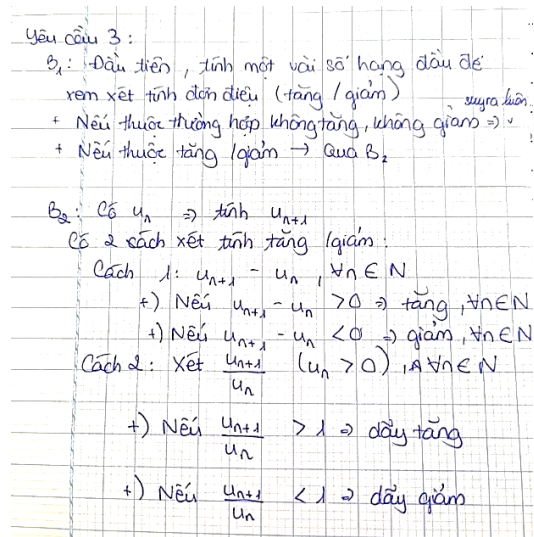
2) Có ý tưởng tổng quát cho thuật toán nhưng sơ sài, chưa dự đoán được hết các kết quả có thể xảy ra. Học sinh có chỉ ra được cần dùng đến khái niệm dãy số tăng, giảm, tức là cần đưa về xét hiệu $u_n - u_{n+1}$ hoặc $u_{n+1} - u_n$ nhưng chưa xét đến trường hợp có thể dãy số không tăng, không giảm thì chúng ta giải quyết như thế nào.

3) Thuật toán cụ thể hơn nhưng chưa bao quát được điều kiện của dãy số khi thực hiện. Học sinh biết tận dụng những số hạng đầu làm nền tảng cho việc dự đoán tính chất tăng, giảm hoặc không tăng, không giảm để đưa ra hướng giải quyết tiếp theo. Nếu dãy

số không tăng, không giảm, có thể dùng số hạng cụ thể vừa tính để chỉ ra. Nếu dãy số có tính tăng giảm thì chúng ta xét hiệu $u_{n+1} - u_n$ hoặc thương $\frac{u_{n+1}}{u_n}$.

Tuy nhiên, học sinh quên mất điều kiện khi xét thương $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

là $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$.



Hình 7: Lời giải yêu cầu 3 - Tình huống 3

Tư duy thuật toán là thành tố nổi bật mà chúng tôi tập trung nghiên cứu bồi dưỡng cho học sinh trong tình huống 3, đây là thành tố có thể mạnh khai thác khi dạy học về tính tăng, giảm của dãy số. Một thuật toán tổng quát có thể giúp học sinh có hướng suy nghĩ và tư duy tốt hơn khi gặp vấn đề tương tự.

Tóm lại, chúng tôi đã thực nghiệm trên đối tượng học sinh lớp 11 Trường Trung học Thực hành Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh và đạt được một số kết quả như sau:

Về yêu cầu cần đạt của Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018, đạt được các yêu cầu sau:

- Thể hiện được cách cho dãy số bằng liệt kê các số hạng; bằng công thức tổng quát; bằng hệ thức truy hồi; bằng cách mô tả.

- Nhận biết và chứng minh được tính tăng, giảm của một dãy số được cho bằng công thức tổng quát.

- Nhận biết được một dãy số là cấp số cộng.

Về mục tiêu cần đạt của các thành tố trong tư duy máy tính và đánh giá quá trình thực nghiệm:

- Đối với thành tố tổng quát hóa: Học sinh biết suy luận từ thuật toán của tình huống để lập luận thành công thức tổng quát, biết và giải thích được cách chuyển đổi từ công thức truy hồi sang công thức tổng quát.

- Đối với thành tố tư duy thuật toán: Cơ bản là các tình huống đạt được mục tiêu đề ra. Học sinh biết suy

luận từ định nghĩa để tìm ra thuật toán tổng quát. Trong quá trình xây dựng thuật toán, học sinh có gặp một số khó khăn, nghĩa là thuật toán chưa đủ “tốt” thì học sinh cũng có những phân tích, đánh giá phù hợp để điều chỉnh thuật toán hoàn thiện hơn.

Đối với các thành tố khác: Thành tố đánh giá có xuất hiện ngầm ẩn ở chi tiết học sinh phải thấy được việc chuyển đổi từ công thức truy hồi sang công thức tổng quát ở tình huống 1 là cần thiết và trong tình huống 3, khi chứng minh một dãy số không tăng, không giảm thì phải đổi thuật toán, nghĩa là không thể xét hiệu $u_{n+1} - u_n$ được. Thành tố phân rã cũng bắt đầu được hình thành thông qua việc chia nhỏ tình huống ra thành nhiều vấn đề và giải quyết từng vấn đề đó. Các thành tố khác có xuất hiện nhưng chưa đáng kể.

3. Kết luận

Như vậy, trên cơ sở làm rõ được khái niệm tư duy máy tính và các đặc trưng cơ bản của các thành tố của tư duy máy tính chúng tôi đề xuất một số tình huống dạy học trong chủ đề dãy số nhằm bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh, chủ yếu tập trung bồi dưỡng hai thành tố là tổng quát hóa và tư duy thuật toán. Kết quả thực nghiệm cho thấy phương pháp này mang lại kết quả tích cực trong việc bồi dưỡng tư duy máy tính cho học sinh và phù hợp với dạy học theo định hướng phát triển phẩm chất và năng lực của học sinh trong Chương trình Giáo dục phổ thông 2018.

Về định hướng nghiên cứu tiếp theo, chúng tôi xem xét việc có thể mở rộng phạm vi nghiên cứu, áp dụng cho các chủ đề toán học khác nhằm bồi dưỡng thêm các thành tố khác của tư duy máy tính.

Tài liệu tham khảo

- [1] Phạm Thị Anh Lê - Vũ Thái Giang, (2021), *Tư duy máy tính trong đào tạo giáo viên Tin học*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- [2] Ramadhan, D. G., Budiyanto, C. W., & Yuana, R. A, (1/2023), *The role of game-based learning in developing students computational thinking skills: A review of the literature*, In AIP Conference Proceedings (Vol. 2540, No. 1), AIP Publishing.
- [3] Stewart, W., & Baek, K, (2023), *Analyzing computational thinking studies in Scratch programming: A review of elementary education literature*. International Journal of Computer Science Education in Schools, 6(1), 35-58.
- [4] Prottzman, K., (2022), *Computational thinking meets student learning: Extending the ISTE standards*, International Society for Technology in Education.
- [5] Bộ Giáo dục và Đào tạo, (26/12/2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Tin học (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT)*, Hà Nội.
- [6] Costa, E. J. F., Campos, L. M. R. S., & Guerrero, D. D. S, (2017, October), *Computational thinking in mathematics education: A joint approach to encourage problem-solving ability*, In 2017 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE) (pp. 1-8). IEEE.
- [7] Wing, J, (2011), *Research notebook: Computational thinking - What and why*, The link magazine, 6, p.20-23.
- [8] Csizmadia, A., Curzon, P., Dorling, M., Humphreys, S., Ng, T., Selby, C., & Woollard, J, (2015), *Computational thinking-A guide for teachers*.
- [9] Bộ Giáo dục và Đào tạo, (26/12/2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT)*, Hà Nội.

FOSTERING COMPUTATIONAL THINKING FOR 11TH GRADE STUDENTS IN TEACHING NUMBER SEQUENCES

Nguyen Thi Nga¹, Do Thi Thu Ngan^{*2}

¹ Email: ngant@hcmue.edu.vn

* Corresponding author

² Email: thungantc2410@gmail.com

Ho Chi Minh City University of Education
280 An Duong Vuong street,
District 5, Ho Chi Minh City, Vietnam

ABSTRACT: *Fostering computational thinking is a research topic that has not been widely disseminated in the trend of renewing Mathematics teaching methods at the high school level in the 2018 General Education Curriculum. Computational thinking becomes a crucial and necessary competency in the current context because it cultivates the ability to analyze, evaluate, and devise solutions to the challenges encountered in daily life. In this paper, we will clarify the concept of computational thinking and its main elements and propose several situations in teaching number sequences so as to enhance students' computational thinking. The article aims to provide a perspective on how computational thinking can be applied in Math teaching towards developing students' competency, thereby contributing to renewing Mathematics teaching methods at the high school level.*

KEYWORDS: *Computational thinking, competency, instruction of number sequences, Maths, high school level.*