Các biện pháp bồi dưỡng năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh thông qua dạy học chủ đề Phương trình lượng giác ở lớp 11

Nguyễn Thị Nga[1], Nguyễn Trung Kiên*[2]

[1] Email: ngant@hcmue.edu.vn
Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh
280 An Dương Vương, Phường 4,
Quận 5, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

* Tác giả liên hệ
[2] Email: nguyentrungkien4101999@gmail.com
Trường Đại học Sài Gòn
273 An Dương Vương, Phường 3,
Quận 5, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

TÓM TẮT: *Mục tiêu của Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đã nhấn mạnh việc hướng học sinh đến khả năng vận dụng những kiến thức đã học vào thực tiễn cuộc sống. Do đó, để góp phần thực hiện mục tiêu đó, giáo viên cần chú trọng đến năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh. Bài viết trình bày những khái niệm cơ bản về mô hình hóa Toán học và năng lực mô hình hóa Toán học. Trên cơ sở đó, nhóm tác giả đề xuất một số biện pháp sư phạm để bồi dưỡng năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề Phương trình lượng giác ở lớp 11, giúp giáo viên dễ dàng hơn trong việc xây dựng các hoạt động để bồi dưỡng cho học sinh năng lực mô hình hóa Toán học.*

TỪ KHÓA: **Mô hình hóa, mô hình hóa Toán học, năng lực mô hình hóa Toán học, Phương trình lượng giác, lớp 11.**

➔ Nhận bài 12/10/2023 ➔ Nhận bài đã chỉnh sửa 01/11/2023 ➔ Duyệt đăng 25/11/2023.

DOI: https://doi.org/10.15625/2615-8957/12320309

1. Đặt vấn đề

Mục tiêu của Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán do Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành ngày 26 tháng 12 năm 2018 nêu rõ: "Hình thành và phát triển năng lực Toán học bao gồm các thành tố cốt lõi sau: năng lực tư duy và lập luận Toán học; năng lực mô hình hóa Toán học; năng lực giải quyết vấn đề Toán học; năng lực giao tiếp Toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán" [1]. Vì vậy, với quan điểm "Lí luận phải gắn với thực tiễn", năng lực mô hình hóa Toán học cần đặc biệt chú trọng để bồi dưỡng cho học sinh. Trong năng lực mô hình hóa Toán học, chúng tôi nghiên cứu cách giải quyết các vấn đề trong thực tiễn bằng Toán học. Có rất nhiều vấn đề thực tiễn trong cuộc sống cần quan tâm để giải quyết mà dựa trên Toán học. Trong đó, chúng tôi thấy rằng, chủ đề Phương trình lượng giác ở lớp 11 rất phù hợp để bồi dưỡng cho học sinh năng lực mô hình hóa Toán học. Đây là một trong những lĩnh vực có nội dung quan trọng trong chương trình Toán học trung học phổ thông.

Tuy có nhiều nghiên cứu về năng lực mô hình hóa Toán học và về chủ đề Lượng giác (Nguyễn Thị Nga (2011), Nguyễn Duy Quang (2014), Lê Thị Hoài Châu & Lê Thị Bảo Linh (2019)… nhưng cho đến nay vấn đề bồi dưỡng năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề Phương trình lượng giác ở lớp 11 hầu như chưa có nghiên cứu nào đề cập đến. Trong bài viết này, chúng tôi tập trung làm rõ một số khái niệm liên quan đến mô hình hóa Toán học, quá trình mô hình hóa Toán học. Tiếp đó, chúng tôi đề xuất một số biện pháp sư phạm bồi dưỡng năng lực mô hình hóa Toán học cho học sinh thông qua dạy học chủ đề Phương trình lượng giác ở lớp 11.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Một số khái niệm về mô hình hóa Toán học

Mô hình: Theo tác giả Lê Thị Hoài Châu (2014), mô hình là một mẫu, một đại diện, một minh họa được thiết kế để mô tả cấu trúc của hệ thống, cách vận hành của một hoặc các sự vật, hiện tượng thuộc hệ thống này. Tác giả chỉ ra rằng, khái niệm mô hình cũng được hiểu theo hai nghĩa nghĩa thứ nhất là coi như một bản sao và nghĩa thứ hai là cái thu được từ việc diễn đạt các đặc trưng chủ yếu của một tình huống theo một ngôn ngữ nào đó [2].

Mô hình Toán học: Với những lĩnh vực khác nhau sẽ có những mô hình tương ứng, phụ thuộc vào ý đồ của người thiết kế mô hình và bối cảnh áp dụng mô hình đó. Trong Toán học cũng có những mô hình đặc trưng của nó, gọi là mô hình Toán học. Theo Lesh và Doerr (2003), mô hình Toán học là các hệ thống khái niệm Toán học (bao gồm các yếu tố, quan hệ, phép toán và các quy tắc biểu diễn) được thể hiện bằng việc sử dụng các kí hiệu bên ngoài, thường được dùng để cấu trúc, xây dựng, miêu tả hoặc giải thích các nội dung phức tạp trong tự nhiên [3].

Mô hình hóa: Theo Từ điển Bách khoa toàn thư, mô hình hóa là sự chuyển đổi trừu tượng một thực tiễn cụ thể nhằm mục đích mô tả thế giới trực giác hay thế giới đã được quan niệm hóa bằng ngôn ngữ tự nhiên. Theo tác giả Trần Vui (2014), mô hình hóa là toàn bộ quá trình chuyển đổi từ vấn đề thực tế sang vấn đề Toán học và ngược lại cùng với mọi thứ liên quan đến quá trình đó, từng bước xây dựng lại tình huống thực tế quyết định một mô hình toán phù hợp, làm việc trong môi trường toán, giải thích đánh giá kết quả liên quan đến tình huống thực tế và đôi khi cần phải điều chỉnh các mô hình lặp lại quá trình nhiều lần cho đến khi đạt được một kết quả hợp lí [4].

Mô hình hóa Toán học: Nói về khái niệm mô hình hóa Toán học có nhiều quan điểm được phát biểu bởi các nhà giáo dục và nghiên cứu Toán học, tùy thuộc vào quan điểm lí thuyết mà tác giả lựa chọn.

Theo Haines và Crouch (2010), mô hình hóa Toán học là một quá trình tuần hoàn trong đó những vấn đề trong thế giới thực được tóm tắt trong mô hình Toán học, thực hiện các phương án giải quyết và đánh giá theo các giai đoạn như sau: Nêu vấn đề trong thực tế, xây dựng mô hình Toán học; Giải bài toán, giải thích kết quả, đánh giá phương án giải quyết vừa thực hiện, điều chỉnh mô hình trước khi đưa ra kết luận cuối cùng cho vấn đề ban đầu và lặp lại chu trình [5].

Theo tác giả Lê Thị Hoài Châu (2014), mô hình Toán học là sự giải thích bằng Toán học cho một hệ thống ngoài Toán học với những câu hỏi xác định mà người ta đặt ra trên hệ thống này [2]. Quá trình mô hình hóa Toán học là quá trình thiết lập một mô hình Toán học cho vấn đề ngoài Toán học, giải quyết vấn đề trong mô hình đó rồi thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận.

2.2. Năng lực mô hình hóa Toán học

Năng lực mô hình hóa Toán học là một trong năm năng lực cốt lõi của Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018. Có nhiều quan điểm về năng lực mô hình hóa Toán học. Dựa trên nghiên cứu của Blum và các cộng sự (2002), Henning và Keune (2007) cho rằng, năng lực mô hình hóa Toán học bao gồm khả năng xây dựng mô hình, thông dịch giữa thế giới thực và thế giới Toán học, làm việc với mô hình Toán học như xác định, đánh giá các mô hình toán, phản ảnh về kết quả của những mô hình đó để điều chỉnh quá trình mô hình hóa Toán học nếu cần thiết [6].

Kaiser (2014) quan niệm rằng, năng lực mô hình hóa Toán học đặc trưng cho khả năng thực hiện toàn bộ quá trình mô hình hóa Toán học và phản ảnh về quá trình đó [7].

2.3. Các thành tố của năng lực mô hình hóa Toán học

Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đã xác định các thành tố của năng lực mô hình hóa Toán học, cùng với biểu hiện cụ thể và yêu cầu cần đạt cho cấp Trung học phổ thông được thể hiện trong bảng dưới đây (xem Bảng 1) [1]:

Dựa vào yêu cầu cần đạt từ Bảng 1, chúng tôi đề xuất một số biện pháp để bồi dưỡng năng lực mô hình hóa cho học sinh trong dạy học chủ đề Phương trình lượng giác ở lớp 11, giúp giáo viên có những định hướng cụ thể để xây dựng các hoạt động học tập phù hợp, góp phần thực hiện mục tiêu của Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đã đề ra.

2.4. Một số biện pháp để bồi dưỡng năng lực mô hình hóa cho học sinh trong dạy học chủ đề Phương trình lượng giác ở lớp 11

2.4.1. Biện pháp 1: Bồi dưỡng cho học sinh kĩ năng thiết lập mô hình Toán học cho các bài toán thực tiễn

a. Mục đích của biện pháp: Rèn luyện cho học sinh kĩ năng thiết lập một mô hình Toán học (như công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị...) để mô tả tình huống đặt ra trong bài toán thực tiễn.

b. Cách thức thực hiện: Dựa trên quá trình mô hình hóa Toán học của Coulange [8]. chúng tôi đề xuất quá trình để thực hiện biện pháp này như sau:

Bước 1 (Xác định vấn đề Toán học): Học sinh phân tích để nhận ra các yếu tố Toán học và các biến quan trọng của tình huống, thu thập số liệu liên quan đến vấn đề, chuyển đổi các vấn đề trong tình huống thực tiễn dưới dạng ngôn ngữ Toán học (sử dụng các biến, kí

Bảng 1: Biểu hiện của năng lực mô hình hóa và yêu cầu cần đạt ở cấp Trung học phổ thông

Biểu hiện của năng lực mô hình hóa	Yêu cầu cần đạt
Xác định được mô hình Toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn.	Thiết lập được mô hình Toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,...) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn.
Giải quyết được những vấn đề Toán học trong mô hình được thiết lập.	Giải quyết được những vấn đề Toán học trong mô hình được thiết lập.
Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.	Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được từ các tính toán là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Đặc biệt, nhận biết được cách đơn giản hóa, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết tổng quát hóa,...) để đưa đến những bài toán giải được.

hiệu Toán học để biểu diễn lại tình huống đã cho).

Bước 2 (Thiết lập mô hình Toán học): Sử dụng các mô hình Toán học thích hợp với tình huống thực tiễn để mô tả mối quan hệ giữa các biến số, từ đó thiết lập mô hình Toán học.

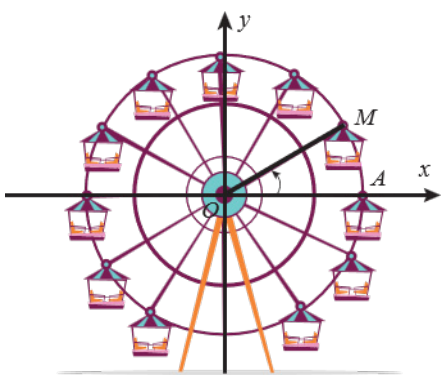
Để hướng dẫn học sinh có thể thiết lập được mô hình Toán học cho tình huống thực tiễn, giáo viên cần rèn luyện cho học sinh một số kĩ năng quan trọng sau đây:

Kĩ năng dùng hình vẽ (đồ thị) để diễn đạt lại tình huống thực tiễn.

Kĩ năng biểu đạt các mối quan hệ giữa các đại lượng bằng các mệnh đề Toán học, các biểu thức chứa biến, đồ thị, biểu đồ,...

Ví dụ 1: Thiết lập mô hình Toán học cho bài toán sau:

Vinh đang đi trên một đu quay có bán kính là 10 m Trong Hình 1 bên dưới, vị trí cabin của Vinh ngồi trên vòng quay được đánh dấu với điểm M, ban đầu Vinh ở vị trí A. Giả sử vị trí thấp nhất của vòng quay cách mặt đất là 3 m và φ = (OA, OM).

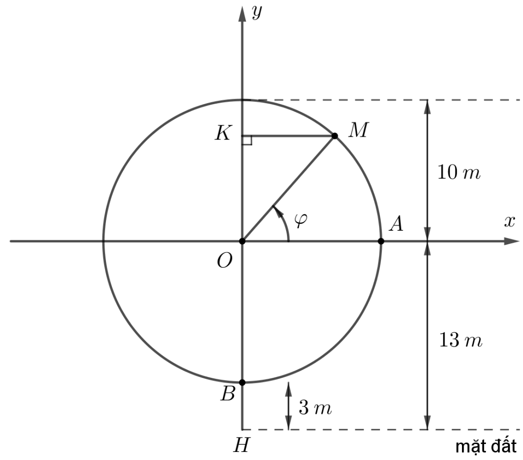


Hình 1: Vòng đu quay

a. Viết hàm số h biểu diễn chiều cao của cabin mà Vinh đang ngồi theo φ.

b. Biết bánh xe mất 2 phút để hoàn thành một vòng quay. Lần đầu tiên cabin của Vinh đạt độ cao 18 m so với mặt đất là khi nào? Giáo viên tổ chức cho học sinh thiết lập mô hình Toán học như sau:

Bước 1 (Xác định vấn đề Toán học): Giáo viên yêu cầu học sinh thu thập số liệu có liên quan dựa vào các từ khóa và phát thảo lại hình vẽ để tóm tắt bài toán dựa trên một số câu hỏi giáo viên đưa ra.



Hình 2: Hình vẽ minh họa cho ví dụ 1

Chiều cao của cabin mà Vinh đang ngồi so với mặt đất tương ứng bằng đoạn nào trên hình vẽ? Viết chiều cao đó theo tung độ của điểm H và M.

Dựa vào giả thiết bánh xe mất 2 phút để hoàn thành một vòng quay, hãy biểu diễn góc quay φ theo thời gian t.

Với câu hỏi của bài toán thì ta sẽ tìm gì? Điều kiện là gì?

Từ đó, xây dựng được bảng tóm tắt (xem Bảng 2).

Bước 2 (Thiết lập mô hình Toán học): Xét các mối quan hệ của các số liệu có trong bảng để lập hàm số theo φ dưới sự hướng dẫn của giáo viên.

Dựa vào Hình 3 chúng ta tính y_M như thế nào? Hãy sử dụng một mô hình Toán học để mô tả chiều cao h của cabin Vinh đang ngồi theo góc quay φ. Từ đó suy ra hàm số h theo t.

Lần đầu tiên cabin của Vinh đạt độ cao 18 m so với mặt đất là khi nào thì ta giải phương trình nào? Từ đó chuyển đổi vấn đề từ tình huống thực tiễn sang mô hình Toán học tương ứng.

Bảng 2: **Bảng tóm tắt giả thiết bài toán dưới dạng ngôn ngữ Toán học**

Tình huống vấn đề thực tiễn	Ngôn ngữ Toán học
Vị trí thấp nhất của vòng quay cách mặt đất là 3 m	HB = 3
Chiều cao từ tâm quay tới mặt đất	OH = HB + R hay $y_H = -13$
Chiều cao của cabin mà Vinh đang ngồi so với mặt đất	$HK = y_M - y_H$
Biết bánh xe mất 2 phút để hoàn thành một vòng quay	Cứ sau 2 phút thì góc quay $\varphi = 2\pi$ radian. Do đó sau t phút góc quay $\varphi = \pi t$ radian
Lần đầu tiên cabin của Vinh đạt độ cao 18 m so với mặt đất là khi nào?	Tìm t với $0 < t < \frac{1}{2}$

Chiều cao của cabin mà Vinh đang ngồi so với mặt đất là $h(\varphi) = HK = y_M - y_H = 13 + 10\sin\varphi.$

Sau khi phân tích được sau t phút góc quay φ = πt radian ta sẽ có chiều cao của cabin mà Vinh đang ngồi so với mặt đất theo thời gian t là $h(t) = 13 + 10\sin(\pi t).$

Để trả lời câu hỏi của bài toán, ta giải phương trình sau $h(t) = 18$ với $0 < t < \frac{1}{2}.$

Từ đó, ta có mô hình Toán học của bài toán này là: "Giải phương trình $13 + 10\sin(\pi t) = 18$ với $0 < t < \frac{1}{2}.$"

Cơ hội góp phần bồi dưỡng năng lực mô hình hóa Toán học trong bài toán này được thể hiện qua việc thực hiện được các thao tác sau:

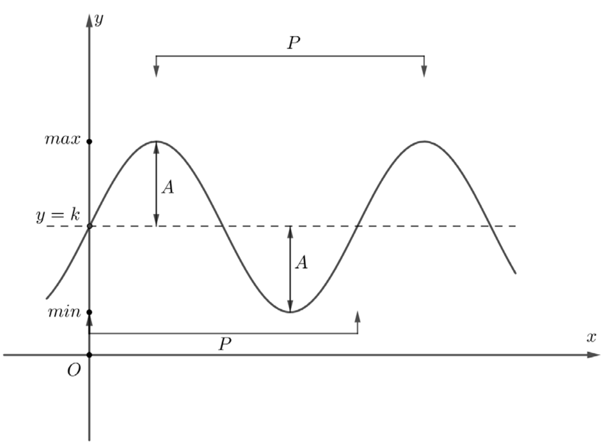
Sử dụng được mô hình Toán học để mô tả chiều cao h theo góc quay φ.

Chuyển đổi được vấn đề từ tình huống thực tiễn sang mô hình Toán học: "Giải phương trình $13 + 10\sin(\pi t) = 18$ với $0 < t < \frac{1}{2}.$"

Sau khi thực hiện xong ví dụ 1, giáo viên có thể hướng dẫn học sinh vẽ đồ thị của hàm số đã viết được trên phần mềm GeoGebra. Từ đó dẫn đến nhận xét: các đồ thị có hình dáng như hình đã vẽ là một *đường hình sin*. Một cách tổng quát, hàm số $y = A\sin(\omega x + \alpha) + B$ có đồ thị là một *đường hình sin*. Trong đó A, B, ω và α là những hằng số; A và ω khác 0. Đó là hàm số tuần hoàn với chu kì $\frac{2\pi}{|\omega|}$ [9].

Trong phạm vi bài viết này, [10] chúng tôi sẽ đề cập đến các hiện tượng tuần hoàn được mô tả bởi hàm số đơn giản hơn, có dạng $y = A\sin(Bx) + k$ hoặc $y = A\cos(Bx) + k.$

Trong đó:



Hình 3: Đồ thị minh họa đường hình sin

A là độ giãn thẳng đứng, đồng thời là biên độ của hàm số (trong vật lí gọi là biên độ dao động), được xác định bởi $A = \frac{\max - \min}{2}.$

B là độ giãn/nén theo phương ngang, có liên quan đến chu kì P bởi $P = \frac{2\pi}{B}.$

k là độ dịch chuyển theo phương thẳng đứng, xác định đường giữa của hàm bởi $k = \frac{\max + \min}{2}.$

2.4.2. Biện pháp 2: Rèn luyện kĩ năng giải bài toán trong mô hình được thiết lập; điều chỉnh, đánh giá giải pháp trả lời câu hỏi cho bài toán thực tiễn

a. Mục đích của biện pháp: Rèn luyện kĩ năng giải bài toán trong mô hình được thiết lập; điều chỉnh, đánh giá giải pháp và trả lời câu hỏi cho bài toán thực tiễn. Từ đó, giúp học sinh vận dụng được những kiến thức Toán học đã học để giải quyết các vấn đề hay bài toán đã được thiết lập.

b. Cách thức thực hiện: Dựa trên quá trình mô hình hóa Toán học của Coulange [8], chúng tôi đề xuất quá trình để thực hiện biện pháp này như sau:

Bước 1 (Thiết lập mô hình Toán học): Lựa chọn các công cụ và các mô hình Toán học thích hợp, liên kết các kiến thức Toán học lại để mô tả mối quan hệ giữa các biến số và thiết lập mô hình Toán học.

Bước 2 (Giải bài toán): Áp dụng các phương pháp và công cụ Toán học thích hợp vào giải quyết vấn đề của bài toán đã thiết lập.

Bước 3 (Điều chỉnh, đánh giá và trả lời câu hỏi thực tiễn): Làm việc trong môi trường Toán học để đạt được kết quả Toán học, điều chỉnh, đánh giá nếu có, sử dụng kết quả thu được từ bài toán đã mô hình hóa để phân tích và biểu thị các mối quan hệ với nhau để rút ra kết luận cho bài toán thực tiễn ban đầu.

Do bước thiết lập mô hình Toán học chúng tôi đã trình bày rõ trong biện pháp 1, nên trong biện pháp 2 các ví dụ minh họa chúng tôi sẽ trình bày trực tiếp phần lời giải cho phần thiết lập mô hình chứ không dẫn dắt chi tiết như biện pháp 1.

Ví dụ 2: Thời gian ánh sáng ban ngày ở một thành phố K dao động từ 8,5 giờ vào tháng 1 đến 16 giờ vào tháng 7. Giả sử thời gian ánh sáng ban ngày ở thành phố K có thể được mô hình hóa như một hàm hình sin.

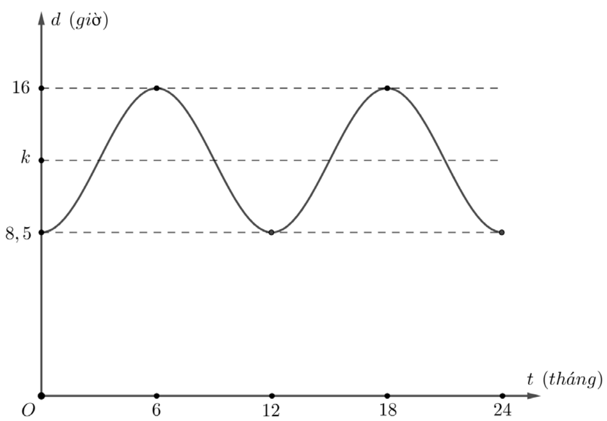
a) Xác định hàm số d (tính bằng giờ) biểu diễn số giờ ánh sáng trong ngày ứng với tháng thứ t.

b) Nếu muốn trồng vườn vào tháng có 14 giờ ánh sáng, thì bạn nên trồng vào tháng nào là tối ưu nhất?

Giáo viên tổ chức cho học sinh hoạt động giải bài toán thông qua các bước đã nêu trên như sau:

Bước 1 (Thiết lập mô hình Toán học): Giáo viên yêu cầu học sinh thiết lập mô hình Toán học cho bài toán thực tiễn này.

Trước tiên, ta vẽ đồ thị thể hiện cho thời gian ánh sáng ban ngày thay đổi như thế nào trong 24 tháng đầu tiên (xem Hình 4).



Hình 4: Đồ thị minh họa thời gian ánh sáng ban ngày của thành phố K trong 24 tháng đầu

Giả sử tại gốc tọa độ O là ứng với tháng 1. Ta nhận thấy, thời điểm t = 0 đồ thị tại vị trí thấp nhất nên hàm số này được mô hình hóa dễ dàng nhất bằng cách sử dụng hàm cosin $d(t) = -A\cos(Bt) + k$.

Từ đồ thị, vị trí cao nhất là 16 m và thấp nhất là 8,5 m nên ta có biên độ của hàm số là $A = \dfrac{16-8,5}{2} = 3,75$. Đường giữa $k = \dfrac{16+8,5}{2} = 12,25$ và chu kì của hàm số là P = 12 nên $B = \dfrac{2\pi}{P} = \dfrac{\pi}{6}$.

Dẫn đến, hàm số d (giờ) biểu diễn số giờ ánh sáng trong ngày ứng với t tháng sau tháng 1 là $d(t) = -3,75\cos\left(\dfrac{\pi}{6}t\right) + 12,25$. Từ đó, suy ra hàm số d (giờ) biểu diễn số giờ ánh sáng trong ngày ứng với tháng thứ t trong năm là $d(t) = -3,75\cos\left[\dfrac{\pi}{6}(t-1)\right] + 12,25$.

Để tìm khi nào sẽ có 14 giờ ban ngày, chúng ta giải phương trình $d(t) = 14$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 \le t \le 12$.

Khi đó, bài toán trở thành: "Giải phương trình $-3,75\cos\left[\dfrac{\pi}{6}(t-1)\right] + 12,25 = 14$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 \le t \le 12$."

Bước 2 (Giải bài toán): Giáo viên hướng dẫn học sinh giải bài toán đã thiết lập thông qua các câu hỏi sau:

Phương trình trên tương đương với phương trình nào?

Hãy nêu cách giải phương trình lượng giác cơ bản dạng $\cos x = m$ với điều kiện của x cho trước? Từ đó hãy giải phương trình của bài toán.

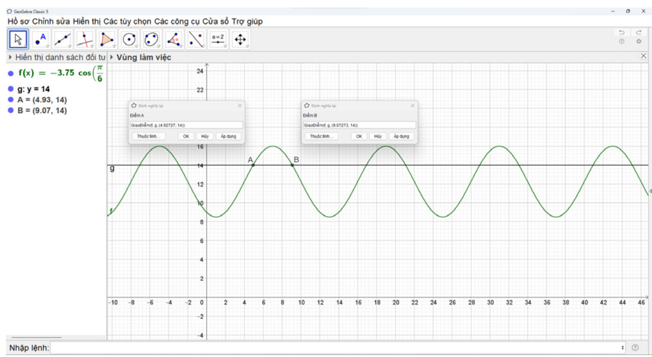
Sau khi giải phương trình, ta được $t \approx 4.927$ và $t \approx 9.073$.

Bước 3 (Điều chỉnh, đánh giá và trả lời câu hỏi thực tiễn): Giáo viên yêu cầu học sinh đánh giá giải pháp và trả lời cho bài toán thực tiễn.

Trả lời câu hỏi thực tiễn: Vậy bạn nên trồng vườn vào gần cuối tháng Tư (vì trồng cây nên trồng vào mùa xuân).

Điều chỉnh, đánh giá:

Việc giải phương trình lượng giác ở bước 3 chúng ta có thể sử dụng tương giao đồ thị để xác định nghiệm dựa vào phần mềm GeoGebra (xem Hình 5).



Hình 5: Màn hình GeoGebra của học sinh khi tìm nghiệm ở ví dụ 2

Dựa vào đồ thị, ta thấy nghiệm của của phương trình là $t \approx 4,93$ và $t \approx 9,07$.

Kiểm tra lại kết quả so với các thông tin được cho của tình huống.

Trong phần kết luận học sinh phải đánh giá được trong thực tế thì bạn nên trồng vào tháng cuối tháng Tư.

Kết quả của bài toán hoàn toàn hợp lí với thực tế, vì trên thực tế việc trồng cây thường diễn ra vào mùa xuân (từ đầu tháng 3 đến cuối tháng 5).

Cơ hội góp phần bồi dưỡng năng lực mô hình hóa Toán học trong bài toán này được thể hiện qua việc thực hiện được các thao tác sau:

Sử dụng được mô hình Toán học để mô tả hàm số d biểu diễn số giờ ánh sáng trong ngày ứng với tháng thứ t trong năm.

Chuyển đổi được vấn đề từ tình huống thực tiễn sang mô hình Toán học: "Giải phương trình $-3,75\cos\left[\dfrac{\pi}{6}(t-1)\right] + 12,25 = 14$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $1 \le t \le 12$."

Nhận ra được phương trình trong mô hình thiết lập có dạng $\cos x = m$ với điều kiện cho trước. Sử dụng được công thức nghiệm của phương trình tương ứng.

Thể hiện và đánh giá được giải pháp và trả lời được câu hỏi thực tiễn của bài toán.

3. Kết luận

Sau khi đưa ra các biện pháp chúng tôi tiến hành thực nghiệm ở lớp 11A8 Trường Trung học phổ thông Nguyễn Trãi (Tây Ninh). Về mặt định tính, kết quả thực nghiệm các biện pháp mà chúng tôi đã đề xuất bước đầu cho thấy năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh có những sự chuyển biến tích cực. Học sinh tham gia vào các bước của quá trình mô hình hóa Toán học để giải quyết bài toán thực tiễn một cách linh hoạt và sáng tạo. Đồng thời, các tình huống mà chúng tôi xây dựng đã tạo hứng thú cho học sinh trong học tập. Cụ thể, chúng tôi điều tra ý kiến học sinh sau giờ thực nghiệm được kết quả sau (xem Bảng 3).

Từ đó cho thấy sự tác động tích cực của các tình huống thực tiễn đến quá trình bồi dưỡng năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh.

Bảng 3: Thống kê ý kiến của học sinh (Trường Trung học phổ thông Nguyễn Trãi)

TT	Nội dung	Điểm trung bình
1	Em thấy giờ học rất hấp dẫn.	8,04
2	Các tình huống của giáo viên đã thu hút được em.	7,98
3	Nội dung bài học hấp dẫn hơn và khơi gợi sự tò mò của em.	8,45
4	Em đã bị cuốn hút vào bài học, chủ động tham gia, tìm tòi và giải quyết vấn đề của bài toán.	8,02
5	Em đã nắm được các kiến thức của bài học.	7,86
6	Em đã học thêm được nhiều điều mới.	8,80
7	Những câu hỏi, tình huống, hình ảnh phù hợp với bài học.	8,76
8	Em đã thấy được mối liên hệ của Toán học với thực tiễn và trong các môn học khác.	9,01
9	Em mong muốn có nhiều giờ học như thế này.	8,68

Tài liệu tham khảo

[1] Bộ Giáo dục và Đào tạo, (26/12/2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán.*

[2] Lê Thị Hoài Châu, (2014), *Mô hình hóa trong dạy học khái niệm Đạo hàm*, Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, số 65, tr.5-18.

[3] Lesh, R., Doerr, H, (2003), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching,* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

[4] Trần Vui, (2014), *Giải quyết vấn đề thực tế trong dạy học Toán*, NXB Đại học Huế.

[5] Peter L. Galbraith, Richard Lesh, Christopher R. Haines, Andrew Hurford, (2010), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*, ICTMA 13, Spinger, pp. 418.

[6] Galbraith, P.L., H.-W. Henn, and M. Niss, (2007), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. Vol. 10. Springer Science & Business Media.

[7] Döhrmann, M., G. Kaiser, and S. Blömeke, (2014), *The conceptualisation of mathematics competencies in the international teacher education study TEDS-M*, in *International perspectives on teacher knowledge, beliefs and opportunities to learn*, pp. 431-456.

[8] Coulange L, (1997), *Les problèmes concrets à "mettre en équations" dans l'enseignement,* Petit x, La Pensé Sauvage, pp. 33 - 58.

[9] Đoàn Quỳnh - Nguyễn Văn Đoan - Nguyễn Xuân Liêm - Nguyễn Khắc Minh - Đặng Hùng Thắng, (2020), *Đại số và Giải tích 11 Nâng cao,* NXB Giáo dục Việt Nam, tr.15.

[10] David Lippman, Melonie Rasmussen, (2017), *Precalculus: An Investigation of Functions*, pp. 402.

MEASURES TO ENHANCE STUDENTS' COMPETENCE TO MODEL MATHEMATICS THROUGH TEACHING TRIGONOMETRIC EQUATIONS TOPICS IN GRADE 11

Nguyen Thi Nga[1], Nguyen Trung Kien*[2]

[1] Email: ngant@hcmue.edu.vn
Ho Chi Minh City University of Education
280 An Duong Vuong, Ward 4, District 5,
Ho Chi Minh City, Vietnam

* Corresponding author
[2] Email: nguyentrungkien4101999@gmail.com
Sai Gon University
273 An Duong Vuong, Ward 3, District 5,
Ho Chi Minh City, Vietnam

ABSTRACT: *The 2018 Mathematics general education curriculum aims at equipping students with the ability to apply the knowledge they learn into real-life situations. To achieve this goal, teachers need to emphasize Mathematical modeling capacity for students. The paper discusses the fundamental concepts of Mathematical modeling and modeling competence. Then, several pedagogical measures were suggested to help teachers develop activities that can foster students' Mathematical modeling capacity while teaching Trigonometric Equations grade 11.*

KEYWORDS: Modeling, Mathematical modeling, Mathematical modeling competence, Trigonometric equations, grade 11.