

APPLYING ACTIVE LEARNING IN ADVANCED MATHEMATICS TO FOSTER AND DEVELOP MATHEMATICAL PROBLEM - SOLVING COMPETENCE FOR ENGINEERING STUDENTS

Nguyen Huu Hau¹, Le Luong Vuong^{*2},
Hoa Anh Tuong³

* Corresponding author:

Email: leluongvuong@iuh.edu.vn

¹ Email: nguyenuhuu@hdu.edu.vn

Hong Duc University

565 Quang Trung street, Hac Thanh ward,
Thanh Hoa province, Vietnam

² Industrial University of Ho Chi Minh City

12 Nguyen Van Bao street, Hanh Thong ward,
Ho Chi Minh City, Vietnam

³ Email: hatuong@sgu.edu.vn

Saigon University

273 An Duong Vuong street, Cho Quan ward,
Ho Chi Minh City, Vietnam

Received: 13/9/2025

Revised: 30/10/2025

Accepted: 05/11/2025

Published: 20/11/2025

Abstract: This paper reviews the application of active learning in teaching the course advanced Mathematics, focusing on the formation and development of mathematical problem-solving competence among engineering undergraduates. Based on a theoretical analysis of active learning and the structural components of problem-solving competence, a five-step instructional process was designed: (1) Problem identification, (2) Exploratory activities, (3) Discussion and argumentation, (4) Knowledge generalization, and (5) Application to real-world problems. An experimental study was conducted with 80 engineering students through lessons designed according to this framework. The results shown that active learning enhanced students' competence to analyze situations, select appropriate solving strategies, and evaluate outcomes, thereby strengthening key components of mathematical problem-solving competence. These findings suggested potential implementation in other Mathematics and engineering courses and provided a scientific basis for innovating university Mathematics instruction toward learners' competence development.

Keywords: *Active learning, Mathematical problem-solving competence, Engineering students, innovative teaching methods.*

VẬN DỤNG HỌC TÍCH CỰC TRONG HỌC PHẦN TOÁN CAO CẤP, HƯỚNG VÀO HÌNH THÀNH VÀ PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO SINH VIÊN KHỐI NGÀNH KỸ THUẬT

Nguyễn Hữu Hậu¹, Lê Lương Vương^{*2},
Hoa Ánh Tường³

* Tác giả liên hệ:

Email: leluongvuong@iuh.edu.vn

¹ Email: nguyenuhuu@hdu.edu.vn

Trường Đại học Hồng Đức

565 Quang Trung, phường Hạc Thành,
tỉnh Thanh Hóa, Việt Nam

² Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh

12 Nguyễn Văn Bào, phường Hạnh Thông,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

³ Email: hatuong@sgu.edu.vn

Trường Đại học Sài Gòn

273 An Dương Vương, phường Chợ Quán,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

Nhận bài: 13/9/2025

Chỉnh sửa xong: 30/10/2025

Chấp nhận đăng: 05/11/2025

Xuất bản: 20/11/2025

Tóm tắt: Bài viết nghiên cứu việc vận dụng học tích cực trong giảng dạy học phần Toán cao cấp, hướng vào hình thành và phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học cho sinh viên khối ngành Kỹ thuật. Trên cơ sở phân tích cơ sở lý luận về học tích cực và cấu trúc các thành tố của năng lực giải quyết vấn đề Toán học, nghiên cứu đã xây dựng một quy trình dạy học gồm năm bước: 1) Xác định vấn đề, 2) Tổ chức hoạt động khám phá, 3) Thảo luận và phản biện, 4) Khái quát hóa kiến thức, 5) Vận dụng vào giải quyết vấn đề thực tiễn. Nghiên cứu thực nghiệm được tiến hành với 80 sinh viên thuộc khối ngành Kỹ thuật thông qua các tiết học thiết kế hoạt động theo định hướng trên. Kết quả thực nghiệm cho thấy, việc vận dụng học tích cực đã giúp sinh viên cải thiện các thành tố của năng lực giải quyết vấn đề Toán học, đặc biệt là phân tích tình huống, lựa chọn phương pháp giải quyết phù hợp và đánh giá kết quả. Những phát hiện này gợi mở khả năng mở rộng áp dụng cho các học phần Toán và kỹ thuật khác, đồng thời cung cấp cơ sở khoa học cho việc đổi mới phương pháp dạy học Toán ở bậc Đại học theo định hướng phát triển năng lực người học.

Từ khóa: *Học tích cực, năng lực giải quyết vấn đề Toán học, sinh viên khối ngành Kỹ thuật, đổi mới phương pháp dạy học.*

1. Đặt vấn đề

Trong bối cảnh đổi mới giáo dục đại học hướng tới phát triển năng lực người học, năng lực giải quyết vấn đề Toán học được xem là một năng lực cốt lõi cần được hình thành và phát triển cho sinh viên, đặc biệt ở các ngành kỹ thuật. Năng lực này bao hàm khả năng phát hiện vấn đề, lựa chọn chiến lược và kỹ thuật Toán học phù hợp, thực hiện giải pháp và đánh giá kết quả, đây là những phẩm chất cần thiết để sinh viên chuyển kiến thức trừu tượng sang ứng dụng thực tiễn trong bối cảnh nghề nghiệp (Polya, 1985; Schoenfeld A. H., 1985).

Tuy nhiên, thực tiễn giảng dạy học phần Toán cao cấp tại nhiều trường đại học ở Việt Nam vẫn mang nặng tính truyền thụ một chiều, giảng viên giữ vai trò trung tâm, sinh viên tiếp thu thụ động (Nguyễn Bá Kim, 2004; Nguyễn Cảnh Toàn, 2005). Cách tiếp cận này chưa tạo đủ cơ hội để sinh viên chủ động phân tích và phản biện, những hoạt động then chốt trong phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học. Đặc biệt, tính khái quát và trừu tượng của Toán cao cấp đòi hỏi phương pháp giảng dạy phải khuyến khích hoạt động khám phá và kết nối kiến thức với ứng dụng thực tiễn.

Về mặt lý luận, học tích cực dựa trên thuyết kiến tạo và được chứng minh có hiệu quả trong phát triển tư duy bậc cao, khả năng phản biện và hợp tác của người học (Gelman, 1971; Vygotsky, 1978). Các hình thức như dạy học dựa trên vấn đề, dạy học dựa trên dự án, hay học tập hợp tác đều đã được áp dụng rộng rãi trong các môn học khoa học - kỹ thuật. Các nghiên cứu thực nghiệm quy mô lớn khẳng định rằng, học tích cực giúp cải thiện kết quả học tập và giảm đáng kể tỉ lệ sinh viên không đạt so với phương pháp giảng dạy truyền thống (Feemana và cộng sự, 2014).

Tại Việt Nam, một số nghiên cứu đã tiếp cận việc phát triển năng lực giải quyết vấn đề trong giảng dạy Toán học (Nguyễn Hữu Hậu, Hoa Ánh Tường, Lê Huỳnh Vũ & Trịnh Thị Lê Mai, 2023; Lê Hoàng Quân, 2025). Tuy nhiên, phần lớn các nghiên cứu tập trung vào bậc Phổ thông hoặc một số nội dung hẹp, trong khi các nghiên cứu thực nghiệm có quy mô cụ thể cho học phần Toán cao cấp ở bậc Đại học với sinh viên kỹ thuật vẫn còn hạn chế. Khoảng trống này đặt ra yêu cầu cần nghiên cứu xây dựng và kiểm chứng quy trình dạy học phù hợp để phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học cho sinh viên.

Từ những phân tích trên, bài viết đặt ra câu hỏi nghiên cứu: Việc vận dụng học tích cực trong giảng dạy học phần Toán cao cấp giúp cải thiện năng lực

giải quyết vấn đề Toán học của sinh viên kỹ thuật không? Những thành tố nào được cải thiện rõ rệt? Trên cơ sở đó, nghiên cứu hướng tới ba mục tiêu: 1) Xác định cơ sở lý luận và thực tiễn của việc vận dụng học tích cực trong học phần Toán cao cấp để phát triển năng lực giải quyết vấn đề cho sinh viên kỹ thuật; 2) Thiết kế quy trình dạy học và các hoạt động học tập theo định hướng học tích cực phù hợp với đặc thù học phần Toán cao cấp; 3) Tiến hành thực nghiệm sư phạm để đánh giá hiệu quả của quy trình đề xuất.

Kết quả nghiên cứu kì vọng sẽ đóng góp vào đổi mới phương pháp dạy học Toán ở bậc Đại học, đồng thời cung cấp minh chứng thực tiễn cho việc phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học của sinh viên trong bối cảnh giáo dục đại học Việt Nam.

2. Phương pháp nghiên cứu

Bài viết vận dụng tổng hợp nhiều phương pháp nghiên cứu khác nhau:

- *Phương pháp phân tích - tổng hợp lý luận*: Sử dụng để hệ thống hóa cơ sở lý luận về năng lực giải quyết vấn đề Toán học và học tích cực trong dạy học học phần Toán cao cấp. Cụ thể, nghiên cứu đã tham khảo và phân tích các công trình quốc tế như OECD (2017), NCTM (2000), Polya (1985), Schoenfeld A. H (1985) cùng các nghiên cứu trong nước Nguyễn Bá Kim (2004), Nguyễn Cảnh Toàn (2005), Nguyễn Hữu Hậu, Hoa Ánh Tường, Lê Huỳnh Vũ & Trịnh Thị Lê Mai (2023), Lê Hoàng Quân (2025). Trên cơ sở đó, tổng hợp và so sánh các quan niệm, thành tố của năng lực giải quyết vấn đề, từ đó đề xuất cấu trúc năng lực giải quyết vấn đề Toán học phù hợp với sinh viên khối kỹ thuật và nguyên tắc thiết kế quy trình dạy học theo định hướng học tích cực.

Phương pháp điều tra - khảo sát: Triển khai thông qua bảng hỏi và phỏng vấn bán cấu trúc để thu thập ý kiến của giảng viên và sinh viên về thực trạng dạy học học phần Toán cao cấp, nhu cầu đổi mới phương pháp, những khó khăn trong phát triển năng lực giải quyết vấn đề.

Phương pháp thực nghiệm sư phạm: Tiến hành tổ chức dạy học theo hướng học tích cực trên nhóm thực nghiệm nhằm kiểm chứng hiệu quả của quy trình đề xuất trong việc nâng cao năng lực giải quyết vấn đề Toán học.

Phương pháp quan sát sư phạm: Áp dụng trong suốt quá trình thực nghiệm để ghi nhận mức độ tham gia, hợp tác, sáng tạo và khả năng phản biện của sinh viên trong các hoạt động học tập.

Phương pháp thống kê Toán học: Sử dụng phần mềm SPSS để xử lý dữ liệu thu thập được, tính các tham số thống kê (trung bình, độ lệch chuẩn) và kiểm định sự khác biệt bằng T-test với mức ý nghĩa 0,05, qua đó đánh giá mức độ cải thiện năng lực giải quyết vấn đề Toán học của sinh viên.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Cơ sở lý luận

3.1.1. Năng lực giải quyết vấn đề Toán học

Trong nghiên cứu này, chúng tôi tiếp cận năng lực như một thuộc tính ẩn bên trong người học, chỉ được nhận biết thông qua các biểu hiện bên ngoài qua hành động, thao tác có thể quan sát được, phù hợp với quan niệm của Weinert (2001) và OECD (2017). Do đó, việc “phát triển năng lực” được hiểu là tạo môi trường, nhiệm vụ học tập để người học thực hiện các kỹ năng và hành động, qua đó năng lực dần hình thành và bộc lộ chứ không phải là quá trình tác động trực tiếp vào năng lực.

Theo Perkins & Shiel (2014) và OECD (2017), năng lực giải quyết vấn đề Toán học được hiểu là khả năng của người học trong việc nhận diện, phân tích, lựa chọn chiến lược và thực hiện các bước để giải quyết các tình huống có vấn đề trong bối cảnh Toán học hoặc liên quan đến Toán học, đồng thời đánh giá và vận dụng kết quả vào thực tiễn. Khác với kỹ năng giải toán thuần túy, năng lực này đòi hỏi sự kết hợp giữa kiến thức, kỹ năng, thái độ và tư duy sáng tạo.

Các công trình nghiên cứu như Kilpatrick, Swafford & Findell (2001), OECD (2017) chỉ ra rằng, năng lực giải quyết vấn đề Toán học bao gồm cả việc phải tư duy linh hoạt và tìm kiếm chiến lược mới.

3.1.2. Cấu trúc năng lực giải quyết vấn đề Toán học

Trên cơ sở phân tích các nghiên cứu về dạy học Toán ở đại học như Thái Thị Nga (2016), Rocha & Babo (2024), chúng tôi đã điều chỉnh cấu trúc năng lực cho phù hợp với bối cảnh học phần Toán cao cấp. Cấu trúc này nhấn mạnh các kỹ năng có thể quan sát được và giảm bớt các thành tố mang tính thái độ. Cụ thể, năng lực giải quyết vấn đề Toán học của sinh viên được cấu trúc thành các thành tố sau: Hiểu và phân tích vấn đề Toán học; Nhận biết, diễn giải yêu cầu và xác định dữ kiện của tình huống Toán học.

Lựa chọn và triển khai chiến lược giải quyết: Lựa chọn phương án, mô hình hoặc công cụ Toán học thích hợp; thiết lập kế hoạch và thực hiện giải quyết.

Lý luận và kiểm chứng: Phân tích, kiểm chứng tính hợp lý của lời giải, điều chỉnh khi cần thiết.

Ứng dụng và khái quát: Vận dụng kết quả để đề xuất giải pháp hoặc mở rộng sang tình huống mới.

Cấu trúc này vừa kế thừa các khung lý thuyết quốc tế (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; Polya, 1985; Schoenfeld A. H., 1992) vừa phản ánh đặc thù của sinh viên đại học, nơi các bài toán phức hợp và ứng dụng thực tiễn đòi hỏi khả năng mô hình hóa và tư duy khái quát cao.

3.1.3. Biểu hiện của năng lực giải quyết vấn đề Toán học trong học phần Toán cao cấp của sinh viên khối Kỹ thuật

Dựa trên cấu trúc đã điều chỉnh, chúng tôi xác định các biểu hiện cụ thể, có thể quan sát của năng lực giải quyết vấn đề Toán học cho sinh viên khối Kỹ thuật trong học phần Toán cao cấp như sau:

- Xác định vấn đề Toán học từ tình huống thực tiễn hoặc bài toán phức hợp (Polya, 1985).
- Lựa chọn mô hình, công cụ và phương pháp Toán học thích hợp để giải quyết vấn đề (Blum & Leiß, 2007).
- Kết nối giữa kiến thức Toán học trừu tượng và ứng dụng thực tế trong chuyên ngành (Niss & Højgaard, 2019).
- Đánh giá và kiểm chứng tính hợp lý của lời giải, phản biện kết quả (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001).
- Vận dụng kết quả để đề xuất giải pháp hoặc cải tiến cho tình huống ban đầu (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001).

3.1.4. Quan điểm dạy học, phương pháp và kỹ thuật trong học tích cực

Trong nghiên cứu này, chúng tôi tiếp cận theo quan điểm dạy học định hướng phát triển năng lực và vận dụng tư tưởng học tích cực như một định hướng đổi mới. Đây không phải là một phương pháp dạy học cụ thể mà là một quan điểm/chiến lược tổng thể, nhấn mạnh việc thiết kế môi trường và nhiệm vụ học tập để tăng cường sự tham gia tích cực, tự chủ của sinh viên.

Các công trình nghiên cứu trong và ngoài nước như Nguyễn Cảnh Toàn (2005), Nguyễn Cảnh Toàn và các cộng sự (2004), Prince M. (2004), McLeod (2024) đều nhấn mạnh yêu cầu phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo của người học.

Một số phương pháp và kỹ thuật cụ thể được vận dụng trong học phần Toán cao cấp như dạy học theo tình huống (Jonassen, 2011); dạy học dựa trên vấn đề (Savery, 2006); dạy học dựa trên dự án (Gay, 2022);

kết hợp các kĩ thuật học tích cực như chia nhóm giải quyết tình huống, sơ đồ tư duy... nhằm tăng cường tính chủ động và khả năng phản biện của sinh viên.

3.1.5. Sự phù hợp giữa học tích cực và phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học trong học phần Toán cao cấp

Học phần Toán cao cấp (trong chương trình đào tạo khối kĩ thuật tại một số trường như Đại học Bách khoa Hà Nội, Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh, Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Thành phố Hồ Chí Minh...) là tên gọi chính thức của một hoặc hai học phần Toán cơ sở (thường gồm Toán cao cấp 1, 2), được giảng dạy cho sinh viên năm nhất hoặc năm hai. Nội dung học phần này chủ yếu bao gồm các kiến thức Giải tích hàm một biến và nhiều biến, tích phân suy rộng, phương trình vi phân cơ bản và Đại số tuyến tính, phù hợp với chuẩn đầu ra của các ngành Kỹ thuật.

Học phần này gồm nhiều nội dung có tiềm năng kích thích tư duy phân tích và sáng tạo. Khi vận dụng hướng học tích cực, giảng viên có thể thiết kế các hoạt động như: giao nhiệm vụ mở yêu cầu nhiều cách tiếp cận; tổ chức tình huống xuất phát từ bài toán thực tế ngành nghề; khuyến khích sinh viên giải thích và bảo vệ lập luận Toán học của mình. Những hoạt động này phù hợp với các bước hình thành năng lực giải quyết vấn đề Toán học, đồng thời tạo môi trường học tập giàu tính trải nghiệm và hợp tác.

3.2. Cơ sở thực tiễn

Chúng tôi tiến hành khảo sát 15 giảng viên giảng dạy học phần Toán cao cấp và 120 sinh viên năm thứ nhất tại ba trường đại học: Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh, Trường Đại học Phạm Văn Đồng, Trường Đại học Quy Nhơn. (Link phiếu khảo sát giảng viên: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScTyD47QZDd7SKZer_pioMKesXjmOwPiEUIWM7BwVNW242v9g/viewform?usp=header; Link phiếu khảo sát sinh viên: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe-1m4g1zOKCEvmfftGmfsnL82DO4oE_z-ebj6S7QxCUGEEtw/viewform?usp=header.)

Mục đích: Khảo sát được thực hiện nhằm tìm hiểu thực trạng phương pháp dạy học, nhu cầu đổi mới phương pháp dạy học và những khó khăn trong việc phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học của sinh viên trong học phần Toán cao cấp.

Khảo sát gồm hai hình thức: (1) Bảng hỏi (dành cho giảng viên và sinh viên), (2) phỏng vấn nhanh một số giảng viên để làm rõ thêm các số liệu định

lượng. Nội dung câu hỏi tập trung vào: 1) Phương pháp dạy học hiện hành, 2) Mức độ vận dụng các hình thức học tích cực, 3) Những khó khăn trong triển khai. Kết quả khảo sát:

Về phương pháp giảng dạy: Có 10/15 (khoảng 60%) giảng viên cho biết vẫn chủ yếu sử dụng phương pháp thuyết giảng kết hợp giải bài tập mẫu; chỉ 40% (6/15) thường xuyên áp dụng hoạt động nhóm hoặc tình huống thực tiễn.

Về mức độ chủ động của sinh viên: Có 66/120 (khoảng 55%) sinh viên thừa nhận ít chủ động tìm kiếm tài liệu ngoài giáo trình; 73/120 (khoảng 60,8%) cho rằng chưa có nhiều cơ hội tham gia thảo luận và phản biện trên lớp.

Về kết quả rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề Toán học: Điểm số và đánh giá định tính cho thấy nhiều sinh viên còn lúng túng khi gặp bài toán mới hoặc tình huống thực tế phức hợp.

Do kích thước mẫu khảo sát còn nhỏ, các kết quả trên chỉ có giá trị thăm dò, minh họa, không đại diện cho toàn bộ thực trạng dạy học Toán cao cấp ở Việt Nam. Bài viết chỉ sử dụng kết quả này như một nguồn tư liệu thực tiễn tham khảo nhằm làm rõ bối cảnh nghiên cứu. Kết quả khảo sát gợi ý rằng, cần thiết phải đổi mới phương pháp giảng dạy học phần Toán cao cấp theo hướng lấy người học làm trung tâm, tăng cường hoạt động thực hành, thảo luận và giải quyết bài toán mở.

3.3. Quy trình dạy học học phần Toán cao cấp theo hướng học tích cực nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học

Dựa trên cơ sở lí luận và thực tiễn, nghiên cứu đề xuất quy trình dạy học học phần Toán cao cấp theo hướng học tích cực gồm 5 bước nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học cho sinh viên khối kĩ thuật.

1) *Xác định vấn đề:* Giảng viên đưa ra tình huống khởi đầu, có thể là một bài toán thực tế liên quan đến chuyên ngành hoặc một vấn đề Toán học mở.

2) *Tổ chức hoạt động khám phá:* Sinh viên làm việc cá nhân và theo nhóm để tìm hiểu kiến thức liên quan, xác định dữ kiện và yêu cầu bài toán.

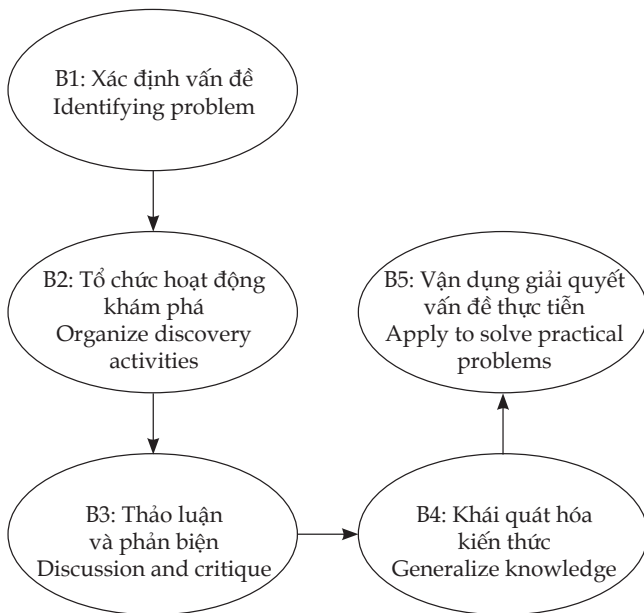
3) *Thảo luận và phản biện:* Các nhóm trình bày cách tiếp cận, phân tích ưu - nhược điểm, đặt câu hỏi phản biện.

4) *Khái quát hóa kiến thức:* Giảng viên tổng hợp, hệ thống hóa kiến thức, đưa ra định nghĩa, định lý hoặc công thức tổng quát.

5) *Vận dụng giải quyết vấn đề thực tiễn:* Sinh viên

áp dụng kiến thức vừa học để giải quyết các bài toán tương tự hoặc tình huống mới.

Hình 1 minh họa mô tả quy trình học tích cực nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề cho sinh viên trong học phần Toán cao cấp:



Hình 1: Quy trình học tích cực phát triển năng lực giải quyết vấn đề

3.4. Thiết kế tình huống dạy học minh họa

Dưới đây là một tình huống dạy học minh họa cho quy trình thực hiện dạy học theo đề xuất khi dạy Chủ đề Tích phân xác định và ứng dụng cho sinh viên chuyên ngành Cơ khí.

Tình huống khởi đầu: Giảng viên đưa ra một bài toán gắn với bối cảnh thực tiễn ngành Cơ khí: “Một chi tiết máy có biên dạng được mô tả bởi phương trình $y = 4 - x^2$ trên đoạn $[-2, 2]$. Hãy tính diện tích bề mặt của chi tiết này”.

Đây là một bài toán phỏng thực tế, vì thông số về biên dạng chi tiết đã được giả định hóa để thuận tiện tính toán, nhưng vẫn phản ánh yêu cầu thiết kế chi tiết máy trong thực tế.

Bước 1: Xác định vấn đề

Giảng viên giới thiệu tình huống xuất phát từ thực tế ngành Cơ khí: Trong thiết kế chi tiết máy, cần tính diện tích bề mặt của một bộ phận có biên dạng parabol.

Sinh viên phân tích đề: Nhận ra đây là một bài toán tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 4 - x^2$ và trục hoành trên đoạn $[-2, 2]$.

Mục tiêu sư phạm: Gắn nội dung tích phân xác

định với ứng dụng trong kỹ thuật cơ khí, tạo động lực học tập thông qua bối cảnh thực tiễn.

Năng lực giải quyết vấn đề Toán học được phát triển: Khả năng nhận diện tình huống và xác định vấn đề Toán học từ tình huống thực tiễn.

Bước 2: Tổ chức hoạt động khám phá

Hoạt động của sinh viên: Xác định yêu cầu bài toán: Tính diện tích bề mặt được giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành.

Ôn lại kiến thức: Định nghĩa diện tích hình phẳng, công thức tích phân xác định và có công thức tính diện tích là: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Phân tích dữ kiện: $y = 4 - x^2$ là parabol quay xuống, cắt trục hoành tại $x = -2$, $x = 2$, giá trị $y \geq 0$ trên đoạn này.

Thảo luận xem nên tính trực tiếp hay tận dụng tính đối xứng của hàm số (hàm chẵn).

Năng lực giải quyết vấn đề Toán học được phát triển: Phân tích, lựa chọn mô hình, công cụ và phương pháp Toán học thích hợp để giải quyết vấn đề.

Bước 3: Thảo luận và phản biện

Tổ chức: Chia lớp thành các nhóm, yêu cầu các nhóm trình bày phương pháp giải. Khi đó, có những nhóm sử dụng trực tiếp công thức tính diện tích hình phẳng, có nhóm thực hiện chia hình thành các phần đối xứng và nhân đôi kết quả.

Đại diện các nhóm trình bày cách giải: $S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx$ hoặc $S = 2 \int_0^2 (4 - x^2) dx$.

Các nhóm khác phản biện: Nên dùng cách nào để tính toán nhanh và chính xác hơn. Kết luận là việc sử dụng tính chất hàm chẵn giúp đơn giản hóa bài toán.

Năng lực giải quyết vấn đề Toán học được phát triển: Đánh giá, phản biện, kiểm chứng tính hợp lý của lời giải và kỹ năng phân tích ưu - nhược điểm của phương pháp.

Bước 4: Khái quát hóa kiến thức

Giảng viên tổng hợp: Diện tích hình phẳng được tính bằng tích phân xác định, lưu ý các tính chất đối xứng của hàm số trong tính toán.

Khái quát hóa công thức tổng quát cho diện tích:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Năng lực giải quyết vấn đề Toán học được phát triển: Kết nối kiến thức Toán học trừu tượng và ứng dụng thực tiễn trong chuyên ngành.

Bước 5: Vận dụng giải quyết vấn đề thực tiễn

Sinh viên vận dụng để giải các tình huống mới. Ví dụ: Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng trên quanh trục hoành, tính diện tích phần vật liệu bị loại bỏ khi cắt chi tiết máy có biên dạng khác.

Năng lực giải quyết vấn đề Toán học được phát triển: Vận dụng kết quả để đề xuất các giải pháp hoặc cải tiến cho tình huống ban đầu.

Với quy trình này, bài học không chỉ giúp sinh viên nắm chắc kiến thức tích phân và ứng dụng, mà quan trọng hơn là rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề Toán học thông qua việc gắn kết kiến thức Toán với bối cảnh thực tiễn chuyên ngành.

3.5. Kết quả thực nghiệm sư phạm

3.5.1. Mục đích và thiết kế thực nghiệm

Mục đích: Bước đầu kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của dạy học theo hướng học tích cực nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học cho sinh viên trong học phần Toán cao cấp.

Đối tượng: Hai lớp sinh viên năm thứ nhất khối Kỹ thuật, mỗi lớp 40 sinh viên thuộc Trường Đại học Công nghiệp Thành phố Hồ Chí Minh.

Thời gian: 8 tuần (tương ứng 4 chủ đề của học phần Toán cao cấp 1).

Phương án dạy học: Tổ chức cho hai lớp này học theo tiến trình dạy học đã đề xuất, lồng ghép các hoạt động học tích cực (thảo luận nhóm, giải quyết vấn đề thực tiễn, báo cáo kết quả).

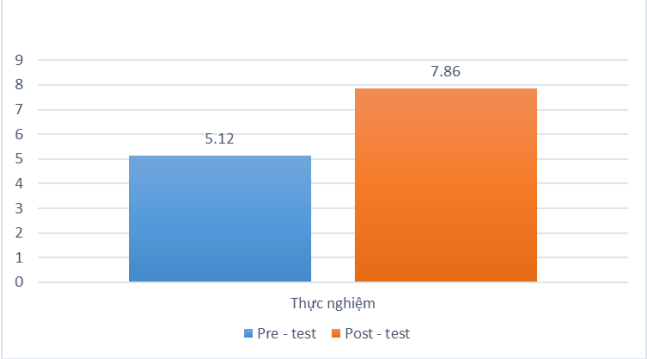
Công cụ và quy trình đánh giá: Bài kiểm tra năng lực giải quyết vấn đề Toán học gồm 4 nhiệm vụ gắn với nội dung trong học phần toán cao cấp; rubric quan sát hoạt động nhóm đánh giá các thành tố, mỗi thành tố được chấm theo 4 mức độ (chưa đạt, đạt, khá, tốt); điểm trung bình năng lực được tính từ kết hợp kết quả bài kiểm tra và rubric quan sát.

3.5.2. Kết quả định lượng

Bảng 1: Điểm trung bình năng lực giải quyết vấn đề

Pre-test ($\bar{X} \pm SD$)	Post-test ($\bar{X} \pm SD$)	Mức tăng	p-value
5,12 ± 0,88	7,86 ± 0,74	+2,74	<0,001

Kết quả kiểm định T-test độc lập cho thấy sự khác biệt về điểm trung bình năng lực giải quyết vấn đề Toán học ở bài kiểm tra là có ý nghĩa thống kê ($p < 0,001$), chứng tỏ học tích cực có tác động đến việc phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học (xem Bảng 1 và Hình 2).



Hình 2: So sánh điểm trung bình pre-test và post-test

3.5.3. Kết quả định tính

Sinh viên được học theo định hướng học tích cực thể hiện sự tích cực, chủ động hơn trong thảo luận nhóm, tìm kiếm tài liệu ngoài giáo trình và tự tin khi trình bày ý tưởng. Đặc biệt, các thành tố của năng lực giải quyết vấn đề Toán học được phát triển, thể hiện qua các minh chứng sau:

1) Thành tố xác định vấn đề Toán học từ tình huống thực tiễn

Minh chứng: Ở tình huống tính thể tích bồn chứa có dạng hình tròn xoay được tạo bởi đường cong $y = \sqrt{x}, x \in [0, 4]$, một nhóm sinh viên đã chủ động tra cứu tài liệu liên quan đến ứng dụng tích phân trong cơ học chất lỏng. Các em không chỉ giải tích phân $V = \pi \int_0^4 (y^2) dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$ mà còn giải thích ý nghĩa: “Thể tích này có thể dùng để ước lượng dung tích bồn chứa”.

Hiệu ứng sư phạm: Sinh viên rèn khả năng đọc hiểu tình huống, liên hệ dữ kiện Toán học với vấn đề thực tế.

2) Thành tố lựa chọn mô hình, công cụ và phương pháp Toán học thích hợp để giải quyết vấn đề

Minh chứng: Một nhóm khác đề xuất cách giải thay thế bằng cách đổi biến sang y, tức là:

$$V = \pi \int_0^2 (y^2)(2y) dy = 2\pi \int_0^2 y^3 dy = 8\pi$$

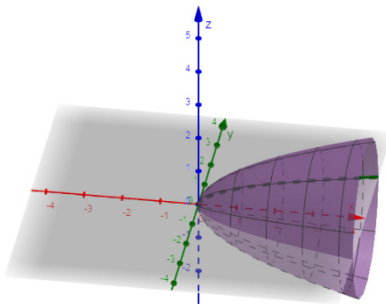
và so sánh với kết quả phương pháp tích phân theo x. Các em phân tích ưu điểm của cách đổi biến là dễ thấy hơn trong trường hợp bài toán phức tạp hơn.

Hiệu ứng sư phạm: Khi được đặt vào bối cảnh phải chọn cách tiếp cận, sinh viên rèn năng lực tư duy linh hoạt, không rập khuôn theo một phương pháp duy nhất.

3) Thành tố đánh giá và kiểm chứng tính hợp lý của kết quả

Minh chứng: Trong buổi thảo luận, một nhóm sinh viên sau khi tính ra kết quả thể tích $8\pi \approx 25,13$ (đơn vị thể tích), đã chủ động kiểm tra tính hợp lý bằng cách so sánh với một mô hình hình học gần gũi hơn: “Thể tích này xấp xỉ bằng thể tích một khối lập phương cạnh 3, tức khoảng 27 đơn vị thể tích. Kết quả gần khớp, nên chúng em tin rằng phép tính đúng”.

Một nhóm khác đã sử dụng phần mềm GeoGebra 3D (xem Hình 3) để dựng hình xoay của đường cong quanh trục hoành đồng thời dùng tính năng đo thể tích trong phần mềm để kiểm chứng, kết quả số gần trùng khớp với giá trị tính toán.



Hình 3: Mặt tròn xoay

Hiệu ứng sự phạm: Cách tổ chức dạy học giúp sinh viên không chỉ dừng lại ở việc “ra kết quả” mà còn đặt câu hỏi, so sánh, đối chiếu với một tình huống quen thuộc.

4) Thành tố kết nối kiến thức Toán học trừu tượng với ứng dụng thực tế trong chuyên ngành

Minh chứng: Một nhóm sinh viên đã chỉ ra mối liên hệ của bài toán tính thể tích bồn chứa với việc ước tính dung tích chứa chất lỏng trong các bồn chứa công nghiệp. Các em giải thích rằng, việc chọn hàm $y = \sqrt{x}$ không chỉ là bài toán hình học thuần túy mà còn có thể mô phỏng đường cong thiết kế của mặt cắt bồn nhằm tối ưu tỉ lệ chiều cao–bề rộng để tăng độ bền kết cấu.

Hiệu ứng sự phạm: Sinh viên rèn năng lực chuyển hóa kiến thức Toán học trừu tượng thành công cụ phân tích và dự báo trong thiết kế kỹ thuật, qua đó nhận thấy giá trị thực tiễn của Toán học trong chuyên ngành.

5) Thành tố vận dụng kết quả để đề xuất giải pháp hoặc cải tiến cho tình huống ban đầu

Minh chứng: Trong tình huống tính thể tích bồn chứa, sau khi tính được thể tích 8π , một nhóm sinh viên đề xuất tăng bán kính đáy từ 2 lên 2,5 để tăng

thể tích mà vẫn giữ chiều cao hợp lý, đồng thời tính nhanh thể tích mới $V' = \pi \int_0^{6,25} x dx = 19,53\pi$ (xấp xỉ 61,4 đơn vị thể tích).

Hiệu ứng sự phạm: Hoạt động này giúp sinh viên phát triển năng lực vận dụng kết quả Toán học vào việc đề xuất giải pháp cải tiến cho vấn đề kỹ thuật, thể hiện tính sáng tạo và khả năng ứng dụng thực tiễn.

4. Thảo luận

4.1. Từ lý luận đến thực nghiệm

Kết quả thực nghiệm này cho thấy tính khả thi và hiệu quả của học tích cực trong phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học cho sinh viên khối Kỹ thuật. Kết quả phù hợp với khung lý thuyết của Polya (1985), OECD (2017), Niss & Højgaard (2019) về các bước giải quyết vấn đề Toán học. Cụ thể:

Việc tăng 2,74 điểm về điểm trung bình năng lực ở hai lớp minh chứng cho tác động của các hoạt động thảo luận nhóm và giải quyết vấn đề thực tiễn, vốn được Prince & Felder (2006) khẳng định là yếu tố thúc đẩy tư duy bậc cao.

Sự cải thiện ở kỹ năng đánh giá kết quả của sinh viên thực nghiệm cũng tương thích với bước cuối trong quy trình giải quyết vấn đề của Polya - “kiểm tra và phản hồi”.

4.2. Hiệu quả của học tích cực

Kết quả định lượng và định tính đều cho thấy học tích cực có tác động đến sự phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học:

Định lượng: Điểm trung bình năng lực giải quyết vấn đề Toán học của sinh viên tăng 2,74 điểm sau thực nghiệm, kiểm định T-test cho thấy sự khác biệt này có ý nghĩa thống kê ($p < 0,001$).

Định tính: Quan sát lớp và phỏng vấn cho thấy sinh viên thực nghiệm chủ động hơn trong việc tìm kiếm thông tin, đặt câu hỏi, tham gia thảo luận và phản biện, đồng thời có khả năng liên hệ kiến thức Toán học với tình huống thực tế.

Các kết quả này củng cố nhận định của Prince & Felder (2006), Freeman và các cộng sự (2014) rằng các phương pháp như học theo nhóm, học dựa trên vấn đề hoặc học dựa trên dự án đều thúc đẩy tư duy bậc cao và năng lực giải quyết vấn đề.

4.3. So sánh và mở rộng với các nghiên cứu trước

Kết quả của nghiên cứu này tương đồng với nhiều nghiên cứu trước đây:

Nguyễn Thanh Thủy (2019): Học theo tình huống thực tế giúp sinh viên tích cực tham gia, nâng cao

động lực và khả năng vận dụng kiến thức vào giải quyết vấn đề nghề nghiệp.

Hmelo - Silver (2004): Phương pháp học tập dựa trên dự án cải thiện kỹ năng phân tích vấn đề và năng lực tự học.

Freemana và cộng sự (2014): Học tập tích cực giảm tỉ lệ bỏ học và tăng điểm trung bình so với phương pháp truyền thống.

Điểm khác biệt nổi bật của nghiên cứu này là việc áp dụng học tích cực vào học phần Toán cao cấp thông qua các tình huống gắn với chuyên ngành Kỹ thuật. Qua đó, sinh viên thấy được tính ứng dụng của kiến thức Toán học và cải thiện năng lực giải quyết vấn đề của sinh viên kỹ thuật.

Nghiên cứu còn tồn tại một số hạn chế nhất định như thời gian thực nghiệm chỉ kéo dài 8 tuần nên chưa đủ để đánh giá tác động lâu dài; số lượng sinh viên và giảng viên tham gia khảo sát còn hạn chế; chưa phân tích sâu sự thay đổi ở từng thành tố của năng lực giải quyết vấn đề Toán học.

5. Kết luận

Nghiên cứu này đã vận dụng định hướng học tích cực trong dạy học học phần Toán cao cấp nhằm hình thành và phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học cho sinh viên khối ngành Kỹ thuật. Trên cơ sở phân tích, tổng hợp lý luận và kết quả khảo sát thực tiễn, nghiên cứu đã đề xuất cấu trúc năng lực giải quyết vấn đề Toán học gồm 5 thành tố: 1) Xác định vấn đề Toán học từ tình huống thực tiễn; 2) Lựa chọn mô hình, công cụ và phương pháp Toán học thích hợp để giải quyết vấn đề; 3) Kết nối giữa kiến

thức Toán học trừu tượng và ứng dụng vào thực tế chuyên ngành; 4) Đánh giá và kiểm chứng tính hợp lý của lời giải, phản biện kết quả; 5) Vận dụng kết quả đề xuất giải pháp hoặc cải tiến và thiết kế quy trình dạy học 5 bước (xác định vấn đề, khám phá, thảo luận - phản biện, khái quát hóa kiến thức, vận dụng giải quyết vấn đề thực tiễn) cho sinh viên khối Kỹ thuật trong dạy học phần Toán cao cấp.

Kết quả thực nghiệm cho thấy, sinh viên đạt tiến bộ có ý nghĩa thống kê không chỉ ở điểm tổng hợp năng lực mà đặc biệt ở các thành tố “thiết lập mô hình và lập kế hoạch giải” và “đánh giá - khái quát hóa”. Phân tích định tính từ quan sát lớp học và phỏng vấn đã minh chứng sự gia tăng về mức độ tham gia thảo luận, năng lực phân tích tình huống, lựa chọn phương pháp giải cũng như khả năng kiểm chứng và lý giải kết quả; qua đó củng cố kết quả định lượng. Những phát hiện này khẳng định tính khả thi, hiệu quả của việc áp dụng học tích cực trong giảng dạy học phần Toán cao cấp, nhất là khi gắn với các tình huống thực tiễn liên quan đến chuyên ngành Kỹ thuật.

Về ý nghĩa, nghiên cứu cung cấp bằng chứng thực nghiệm về tác động tích cực của học tích cực đối với năng lực giải quyết vấn đề Toán học, đóng góp cơ sở lý luận về cấu trúc và quy trình hình thành năng lực giải quyết vấn đề Toán học cho sinh viên kỹ thuật. Trong tương lai, cần mở rộng thực nghiệm trên quy mô lớn hơn, kéo dài thời gian và đi sâu phân tích tác động riêng của từng thành tố năng lực, nhằm củng cố độ tin cậy và khả năng khái quát của kết quả nghiên cứu.

Tài liệu tham khảo

- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modeling problem?. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA12): Education, engineering and economics*. Horwood Publishing., 222-231.
- Freemana, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H. (2014). *Active Learning Increases Student Performance in Science, Engineering, and Mathematics*. pp.8410-8415. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.
- Gay, E. (2022). *Project - Based Learning in the Mathematics Classroom*. Honors Theses.
- Gelman, R. (1971). Piaget and Education. *PsycCRITIQUES* 16(5), 312-313.
- Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn?. *Educational Psychology Review*, Vol. 16, No. 3, 235-266.
- Jonassen, D. H. (2011). *Learning to solve problems: A handbook for designing problem-solving learning environments*. New York: Routledge.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Lê Hoàng Quân. (2025). Phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học thông qua dạy học giải toán có lời văn cho học sinh lớp 5. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, tr.53-63.
- McLeod, S. (2024). Vygotsky's Theory of Cognitive Development. *Simply Psychology*, DOI:10.5281/zenodo.15680745.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of

- Teachers of Mathematics.
- Nguyễn Bá Kim. (2004). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- Nguyễn Cảnh Toàn. (2005). *Tuyển tập các công trình Toán học và giáo dục*. NXB Giáo dục, Hà Nội.
- Nguyễn Cảnh Toàn, Nguyễn Kì, Lê Khánh Bằng & Vũ Văn Tào. (2004). *Học và dạy cách học*. NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- Nguyễn Hữu Hậu, Hoa Ánh Tường, Lê Huỳnh Vũ & Trịnh Thị Lê Mai. (2023). Phát triển năng lực giải quyết vấn đề Toán học cho học sinh lớp 10 khi dạy học chủ đề các hệ thức lượng trong tam giác. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Hồng Đức*, tr.39-52.
- Nguyễn Thanh Thủy. (2019). Tổ chức dạy học theo định hướng phát triển năng lực cho sinh viên Sư phạm trong đổi mới giáo dục hiện nay. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, tr.34-38.
- Niss, M. & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 9-28.
- OECD. (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial*. Paris: PISA, OECD Publishing, <http://dx.doi.org/10.1787/9789264255425-en>.
- Perkins, R. & Shiel, G. (2014). *Problem Solving in PISA: The Results of 15-year-olds on the Computer-based Assessment of Problem*. Educational Research Centre.
- Polya, G. (1985). *How to Solve It- A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.
- Prince, M. (2004). Does Active Learning Work? A Review of the Research. *Journal of Engineering Education*, 1-9.
- Prince, M. J. & Felder, R. M. (2006). Inductive Teaching and Learning Methods: Definitions, Comparisons, and Research Bases. *Journal of Engineering Education*, 123-138.
- Rocha, H. & Babo, A. (2024). Problem-solving and mathematical competence: A look to the relation during the study of Linear Programming. *Thinking Skills and Creativity* 51(2):101461, 1-14.
- Savery, J. R. (2006). *Overview of Problem-based Learning: Definitions and Distinctions*. Interdisciplinary Journal of Problem-Based.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. ACADEMIC PRESS, INC.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Macmillan, Editors: Grouws, D.A*, 334-370.
- Thái Thị Nga. (2016). Xây dựng tiêu chí đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của sinh viên Đại học Sư phạm Toán. *Tạp chí Khoa học Giáo dục Việt Nam*, tr.36-38.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.
- Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: A conceptual clarification. In D. S. Rychen & L. H. Salganik (Eds.), *Defining and selecting key competencies* (pp. pp. 45-65). Hogrefe & Huber Publishers.