

DEVELOPING CREATIVE THINKING FOR STUDENTS IN TEACHING CERTAIN GEOMETRY THEOREMS IN LOWER SECONDARY SCHOOLS

Cao Thi Ha^{*1}, Nguyen Duc Huy²,
Nguyen Vu Trong³

* Corresponding author
Email: caoha@vnu.edu.vn

² Email: huynd@vnu.edu.vn

^{1,2} VNU University of Education,
Vietnam National University, Hanoi
144 Xuan Thuy, Cau Giay district, Hanoi, Vietnam

³ Luong Khanh Thien Secondary School
Kien An, Hai Phong City, Vietnam
Email: trong99alhp@gmail.com

Received: 17/02/2025

Revised: 06/3/2025

Accepted: 09/4/2025

Published: 20/5/2025

Abstract: Developing creative thinking in students through the teaching process has long been a central concern in the history of education. However, as global information continues to expand exponentially and becomes increasingly accessible, fostering students' creative thinking has become even more critical. Without creativity, students may become overly reliant on readily available information, hindering their ability to think independently. In mathematics education at the secondary school level, every lesson provides opportunities to cultivate creative thinking. The key challenge, however, lies in whether teachers have a deep understanding of creative thinking and can identify effective strategies to nurture it in students. Therefore, this study synthesizes theoretical foundations related to creative thinking and proposes several measures for developing students' creative thinking in lower secondary schools through the teaching of selected geometry theorems.

Keywords: *Teaching, Geometry, thinking, creative thinking.*

PHÁT TRIỂN TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC MỘT SỐ ĐỊNH LÝ HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC CƠ SỞ

Cao Thị Hà^{*1}, Nguyễn Đức Huy²,
Nguyễn Vũ Trường³

* Tác giả liên hệ
Email: caoha@vnu.edu.vn

² Email: huynd@vnu.edu.vn

^{1,2} Trường Đại học Giáo dục, Đại học Quốc gia Hà Nội
144 Xuân Thủy, Cầu Giấy, Hà Nội, Việt Nam

³ Email: trong99alhp@gmail.com
Trường Trung học cơ sở Lương Khánh Thiện
Kiến An, Thành phố Hải Phòng, Việt Nam

Nhận bài: 17/02/2025

Chỉnh sửa xong: 06/3/2025

Chấp nhận đăng: 09/4/2025

Xuất bản: 20/5/2025

Tóm tắt: Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong quá trình dạy học là vấn đề đã được quan tâm từ lâu trong lịch sử giáo dục. Tuy nhiên, khi lượng thông tin toàn cầu ngày càng trở nên khổng lồ và con người dễ dàng tiếp cận với mọi nguồn thông tin thì việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh ngày càng quan trọng vì có như vậy học sinh mới không bị phụ thuộc vào thông tin sẵn có mà mất đi sự sáng tạo. Trong dạy học Toán ở trường phổ thông, mỗi nội dung dạy học đều có những cơ hội để phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh, nhưng vấn đề đặt ra là liệu giáo viên có hiểu biết về tư duy sáng tạo cũng như tìm được các giải pháp để phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh hay không. Do vậy, bài viết tổng hợp một số vấn đề cơ sở lý luận về tư duy sáng tạo cũng như đề xuất một số biện pháp để phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trường Trung học cơ sở thông qua dạy học một số định lý Hình học.

Từ khóa: *Dạy học, Hình học, tư duy, tư duy sáng tạo.*

1. Đặt vấn đề

Vấn đề phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh đã được nhiều nhà nghiên cứu trong và ngoài nước quan tâm chú ý. Một nghiên cứu nổi bật về tư duy sáng tạo và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh có thể kể đến trước hết là các nghiên cứu của E.P.Torrance. Trong nghiên cứu của mình, E.P.Torrance đã trình bày khái niệm, chỉ ra các đặc điểm đặc trưng của tư duy sáng tạo. Ngoài ra, tác giả còn xây dựng các bài kiểm tra để đánh giá về

mức độ tư duy sáng tạo của học sinh (E.P.Torrance, 1995). Vấn đề nghiên cứu về tư duy sáng tạo và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh còn được Sternberg (1996) đề cập đến trong nghiên cứu "How to develop student creativity". Trong bối cảnh của toàn cầu hóa và cuộc Cách mạng công nghiệp 4.0 càng đòi hỏi nhiều hơn việc con người phải được trang bị các kĩ năng của thế kỉ XXI, đó là khả năng sáng tạo, khả năng tranh luận cho một vị trí hoặc phương hướng hành động, và có khả năng đưa ra

các lập luận với bằng chứng mạnh mẽ hơn (Li, L., 2016). Nakano và Wechsler họ rằng, sáng tạo và đổi mới là những kỹ năng thiết yếu cho thế kỷ XXI vì cả hai kỹ năng đều có thể thúc đẩy tiềm năng của con người bằng cách khơi dậy những khía cạnh tích cực của cá nhân. Tư duy sáng tạo còn được đánh giá cao do tầm quan trọng của nó trong việc thúc đẩy hạnh phúc cá nhân cũng như những đóng góp quan trọng mà nó có thể mang lại cho nhân loại. Những lý do này khiến tư duy sáng tạo ngày càng được xem như một đặc tính quý giá, được coi là một nguồn lực có giá trị đối với sự phát triển cá nhân và xã hội (Nakano, T. D. C., & Wechsler, S. M., 2018). Tương tự như quan điểm của các tác giả trên, Gafour (2020) nhấn mạnh rằng, trong thế kỷ XXI, tư duy sáng tạo và tư duy phản biện là những loại hình tư duy quan trọng của công dân cần phải có để sống trong các xã hội đa dạng. Do đó, trong giai đoạn này, phát triển nguồn nhân lực cần nhấn mạnh vào việc thúc đẩy khả năng tư duy sáng tạo vì "bộ não" sẽ thay thế "sức mạnh" trong kỷ nguyên kinh tế tri thức bằng sự cạnh tranh quốc tế khốc liệt (Gafour, 2020). Điều này đòi hỏi các trường học phải có khả năng tái cấu trúc giáo dục để tập trung nhiều hơn vào việc phát triển các kỹ năng phản biện và sáng tạo.

Toán học là khoa học mà dùng kí hiệu, công thức, hình vẽ, khái niệm, mệnh đề... một cách chính xác và ngắn gọn, súc tích để biểu đạt quan hệ số lượng và quan hệ vị trí không gian của các sự vật hiện tượng trong thế giới khách quan (Nguyễn Bá Kim, 2011). Do vậy, môn Toán được xác định là một trong các môn học quan trọng nhằm phát triển tư duy nói chung và tư duy sáng tạo cho học sinh nói riêng. Trong lĩnh vực giáo dục Toán học, G. Polya được coi là một trong những người có đóng góp to lớn nhất cho việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong dạy học môn Toán nói chung và trong dạy học giải toán nói riêng. Ba tác phẩm xuất sắc của G. Polya (1977, 1997) về phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong học tập môn Toán có thể kể đến là: "*Sáng tạo Toán học*", "*Giải một bài toán như thế nào?*", "*Toán học và những suy luận có lí*" đều tập trung nghiên cứu về phát triển tư duy sáng tạo của người học trong quá trình học tập môn Toán.

Ở Việt Nam, việc nghiên cứu về tư duy sáng tạo và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trong dạy học môn Toán đã thu hút được sự quan tâm của một số tác giả trong đó có thể kể đến như: Tôn Thân (1995), Trần Luận (1995), Chu Cẩm Thơ (2014),... Trong nghiên cứu của mình vào năm 1995, tác giả Tôn Thân đã đưa ra khái niệm tư duy sáng tạo, chỉ ra được các đặc trưng

của tư duy sáng tạo, đặc biệt tác giả đã chứng tỏ được vai trò của bài tập Toán học trong việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh. Tiếp tục nghiên cứu của Tôn Thân, nghiên cứu của tác giả Trần Luận (1995) tiếp tục chứng tỏ vai trò của bài tập Toán học trong việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh. Tuy nhiên, trong nghiên cứu của mình, tác giả Trần Luận chú trọng đến việc khai thác vai trò của các phương pháp giải toán theo chủ đề trong việc phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh. Tuy vậy, các nghiên cứu trên chủ yếu tập trung vào vấn đề dạy học môn Toán, khả năng, biện pháp phát triển tư duy sáng tạo cho đối tượng học sinh giỏi. Trong những năm qua, việc nghiên cứu để phát triển tư duy sáng tạo cho các đối tượng học sinh phổ thông nói chung đã thu hút nhiều tác giả, những nghiên cứu gần đây về tư duy sáng tạo đã tiếp tục đề xuất các giải pháp để phát triển các yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh. Tuy nhiên, những nghiên cứu để đề xuất các biện pháp để khai thác các định lí hình học nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh cấp Trung học cơ sở chưa được nhiều tác giả quan tâm.

Trong môn Toán ở trung học cơ sở, phân môn Hình học có vai trò to lớn trong rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh bởi vì phần lớn các bài toán hình học đều đặt ra cho học sinh nhiệm vụ nhận dạng các đối tượng hoặc mối quan hệ giữa các đối tượng hình học bằng chứng minh logic. Với các bài toán tính toán độ dài đoạn thẳng, độ lớn của góc hay diện tích của một hình, trước khi tính toán, học sinh hầu như đều phải trải qua giai đoạn chứng minh. Do vậy, hầu hết các bài toán hình học đều không có thuật giải mà khi giải học sinh phải có kỹ năng vẽ hình, đo đạc, khả năng quan sát, so sánh, dự đoán và liên kết trước khi sử dụng các suy luận logic. Do tính trừu tượng, tính logic và phi thuật giải cùng với các phương pháp dạy học truyền thống của giáo viên đã làm cho nhiều học sinh không có hứng thú và ngại học hình học. Để khắc phục tình trạng này, việc tiếp tục tìm ra các biện pháp sư phạm thích hợp trong dạy học để giúp học sinh học tập thoải mái và hứng thú, phát huy cao tiềm lực sẵn có của bản thân, kích thích sự khám phá, chinh phục để rèn luyện tư duy logic và tư duy sáng tạo là vấn đề quan trọng. Nội dung của bài viết này sẽ trình bày cơ sở lí luận về tư duy sáng tạo và phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh từ đó đề xuất một số biện pháp sư phạm để khai thác một số định lí hình học nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trung học cơ sở.

2. Phương pháp nghiên cứu

Bài viết sử dụng phương pháp phân tích và tổng hợp tài liệu nhằm trình bày cơ sở lý luận về tư duy sáng tạo và đề xuất cách thức khai thác một số định lý hình học trong dạy học hình học ở trường trung học cơ sở nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trung học cơ sở.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Khái niệm và đặc điểm tư duy

Theo Phạm Minh Hạc (1992), tư duy là quá trình nhận thức phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối quan hệ có tính quy luật của sự vật và hiện tượng trong hiện thực khách quan. Kết quả của quá trình tư duy được thể hiện qua những khái niệm, phán đoán, suy luận. Từ định nghĩa, tác giả đã chỉ ra đặc điểm sau của tư duy: 1) Tính có vấn đề, điều này có nghĩa là tư duy của con người chỉ nảy sinh khi gặp một tình huống có vấn đề và chủ thể có khả năng giải quyết nó; 2) Tính khái quát, có nghĩa là tư duy có khả năng phản ánh những thuộc tính chung, những mối quan hệ, liên hệ có tính quy luật của sự vật, hiện tượng trong thế giới khách quan; 3) Tính độc lập tương đối của tư duy, tức là mặc dù tư duy là kết quả của sự phản ánh của thế giới khách quan và chịu sự ảnh hưởng của các lý thuyết và quan điểm tồn tại cùng thời với nó nhưng tư duy cũng có tính chủ quan, đó là sự phản ánh đặc thù logic vào bộ não con người theo những cách hiểu riêng, gắn với mỗi người.

3.2. Sáng tạo và tư duy sáng tạo

Theo Hoàng Phê (1998), sáng tạo là tạo ra những giá trị mới về mặt tinh thần hoặc tìm ra cái mới về mặt vật chất mà cái mới đó không bị không bị gò bó, phụ thuộc vào cái đã có. Từ định nghĩa về sáng tạo, có nhiều tác giả đưa ra định nghĩa về tư duy sáng tạo. Torrance (1995) cho rằng: Tư duy sáng tạo là một quá trình suy nghĩ để tạo ra ý tưởng hoặc giả thuyết mới mà việc thử nghiệm ý tưởng hoặc giả thuyết này đi đến kết quả. Kết quả này tính mới thể hiện ở việc nó chứa đựng những đối tượng, hoặc mối quan hệ, hoặc giá trị mà trước đây con người chưa bao giờ nhìn thấy, chưa có ý thức về nó. Ông còn cho rằng, tư duy sáng tạo thể hiện là sự nhạy bén trong việc nhận ra các vấn đề, các thiếu hụt trong kiến thức, các bất hợp lý... trong các thông tin hiện có, để từ đó tìm ra các giải pháp mới nhằm hoàn thiện các thông tin thiếu hụt hoặc giải quyết các bất hợp lý một cách hiệu quả. DanTon (1985) cho rằng: Tư duy sáng tạo là những năng lực tìm thấy những ý nghĩa mới, tìm thấy những mối quan hệ, là một chức

năng của kiến thức. Tư duy sáng tạo là một quá trình bao gồm những chuỗi phiêu lưu, chứa đựng những điều như: Sự khám phá, sự phát sinh, sự đổi mới, trí tưởng tượng, sự thí nghiệm, sự thám hiểm.

Theo Tôn Thân (1995), tư duy sáng tạo là một dạng tư duy độc lập, tạo ra ý tưởng mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao. Ý tưởng mới được thể hiện ở chỗ phát hiện ra vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, tạo ra kết quả mới. Tính độc đáo của ý tưởng mới thể hiện ở giải pháp lạ, hiếm, không quen thuộc hoặc duy nhất. Tư duy sáng tạo là tư duy độc lập và nó không bị gò bó phụ thuộc vào cái đã có. Tính độc lập của nó bộc lộ vừa trong việc đặt mục đích vừa trong việc tìm giải pháp cũng như mỗi sản phẩm của tư duy sáng tạo đều mang rất đậm dấu ấn của mỗi cá nhân đã tạo ra nó. Theo Vũ Dũng (2008), tư duy sáng tạo là một kiểu tư duy, đặc trưng bởi sự sản sinh ra sản phẩm mới và xác lập các thành phần mới của hoạt động nhận thức nhằm tạo ra nó. Theo Chu Cẩm Thơ (2014), tư duy sáng tạo chính là sự kết hợp ở mức độ đỉnh cao, hoàn thiện nhất của tư duy tích cực và tư duy độc lập.

Như vậy, mặc dù có nhiều cách định nghĩa khác nhau về tư duy sáng tạo nhưng đều cho thấy điểm chung đó là: tư duy sáng tạo là một thuộc tính quan trọng của con người để giúp chủ thể tồn tại và phát triển những gì tốt đẹp và tạo ra cái mới nhằm giải quyết vấn đề một cách chất lượng và hiệu quả. Tư duy sáng tạo được đặc trưng bởi sự sản sinh ra vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, cách giải quyết mới, tạo ra kết quả mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao.

3.3. Thành tố của tư duy sáng tạo

Khi nghiên cứu về tư duy sáng tạo, các tác giả đều tập trung vào việc chỉ ra những dấu hiệu đặc trưng của tư duy sáng tạo, chẳng hạn Torrance (1995) cho rằng loại hình tư duy này được đặc trưng bởi các yếu tố sau: 1) Tính mềm dẻo (Flexibility), đó là khả năng dễ dàng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác; 2) Tính nhuần nhuyễn (Fluency) thể hiện khả năng làm chủ tư duy, làm chủ kiến thức, kĩ năng và thể hiện tính đa dạng của các cách xử lý khi giải quyết vấn đề; 3) Tính độc đáo (Originality) là khả năng tìm kiếm những cách thức lạ, độc đáo để giải quyết vấn đề; 4) Tính nhạy cảm vấn đề (Problem sensibility) là khả năng phát hiện những mâu thuẫn sai lầm, bất hợp lý một cách nhanh chóng, tính nhạy cảm vấn đề còn thể hiện ở năng lực trực giác, sự phong phú về cảm xúc, nhạy cảm, cảm nhận được ý nghĩ của người khác. Các yếu tố trên của tư duy

sáng tạo không tồn tại một cách độc lập mà chúng có quan hệ mật thiết với nhau, hỗ trợ bổ sung cho nhau.

Noriza và cộng sự (2017) cho rằng, tư duy sáng tạo là loại hình tư duy phân kì, trong tư duy phân kì, bốn thành phần chính được đặc trưng cho tính sáng tạo là sự nhuần nhuyễn, linh hoạt, tính độc đáo và sự trau chuốt. Sự nhuần nhuyễn là khả năng tạo ra nhiều ý tưởng, gợi ý và câu trả lời thay thế có liên quan trong một khoảng thời gian nhất định. Tính linh hoạt là khả năng tạo ra nhiều ý tưởng và khả năng khác nhau để thay đổi cách suy nghĩ và các phương pháp tiếp cận được sử dụng. Tính độc đáo là khả năng giải quyết vấn đề hoặc kết hợp các bộ phận hoặc yếu tố khác thường, độc đáo, không phổ biến hoặc khác biệt với các bộ phận hoặc yếu tố khác. Sự trau chuốt là khả năng phát triển, tăng cường, mô tả hoặc chỉ định các chi tiết của đối tượng, ý tưởng, sản phẩm hoặc tình huống để làm cho chúng trở nên thú vị hơn (Nurin và các cộng sự, 2020). Dương Hữu Tòng và các cộng sự (2020) cho rằng, tư duy sáng tạo có một số đặc điểm, đó là tính nhuần nhuyễn, linh hoạt và độc đáo. Sự nhuần nhuyễn của tư duy được thể hiện thông qua khả năng thu thập thông tin và dữ liệu từ các chi tiết thành tổng thể để hình thành các giả thuyết mới. Sự nhuần nhuyễn được đặc trưng bởi khả năng đưa ra những ý tưởng mới từ những ý tưởng cũ, xây dựng những ý tưởng mới và độc đáo phù hợp với hoàn cảnh và giả định của vấn đề. Do đó, với sự nhuần nhuyễn từ khả năng khai thác, xem xét vấn đề ở nhiều khía cạnh cùng với sự kết nối kiến thức cũ, hình thành nhiều giải pháp cho vấn đề nhưng tùy thuộc vào sự nhuần nhuyễn của mỗi học sinh để người học có thể lựa chọn một giải pháp khác nhau.

Trong quá trình học tập môn Toán, tính nhuần nhuyễn trong tư duy của học sinh thể hiện ở chỗ người học dễ dàng vận dụng các kiến thức, kinh nghiệm, kỹ năng đã có vào giải quyết vấn đề quen thuộc; tính mềm dẻo thể hiện ở khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác tạo điều kiện cho việc tìm nhiều giải pháp trên nhiều góc độ và tình huống khác nhau (tính linh hoạt) và nhờ đề xuất được nhiều phương án khác nhau mà có thể tìm được phương án lạ, đặc sắc (tính độc đáo) cũng như có thể nhanh chóng phát hiện ra những mâu thuẫn, những sai lầm để hoàn thiện vấn đề. Runisah và cộng sự (2016) đã nêu rằng, sự sáng tạo trong Toán học khác với sự sáng tạo trong các ngành khoa học khác. Trong Toán học, sự sáng tạo không phải lúc nào cũng tạo ra một điều mới. Một học sinh có nhiều cách khác nhau để giải quyết một vấn đề có

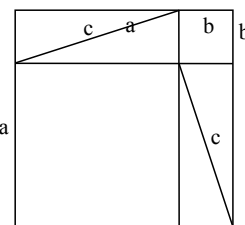
thể được gọi là một học sinh sáng tạo (Nurin và các cộng sự, 2020).

3.4. Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh trung học cơ sở thông qua khai thác một số định lý hình học

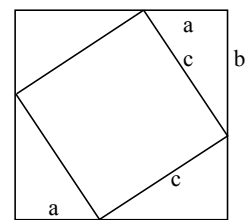
Theo Nguyễn Anh Tuấn (2012, tr.71): “Định lý Toán học là một hàm mệnh đề Toán học hằng đúng với mọi giá trị của biến (được đề cập đến trong định lý), mà tính đúng đắn của nó được thiết lập bằng một phép chứng minh xuất phát từ những tiên đề, những khái niệm đã được định nghĩa và những định lý đã được thiết lập trước và tuân theo các quy tắc của logic Toán học”. Nói về vị trí của định lý Toán học trong quá trình dạy học, Nguyễn Bá Kim (2011) cho rằng: Các định lý cùng với các khái niệm Toán học tạo thành một nội dung cơ bản của môn Toán, làm nền tảng cho việc rèn luyện kỹ năng bộ môn, đặc biệt là khả năng suy luận và chứng minh, phát triển năng lực trí tuệ chung cho học sinh. Như vậy, định lý Toán học là một trong các phương tiện quan trọng để phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh nếu giáo viên biết khai thác chúng một cách sáng tạo. Dưới đây là một số biện pháp để khai thác định lý Toán học nhằm phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh:

3.4.1. Biện pháp 1: Tập luyện cho học sinh xem xét định lý dưới nhiều góc độ khác nhau để tìm được nhiều cách chứng minh cho định lý để từ đó phát triển tính mềm dẻo và linh hoạt của tư duy

Ví dụ 1: Ta xét định lý Pythagore, định lý này được giới thiệu trong chương trình Toán 8, nội dung của định lý là: Trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông (Hà Huy Khoái, 2022, tr.94). Nhiều giả thuyết cho rằng, Pythagoras là người đã chứng minh định lý này một cách sớm nhất bằng cách tách ra từng phần (Nguyễn Bá Đô & Hồ Châu, 2001, tr.56). Do vậy, cách chứng minh đầu tiên được ghi nhận là cách chứng minh được ghi trong bộ “Nguyên lý” của Euclid (Burton, 2011, p. 105; Nguyễn Bá Đô, Hồ Châu, 2001, tr.56). Chứng minh này được trình bày như sau:



Hình 1



Hình 2

Cách 1: Xét hình vuông có độ dài cạnh là $a + b$

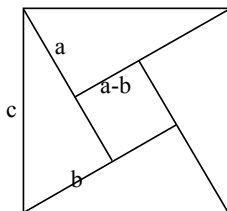
(không mất tính tổng quát ta có thể giả sử $a > b$), chia hình vuông này thành hai hình vuông có cạnh là a , hình vuông có cạnh là b và hai hình chữ nhật với các cạnh là a và b (xem Hình 1). Mỗi hình chữ nhật lại được chia thành hai tam giác vuông bằng cách kẻ đường chéo c của mỗi hình chữ nhật đó, ta sẽ được bốn tam giác vuông mà cạnh huyền là c , các cạnh góc vuông là a và b . Bốn tam giác vuông được tạo thành sẽ được xếp lại thành một hình vuông có cạnh là $a + b$ được cho trong Hình 2. Diện tích hình vuông này có thể được tính theo hai cách, trước hết do hình vuông có cạnh là $a + b$ nên diện tích của nó là: $(a + b)^2$. Mặt khác, diện tích hình vuông lớn này bằng tổng diện tích của hình vuông có cạnh là c và diện tích của 4 tam giác vuông bằng nhau có cạnh góc vuông lần lượt là a, b . Hay ta có:

$$(a + b)^2 = c^2 + 4 \left(\frac{ab}{2} \right) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2.$$

Ta nhận thấy, trong cách chứng minh trên ta đã xếp bốn tam giác vuông tạo thành bằng cách “úp” các cạnh huyền của chúng vào phía trong. Vậy nếu ta xếp các tam giác đó theo cách “lật” các cạnh huyền của chúng ra phía ngoài thì thế nào? Bằng cách đặt câu hỏi như vậy, ta có thể chứng minh định lý Pythagore như sau:

Cách 2: Đặt bốn tam giác vuông có cạnh huyền là c và các cạnh góc vuông là a và b như Hình 3 (không mất tính tổng quát ta có thể giả sử $a > b$). Khi đó ta được hình vuông lớn có cạnh là c và hình vuông nhỏ có cạnh là $a - b$. Do vậy, diện tích hình vuông có cạnh là c bằng tổng diện tích của bốn tam giác vuông và diện tích của hình vuông có cạnh là $a - b$. Hay ta có:

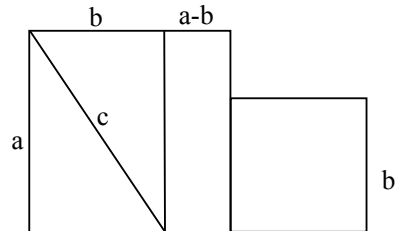
$$c^2 = 4 \times \frac{ab}{2} + (a - b)^2 \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2$$



Hình 3

Vẫn từ bốn tam giác vuông ở trên, ta còn có cách sắp xếp khác, đó là xếp chúng thành hai cặp mà có chung nhau cạnh huyền là c thì điều gì sẽ xảy ra? Bằng cách trả lời câu hỏi này, ta có cách khác để chứng minh định lý Pythagore như sau (Burton, 2011, tr.106; Cao Thị Hà và các cộng sự, 2025).

Cách 3: Xếp bốn tam giác vuông có cạnh huyền là c và các cạnh góc vuông là a và b thành hai cặp mà sao cho mỗi cặp tam giác đó sẽ có chung nhau cạnh huyền là c (cạnh huyền trùng nhau) thì ta sẽ được Hình 4.



Hình 4

Hình 4 được tạo thành từ hình vuông có cạnh là c , nên diện tích của hình vuông ban đầu là c^2 . Quan sát Hình 4 ta thấy có hai hình vuông được tạo thành lần lượt có cạnh là a và b . Như vậy, hiển nhiên là: $c^2 = a^2 + b^2$. Cách chứng minh này đã được nhà Toán học nổi tiếng người Ấn Độ đề xuất (Burton, 2011, tr.106). Điểm độc đáo trong chứng minh định lý Pythagore của Bhaskara là ông chỉ sử dụng đến công thức tính diện tích của hình vuông mà không cần thêm công thức tính diện tích của tam giác vuông.

Trong các cách chứng minh trên đã xuất hiện các bình phương như c^2, a^2, b^2 . Các bình phương này làm ta nghĩ đến diện tích của hình vuông. Ngoài ra, trong các cách chứng minh trên, ta còn thấy xuất hiện tích ab , tích này cho phép ta nghĩ đến diện tích của tam giác, diện tích của hình chữ nhật nhưng nó cũng có thể là tích các cạnh của các cặp tam giác đồng dạng nào đó. Vậy, liệu có tạo được các cặp tam giác đồng dạng bằng cách nào xuất phát từ tam giác vuông đã cho? Liệu việc tạo ra các tam giác đồng dạng có thể giúp ta chứng minh được định lý Pythagore không? Để trả lời câu hỏi này, ta có cách khác để chứng minh định lý này như sau:

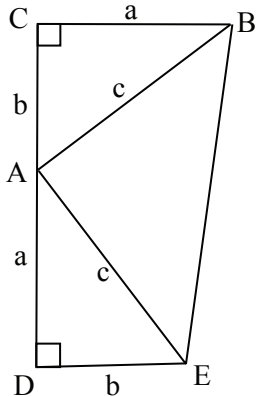
Cách 4: Xét tam giác vuông ABC vuông tại C, có cạnh huyền $AB = c$, các cạnh góc vuông $AC = b, CB = a$. Dựng tam giác vuông ADE bằng với tam giác vuông BCA (xem Hình 5). Nối E và B để tạo thành tứ giác BEDC. Dễ thấy tứ giác BEDC là hình thang vuông nên, nếu gọi S là diện tích của hình thang này thì $S = \frac{(a + b)^2}{2}$.

Mặt khác ta thấy, diện tích của tứ giác BEDC bằng tổng diện tích của các tam giác vuông ABC, ADE, ABE. Do vậy, ta có:

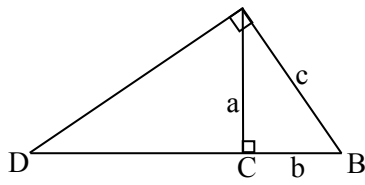
$$\frac{(a+b)^2}{2} = \frac{ab}{2} + \frac{c^2}{2} + \frac{ab}{2}$$

$$\Leftrightarrow (a+b)^2 = c^2 + 2ab \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2.$$

Phương pháp chứng minh này được giới thiệu bởi Jame Garfield vào năm 1876 (Burton, 2011, tr. 120).



Hình 5



Hình 6

Trong cách 4, ta đã tạo ra cặp tam giác bằng nhau bằng cách kéo dài cạnh góc vuông AC, tuy nhiên khi học sinh đã học về đường cao trong tam giác và công thức hình chiếu thì sẽ dễ nhận thấy cách để tạo các tam giác đồng dạng đó là kéo dài cạnh BC, trên đoạn thẳng kéo dài đó ta lấy điểm D sao cho tam giác BAD vuông tại A. Khi đó cạnh góc vuông AC của tam giác là đường cao của tam giác vuông ABD (xem Hình 6). Vậy ta có cách khác để chứng minh định lý Pythagore như sau:

Cách 5: Xét tam giác vuông ABC vuông tại C, trên cạnh BC kéo dài lấy điểm D sao cho tam giác ABD vuông tại A. Khi đó tam giác ABD đồng dạng với tam giác vuông CBA, nên ta có $AD = \frac{ac}{b}$ (xem Hình 6).

Tương tự, ta tính được $CD = \frac{a^2}{b}$. Gọi S là diện tích

$$\text{tam giác vuông ABD thì: } S = \frac{1}{2} AD \cdot BD = \frac{1}{2} \frac{ac}{b} c = \frac{ac^2}{2b}.$$

Gọi S_1 là diện tích tam giác vuông ABC thì: $S_1 = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} ab$. Gọi S_2 là diện tích tam giác

$$\text{vuông ABD thì: } S_2 = \frac{1}{2} AC \cdot CD = \frac{1}{2} a \frac{a^2}{b} = \frac{a^3}{2b}.$$

Dễ thấy:

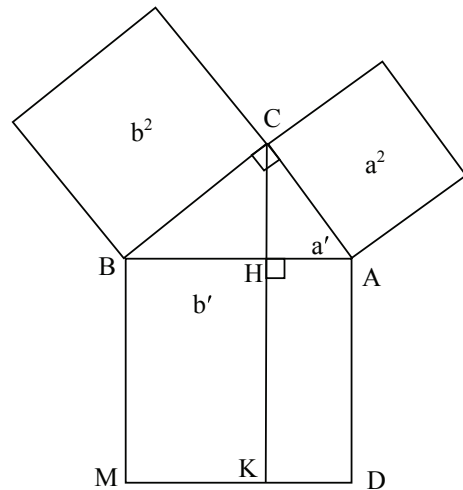
$$S = S_1 + S_2 \Leftrightarrow \frac{ac^2}{2b} = \frac{1}{2} ab + \frac{a^3}{2b}$$

$$\Leftrightarrow ac^2 = ab^2 + a^3 \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2.$$

Ta thấy, trong cách chứng minh trên, việc xuất hiện bình phương các đoạn thẳng làm ta nghĩ đến công thức tính diện tích của các hình vuông, tích các đoạn thẳng giúp ta nghĩ đến tam giác đồng dạng nhưng cũng có thể làm ta nghĩ đến diện tích của hình chữ nhật, kết hợp với công thức hình chiếu ta có thể chứng minh định lý Pythagore như sau:

Cách 6: Xét tam giác ABC vuông tại C, trên các cạnh của tam giác dựng các hình vuông tương ứng. Dựng đường cao CH của tam giác vuông ABC (Hình 7). Gọi a' , b' theo thứ tự là hình chiếu của a, b lên cạnh AB, khi đó ta có: $a^2 = ca'$; $b^2 = cb'$. Ta có, nếu gọi S là diện tích của hình vuông có cạnh là c thì:

$$S = c^2 = ca' + cb' = a^2 + b^2 \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2$$



Hình 7

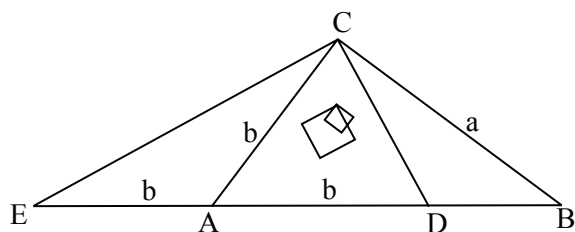
Bây giờ ta xuất phát từ hệ thức cần chứng minh là $c^2 = a^2 + b^2$, ta hãy tìm một vài hệ thức tương đương với nó.

Trước hết, ta thấy:

$$c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow c^2 - b^2 = a^2 \Leftrightarrow (c+b)(c-b) = a^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{c+b}{a} = \frac{a}{c-b}$$

Hệ thức này lại giúp ta nghĩ đến cặp tam giác đồng dạng. Ta đã có a, b, c là độ dài các cạnh của tam giác vuông ABC, vậy nếu ta dựng được các đoạn thẳng $c+b$ và $c-b$ trên cạnh huyền của tam giác ABC thì ta có thể tìm được các cặp tam giác đồng dạng hay không? Từ suy nghĩ này, ta có cách khác để chứng minh định lý Pythagore như sau (Cao Thị Hà và các cộng sự, 2025):



Hình 8

Cách 7: Xét tam giác ABC vuông tại C, trên cạnh huyền AB lấy điểm D sao cho AD = b, lấy điểm E đối xứng với điểm D qua A (xem Hình 8) (Nhiều tác giả, 1999).

Khi đó ta có $CA = \frac{1}{2}DE = b$ nên tam giác DCE vuông tại C.

Xét tam giác BCD và tam giác BEC, ta có $\widehat{DCB} = 90^\circ - \widehat{DAC} = \widehat{ACE} = \widehat{AEC}$. Mặt khác ta có $\widehat{CBE}$ chung, nên tam giác BCD đồng dạng với tam giác BEC.

Do vậy, ta có:

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BE}{BC} \Leftrightarrow \frac{a}{c-b} = \frac{c+b}{a} \Leftrightarrow c^2 - b^2 = a^2 \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2.$$

Như vậy, xuất phát từ hệ thức cần chứng minh $c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow c^2 - b^2 = a^2 \Leftrightarrow (c+b)(c-b) = a^2$ (*),

ta đã nghĩ đến tích các đoạn thẳng, do đó nghĩ đến các tam giác đồng dạng. Tuy nhiên, với học sinh lớp 9, sau khi học về đường tròn ngoại tiếp tam giác, đường tiếp tuyến và cát tuyến thì từ hệ thức (*) có thể gợi học sinh nghĩ đến phương tích của một điểm với đường tròn. Mặt khác, từ các cách chứng minh trên ta nhận thấy, trong cách 8 bằng cách lấy điểm lấy điểm D trên cạnh huyền AB sao cho AD = b và lấy điểm E đối xứng với điểm D qua A (xem Hình 8) thì tam giác DCE vuông tại C. Mặt khác, ta có AD = AC = AE = b nên tam giác vuông nội tiếp trong đường tròn tâm A và đường kính DE. Do vậy, ta có cách chứng minh nữa cho định lý Pythagore như sau (Nhiều tác giả, 1999):

Cách 8: Xét tam giác ABC vuông tại C, trên cạnh huyền AB lấy điểm D sao cho AD = b, và lấy điểm H đối xứng với điểm D qua B (Hình 8). Khi đó ta có $CA = \frac{1}{2}DE = b$ nên tam giác DCE vuông tại C.

Vậy nên tam giác DCE sẽ nội tiếp trong đường tròn đường kính DE và BE là một cát tuyến của đường tròn này. Do tam giác ABC vuông tại C nên BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính ED, nên ta có:

$$BC^2 = BD \cdot BH \Leftrightarrow a^2 = (c-b)(c+b) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2.$$

Như vậy, với những kiến thức mà học sinh đã biết về tam giác đồng dạng và đường tròn ngoại tiếp tam giác, giáo viên hoàn toàn có thể khai thác các kiến thức đó để giúp học sinh nhìn thấy nhiều cách khác nhau cho định lý Pythagore. Việc làm này không chỉ giúp học sinh củng cố những kiến thức đã học mà việc nhìn các “sự vật, hiện tượng” bằng nhiều cách khác nhau sẽ giúp rèn luyện cho học sinh tính mềm dẻo và linh hoạt của tư duy.

3.4.2. Biện pháp 2: Tập luyện cho học sinh khả năng khái quát hóa để học sinh có thể “sáng tạo” được các định lý mới từ định lý đã biết

Theo Nguyễn Bá Kim (2011), khái quát hóa là chuyển từ một tập hợp đối tượng sang tập hợp đối tượng lớn hơn chứa tập hợp đối tượng ban đầu bằng cách nêu một số đặc điểm chung của các phần tử trong tập hợp xuất phát. Do vậy, khái quát hóa là một cách thức rèn *tính hoàn thiện vấn đề* của tư duy sáng tạo cho học sinh, hay nói cách khác, khái quát hóa là cách thức để giúp học sinh “sáng tạo”.

Ví dụ 2: Ta xét Định lý 1: Trong một hình thoi hai đường chéo vuông góc với nhau.

Chứng minh:

Xét hình thoi ABCD, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Do hình thoi là hình bình hành nên ta có BO = OD.

Xét tam giác AOB và tam giác AOD ta có: AO chung; OB = OD (chứng minh trên); AB = AD (do đều là cạnh của hình thoi).

Do vậy $\triangle AOB = \triangle AOD$ (c.c.c). Nên $\widehat{AOB} = \widehat{AOD}$.

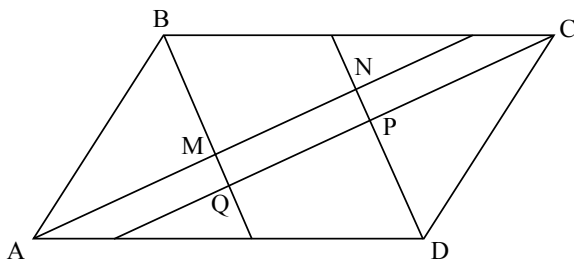
Mà $\widehat{AOB}$ và $\widehat{AOD}$ là hai góc kề bù nên $\widehat{AOB} = \widehat{AOD} = 90^\circ$. Hay ta có $AC \perp BD$.

Ta có thể phát triển bài toán này theo hướng khái quát hóa như sau: Ta nhận thấy, trong chứng minh trên ta đã chứng tỏ được $\triangle AOB = \triangle AOD$ từ đó ta có $AC \perp BD$. Ngoài ra, ta còn chứng tỏ được AC là đường phân giác trong của góc $\widehat{BAD}$ và góc $\widehat{BCD}$. Hoàn toàn tương tự thì BD là đường phân giác trong của góc $\widehat{ABC}$ và góc $\widehat{ADC}$.

Mặt khác, ta đã biết hình thoi là trường hợp đặc biệt của hình bình hành, do vậy ta có thể khái quát định lý trên cho hình bình hành như sau:

Định lý 2: Bốn đường phân giác trong của bốn góc của hình bình hành cắt nhau tạo thành một hình

chữ nhật có các cạnh là: $(a - b)\cos\frac{\varphi}{2}$ và $(a - b)\sin\frac{\varphi}{2}$,
trong đó a, b là các cạnh và φ là góc nhọn của hình
bình hành đã cho.



Hình 9

Chứng minh:

Xét hình bình hành $ABCD$, gọi AM, BQ, CP, DN
theo thứ tự là các đường phân giác trong của các góc
của hình bình hành. Các đường phân giác này đôi
một cắt nhau tạo thành tứ giác $MNPQ$.

Xét $\triangle AMB$ (xem Hình 9) ta có:
 $\widehat{AMB} = 180^\circ - (\widehat{ABM} + \widehat{MAB}) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\widehat{DAB} + \widehat{ABC})$
 $= 90^\circ$. Hay $\widehat{QMN} = 90^\circ$. Tương tự ta có:
 $\widehat{MNP} = 90^\circ; \widehat{PNQ} = 90^\circ$. Mặt khác trong $\triangle AMB$

vuông ta có: $AM = AB \sin \frac{\varphi}{2} = b \sin \frac{\varphi}{2}$. Xét $\triangle AND$

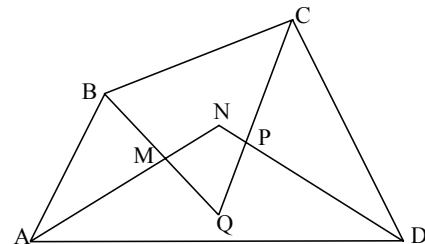
vuông có: $AN = AD \sin \frac{\varphi}{2} = a \sin \frac{\varphi}{2}$

Nên $MN = AN - AM = (a - b) \sin \frac{\varphi}{2}$. Tương tự ta

có $MQ = (a - b) \cos \frac{\varphi}{2}$. Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình
chữ nhật.

Mặt khác, ta đã biết định nghĩa: Hình bình hành
là một tứ giác có hai cặp cạnh đối song song. Hay
nói cách khác, hình bình hành là trường hợp đặc biệt
của tứ giác. Vậy vấn đề đặt ra là: Các đường phân
giác trong của các góc trong một tứ giác cắt nhau sẽ
tạo thành một tứ giác có gì đặc biệt hay không? Bằng
cách lập luận như vậy ta có thể khái quát định lý 2
thành định lý sau đây:

Định lý 3: Trong một tứ giác phẳng (tứ giác lồi),
bốn đường phân giác trong của bốn góc của tứ giác
cắt nhau tạo thành một tứ giác nội tiếp.



Hình 10

Chứng minh: Xét hình bình hành $ABCD$, gọi AM ,
 BQ, CP, DN theo thứ tự là các đường phân giác trong
của các góc của hình bình hành. Các đường phân
giác này đôi một cắt nhau tạo thành tứ giác $MNPQ$.
Xét tứ giác $MNPQ$ ta có:

$$\begin{aligned} \widehat{NMQ} + \widehat{NPQ} &= \widehat{AMB} + \widehat{CPD} \\ &= \frac{1}{2}(\widehat{DAB} + \widehat{ABC}) + \frac{1}{2}(\widehat{ADC} + \widehat{DCB}) = 180^\circ \end{aligned}$$

(xem Hình 10).

Vậy $MNPQ$ là tứ giác nội tiếp.

Như vậy, từ một định lý thể hiện một tính chất
của hình thoi, bằng cách xem sự vật hiện tượng trong
mối quan hệ đa chiều với các sự vật hiện tượng khác,
ta hoàn toàn có thể sáng tạo được các bài toán mới.
Việc làm này vừa giúp rèn cho học sinh sự suy nghĩ
để hoàn thiện vấn đề, vừa là con đường để sáng tạo.

4. Kết luận

Trong dạy học Toán ở trường phổ thông, bên
cạnh mục tiêu hình thành cho người học hệ thống
kiến thức cốt lõi của môn học để người học có thể
vận dụng các kiến thức đó vào giải quyết những
vấn đề của cuộc sống thì việc dạy học Toán còn là
phương tiện để phát triển tư duy nói chung và tư
duy sáng tạo cho học sinh nói riêng. Hầu hết các nội
dung Toán học ở trường phổ thông đều có cơ hội để
phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh. Tuy nhiên,
tùy từng nội dung kiến thức mà giáo viên có thể khai
thác để phát triển một hay một số yếu tố đặc trưng
nhất định của tư duy sáng tạo cho học sinh. Do đó,
trong quá trình dạy học Toán, giáo viên cần phải có
những hiểu biết về vai trò cũng như các yếu tố đặc
trưng của tư duy sáng tạo, biết lựa chọn nội dung và
cách thức cụ thể để rèn luyện tư duy sáng tạo cho
học sinh. Hơn nữa, quá trình dạy học Toán ở trường
phổ thông, ngoài việc hiểu để đảm bảo dạy đúng và
đủ các kiến thức quy định trong chương trình, giáo
viên cần giúp học sinh biết nhìn nhận vấn đề dưới
nhiều góc độ khác nhau hoặc có thể khái quát hóa
các định lý hoặc bài toán đã biết để có thể sáng tạo ra
những bài toán mới hoặc những giải pháp mới, đó

chính là sự thể hiện có hiệu quả của tư duy sáng tạo. Nghiên cứu này một lần nữa khẳng định tư duy sáng tạo và nghiên cứu về tư duy sáng tạo vẫn đang được các tác giả trên thế giới quan tâm. Tư duy sáng tạo vẫn được coi là mục tiêu cao cấp nhất của quá trình dạy học, đặc biệt là trong bối cảnh của thế kỉ XXI.

Tài liệu tham khảo

- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018). *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán*.
- Burton, D. M. (1985). *The history of mathematics: An introduction*. Group, 3(3), 35.
- Cao Thị Hà và các cộng sự. (2025). Vai trò của tri thức lịch sử Toán trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 25(2), tr.30 – 35.
- Chu Cẩm Thơ. (2014). *Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- Danton J. (1985). *Adventures in thinking: creative thinking & co-operative talk in small groups*, Nelson, Australia.
- Gafour, O. W., & Gafour, W. A. (2020). Creative thinking skills—A review article. *Journal of Education and e-Learning*, 4(1), 44-58.
- Hà Huy Khoái. (tổng chủ biên, 2022). *Toán 8*. NXB Giáo dục, Hà Nội.
- Hoàng Phê. (1998). *Từ điển Tiếng Việt*. NXB Khoa học xã hội, Hà Nội.
- Li, L. (2016). *Thinking skills and creativity in second language education: Where are we now?*. *Thinking Skills and Creativity*, 22, 267-272.
- Nakano, T. D. C., & Wechsler, S. M. (2018). *Creativity and innovation: Skills for the 21 st Century*. *Estudos de Psicologia (Campinas)*, 35, 237-246.
- Nhiều tác giả. (1999). *Tuyển tập 30 năm Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ*. NXB Giáo dục, Hà Nội.
- Nguyễn Anh Tuấn. (2012). *Giáo trình Logic Toán và lịch sử Toán học*. NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- Nguyễn Bá Đô, Hồ Châu. (2001). *Các câu chuyện Toán học (Tập 2- Cái đã biết trong cái chưa biết)*. NXB Giáo dục, Hà Nội.
- Nguyễn Bá Kim. (2011). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
- Nurin, N. S., Nursyafitri, F., & Rahmawati, I. F. (2020, February). *Developing students' mathematical creative thinking skill through joyful learning strategy in algebra*. In PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika (Vol. 3, pp. 504-507).
- Polya, G. (1977). *Giải một bài toán như thế nào*. NXB Giáo dục, Hà Nội.
- Polya, G. (1997). *Sáng tạo Toán học*. NXB Giáo dục, Hà Nội.
- Phạm Minh Hạc. (1992). *Tâm lí học*. NXB Giáo dục, Hà Nội.
- Sternberg, R. J. (1996). *How to develop student creativity*. Association for Supervision and Curriculum Development.
- Tong, D. H., Loc, N. P., Uyen, B. P., & Son, T. H. (2020). Enhancing creative and critical thinking skills of students in mathematics classrooms: an experimental study of teaching the inequality in high schools. *Universal Journal of Educational Research*, 8(2), 477-489.
- Torrance, E. P. (1995). Insights about creativity: Questioned, rejected, ridiculed, ignored. *Educational Psychology Review*, 7, 313-322.
- Tôn Thân. (1995). *Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh khá và giỏi Toán ở trường trung học cơ sở Việt Nam*. Luận án Phó Tiến sĩ khoa học Giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục.
- Trần Luận. (1995). *Phát triển tư duy sáng tạo cho học sinh thông qua hệ thống bài tập Toán*. *Tạp chí Nghiên cứu Giáo dục*, số 8.
- Vũ Dũng. (2008). *Từ điển Tâm lí học*. NXB Từ điển Bách khoa.