Thiết kế các sản phẩm hình học động bằng phần mềm GeoGebra phục vụ việc dạy diện tích hình tam giác ở tiểu học

Trần Hòa Hiệp*1, Nguyễn Tấn Tài²

* Tác giả liên hệ

¹ Email: thhiep@sgu.edu.vn ² Email: tainguyensgu2021@gmail.com

Trường Đại học Sài Gòn 273 An Dương Vương, Quận 5, Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam TÓM TĂT: Trong bài báo này, chúng tôi hướng đến việc nghiên cứu Phần mềm Hình học động (DGS) để xây dựng một số tình huống thực tế trong giáo dục tiểu học. Cụ thể, xây dựng công thức tính diện tích hình tam giác với các mức độ từ cơ bản đến nâng cao nhằm giúp học sinh tiểu học phát triển tư duy hình học và tư duy trừu tượng bằng phần mềm GeoGebra. Chúng tôi kì vọng rằng, những kết quả và cách tiếp cận phương pháp luận được sử dụng trong nghiên cứu này sẽ được học sinh và giáo viên trong ngành Giáo dục Tiểu học quan tâm.

TỪ KHÓA: GeoGebra, DGS, DGP, hình tam giác, con trượt, tiểu học, tính động, diện tích.
→ Nhận bài 23/6/2022 → Nhận bài đã chỉnh sửa 11/8/2022 → Duyệt đăng 25/12/2022.
DOI: https://doi.org/10.15625/2615-8957/12220218

1. Đặt vấn đề

GeoGebra là phần mềm DGS (ghi tắt của cụm từ Dynamic Geometry Software, được gọi là phần mềm hình học động) phù hợp cho việc dạy yếu tố hình học và đại số [1]. Chương trình phần mềm DGS này được tạo ra bởi Markus Hohenwater và hiện nay đã được dịch sang 40 ngôn ngữ. Theo các đồng tác giả Shadaan, P., & Leong, K. E., trong dạy và học Toán, đặc biệt là yêu tố hình học, điều quan trọng là học sinh phải có tư duy trừu tượng và tư duy hình học [2]. Cụ thể, ở tiểu học, các bài toán về cắt ghép hình nhằm phục vụ việc dạy học xây dựng công thức tính diện tích của các hình đơn giản, chiếm số lượng đáng kế, được trình bày xuyên suốt trong chương trình môn Toán từ lớp 3 đến lớp 5. Tuy nhiên, các hình này trong sách giáo khoa đều là hình tĩnh, khiến cho khả năng tưởng tượng của học sinh bị hạn chế. Vì thế, việc ứng dụng phần mềm DGS vào dạy học Toán ở tiểu học là vô cùng cấp thiết.

Hướng tới việc sử dụng GeoGebra-DGS vào dạy học môn Toán, đã có những công trình của các nhà nghiên cứu ở Việt Nam như các tác giả: Bùi Minh Đức với các biện pháp sử dụng phần mềm GeoGebra trong dạy học chủ đề Hình học không gian ở trường trung học phổ thông [3], Nguyễn Đăng Minh Phúc, Huỳnh Minh Sơn với thiết kế phép dựng hình mềm trong dạy học Toán cho học sinh ở trường phổ thông bằng phần mềm GeoGebra [4], Lê Minh Cường quan tâm tới việc rèn luyện cho sinh viên sư phạm ngành Toán kĩ năng ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học môn Toán, trong đó có ứng dụng của phần mềm GeoGebra [5]. Ngoài Việt Nam, ở khu vực Đông Nam Á, các nước như Indonesia, Thailand, Malaysia, Singapore... đã và đang phát triển mạnh mẽ về GeoGebra trong lĩnh vực dạy và học Toán: Anat Klemer, Shirley Rapoport nhận thấy rằng, Geogebra góp phần phát triển tư duy hình học cho học sinh lớp Hai [6]. Putra Z H, Wulandari W, Alpusari M và Hermita N cho rằng, các trò chơi được thiết kế từ phần mềm DGS có thể kích thích khả năng nhận biết chữ số của học sinh lớp Một [7]. Những nghiên cứu này cho thấy, học Toán dựa trên công nghệ là một cách hiệu quả giúp học sinh tiếp cận Toán học và hỗ trợ cho việc dạy học của giáo viên ngành Giáo dục Tiểu học. Do đó, chúng tôi chọn chủ đề "*Thiết kế các sản phẩm hình học động bằng phần mềm GeoGebra phục vụ việc dạy diện tính hình tam giác ở tiểu học*" làm mục tiêu nghiên cứu.

Trong bài viết này, chúng tôi quan tâm đến việc thiết kế các sản phẩm DGP (ghi tắt của cụm từ Dynamic Geometry Products) với các ưu điểm về: Hiệu ứng chuyển động của các đối tượng hình học, hệ thống pha màu theo chuẩn quốc tế RGB, bộ điều khiến giúp người sử dụng chủ động trong thao tác phân mêm, câu trúc lênh đa dang từ ngôn ngữ Java cho phép người dùng dễ soạn bài giảng điện tử. Lí do mà chúng tôi quan tâm các nôi dung trên, do phần mềm GeoGebra với các hiệu ứng hoạt hình sẽ khiến cho sự chuyển động của các đối tương trở nên linh hoat và đa dang theo một phương trình nhất đinh. GeoGebra được đinh nghĩa bằng hệ vectơ tạo ra các hiệu ứng có độ phân giải cao, có tính bắt điểm với đô chính xác tuyệt đối. Phần mềm GeoGebra với bộ màu theo chuẩn quốc tế RGB cho phép người dùng phối màu tuỳ theo sở thích cá nhân để tạo được sự bắt mắt. Một điểm khác biệt nữa của GeoGebra-DGS với các phần mềm trình chiếu thông dụng hiện nay chính là bộ điều khiển tự động giúp cho người dùng dễ dàng sử dụng và chủ động trong việc điều khiển các hiệu ứng. Các cấu trúc lệnh được xây dựng dựa trên ngôn ngữ lập trình Java giúp người dùng có thể kiến tạo ra hệ thống lệnh mới được suy rộng từ cấu trúc lệnh ban đầu của ngôn ngữ ấy.

Như vậy, phần mềm GeoGebra sẽ mang đến cho giáo viên những bài giảng sinh động, chất lượng cao. Các mảnh ghép sẽ được hoạt hình hoá thành các hiệu ứng chuyển động có tính chính xác tuyệt đối, khắc phục được những sai sót khi giáo viên hướng dẫn và kiểm tra tính chính xác của các thao tác cắt ghép hình cho học sinh. Ngoài ra, học sinh có thể tương tác với bộ điều khiển, thao tác với những chức năng cơ bản của sản phẩm do chúng tôi thiết kế. Từ đó, học sinh có thể hiểu bài một cách tự nhiên và nhanh chóng, đồng thời học sinh sẽ phát triển được tư duy hình học.

2. Nội dung nghiên cứu

Với phương pháp truyền thống, các bài xây dựng công thức tính diên tích của các hình hình học cơ bản, giáo viên sẽ thiết kế những mảnh ghép bằng giấy bìa cứng rồi tiến hành cắt và ghép từ một hình cơ bản ban đầu sang một hình đã được xây dựng công thức tính diện tích từ trước đó. Ưu điểm của cách dạy này là học sinh sẽ được tượng tác bằng vật thật, có thể cầm nắm và sắp xếp theo ý muốn của bản thân. Tuy nhiên, các thao tác đều được thực hiện theo cách thủ công, dẫn đến học sinh dễ ghép sai hình mà giáo viên đã xây dựng được công thức tính diện tích từ tiết học trước đó, từ đó phát sinh môt số tình huống sư pham. Để giải quyết những tình huống này, chúng tôi sử dung phần mềm GeoGebra thiết kế một số sản phẩm DGP về chủ để "Xây dựng công thức tính diện tích hình tam giác" phục vụ việc dạy yếu tố hình học ở môn Toán cấp Tiểu học và sau đây là hai vấn đề mà chúng tôi tập trung nghiên cứu: 1/ Đưa ra những phương án về xây dựng công thức tính diên tích hình tam giác; 2/ Thiết kế những sản phẩm DGP cho tình huống dạy học phát hiện quy tắc, công thức bằng phần mềm GeoGebra với cấp độ từ dễ đến khó, nhằm mục tiêu phát triển tự duy suy luân, phán đoán vấn đề. Từ đó, học sinh có thể tự tìm ra công thức tính diên tích hình tam giác tùy vào năng lực tự duy của chính mình.

2.1. Thiết kế sản phẩm thứ nhất

2.1.1. Thiết kế sản phẩm DGP dạy học phát hiện quy tắc, công thức tính diện tích hình tam giác dựa vào công thức tính diện tích hình chữ nhật

Hoạt động 1: Gợi mở động cơ khám phá.

Bước 1: Học sinh tiếp nhận nhiệm vụ.

Giáo viên đưa ra bài toán được trích từ sách giáo khoa

Toán 5 [8]: Tính diện tích hình tam giác ABC, có đáy là BC = a và đường cao là AH = h. Sau đó, giáo viên phát cho mỗi nhóm học sinh hai tấm giấy bìa cứng hình tam giác bằng nhau đã được giáo viên vẽ đủ các yếu tố hình học của một hình tam giác ở mặt trước. Giáo viên yêu cầu học sinh thảo luận nhóm để tìm cách cắt tấm bìa hình tam giác thứ hai và ghép vào hình tam giác thứ nhất thành hình mà giáo viên đã xây dựng được công thức tính diện tích cho học sinh.

Bước 2: Học sinh tìm kiếm, khám phá.

Các học sinh trong nhóm thảo luận với nhau để tìm cách cắt ghép thành hình đã biết cách tính diện tích ở tiết học trước đó.

Bước 3: Học sinh báo cáo kết quả trước lớp.

Giáo viên mời một vài nhóm học sinh trình bày kết quả trước lớp. Lúc này, tình huống sư phạm phát sinh như sau:

- Trường hợp cắt ghép hình đúng, hình sau khi cắt ghép sẽ trở thành hình chữ nhật hoặc hình bình hành (xem Hình 1).



Hình 1: Một số phương án cắt ghép hình đúng

- Trường hợp cắt ghép hình sai, hình sau khi cắt ghép sẽ trở thành hình bình hành nhưng thiếu các yếu tố thỏa quy tắc tính diện tích hình bình hành hoặc học sinh sẽ cắt ghép thành những hình chưa xây dựng được công thức tính diện tích hoặc những hình đa giác không có trong chương trình học (xem Hình 2).



Hình 2: Một số tình huống học sinh cắt ghép hình sai

Bước 4: Phân tích và đánh giá kết quả.

Ở bước này, giáo viên mời học sinh nhận xét và tổng kết. Sau đó, giáo viên chọn một trong các phương án ghép hình đúng là phương án cắt ghép thành hình chữ nhật và trình chiếu sản phẩm DGP tương ứng, xây dựng công thức tính diện tích hình tam giác dựa vào công thức tính diện tích hình chữ nhật. Cụ thể, trong tiết thực giảng tại Trường Tiểu học Trần Nguyên Hãn, Quận 8, Thành phố Hồ Chí Minh. Khi các học sinh thảo luận nhóm, một số học sinh đã cắt ghép thành hình mà chúng tôi đã nêu ở trường hợp sai. Để định hướng cho học sinh đi đến kết quả đúng, chúng tôi đã sử dụng sản phẩm thứ nhất thiết kế bằng GeoGebra trình chiếu hiệu ứng cắt

hình tam giác DEF dọc theo đường cao DG, tách thành hai hình tam giác UEM và VNF, đặt tên là hình tam giác 1 và hình tam giác 2 (xem Hình 3 và Hình 4).



Hình 3: Xuất hình tam giác có cùng diện tích



Hình 4: Cắt tam giác dọc theo đường cao DG

Sau đó, ghép hình tam giác 1 và hình tam giác 2 vào vị trí mới sao cho cạnh EU trùng với cạnh AB, cạnh FV trùng với cạnh AC. Sự cắt ghép này được chúng tôi thiết kế bằng phần mềm GeoGebra-DGS với phép tịnh tiến kết hợp với phép quay cùng với bộ điều khiển tự động, cho phép học sinh tương tác được trên sản phẩm DGP này (xem Hình 5 và Hình 6).



Hình 5: Hiệu ứng ghép tam giác 1



Hình 6: Hiệu ứng ghép tam giác 2

Giáo viên đặt vấn đề: Hãy quan sát hình dạng của hình sau khi được ghép từ hình tam giác 1, hình tam

giác 2 vào hình tam giác ban đầu là hình gì? Sau đó đưa ra các câu hỏi gọi ý:

Hình sau khi cắt ghép đã trở thành hình chữ nhật. Đúng hay sai?

Diện tích của hình chữ nhật được tạo thành gấp mấy lần diện tích của hình tam giác ban đầu?

Hoạt động 2: *Khám phá công thức tính diện tích hình tam giác.*

Sau khi học sinh đưa ra nhận định rằng hình tam giác ABC ban đầu được ghép thêm hình tam giác 1, hình tam giác 2 đã biến thành hình chữ nhật MBCN qua phép cắt ghép hình bởi phần mềm DGS. Giáo viên sẽ hướng dẫn học sinh thiết lập công thức tính diện tích hình tam giác dựa vào công thức tính diện tích của hình chữ nhật đã được học từ những tiết học trước đó. Đây chính là sản phẩm thứ nhất dùng công thức tính diện tích hình chữ nhật để suy luận dẫn đưa học sinh tự khám phá ra công thức tính diện tích hình tam giác (xem Hình 7).



Hình 7: Hình sau khi cắt ghép

Hoạt động 3: *Giải thích tính đúng đắn của công thức.* Hình chữ nhật MBCN được tạo thành sau phép cắt ghép có diện tích gấp hai lần diện tích hình tam giác ABC ban đầu.

Giáo viên đặt vấn đề: Hãy so sánh đường cao AH của hình tam giác ABC và chiều rộng MB của hình chữ nhật MBCN, giáo viên dùng bộ điều khiển từ sản phẩm của DGS để tạo chuyển động cho các đối tượng hình học giúp học sinh quan sát sự chuyển động của cạnh MB di chuyển đến đường cao AH. Với sự chuyển động hoạt hình này, học sinh sẽ cho ra một nhận định chính xác về chiều rộng của hình chữ nhật sau cắt ghép và chiều cao của hình tam giác ban đầu là bằng nhau (xem Hình 8). Tức là: MB = AH = h và MN = BC = a. Sau cùng, qua quan sát trực quan ảnh động của sản phẩm thứ nhất này, học sinh tự xây dựng được công thức tính diện tích hình tam giác dựa vào công thức tính diện tích hình chữ nhật đã được học ở tiết học trước đó.



Hình 8: Hiệu ứng so sánh chiều rộng với chiều cao của hình tam giác

Diện tích hình chữ nhật MBCN gấp 2 lần diện tích hình tam giác ABC.

Diện tích hình chữ nhật MBCN là BC×MB=BC×AH Vậy diện tích hình tam giác ABC là $\frac{BC \times AH}{2} = \frac{a \times h}{2}$.

Từ đây, giáo viên sẽ hợp thức hóa công thức và giới thiệu quy tắc tính diện tích hình tam giác chính bằng độ dài đáy nhân với chiều cao (cùng đơn vị đo) rồi chia cho 2.

2.1.2. Quy trình thiết kế sản phẩm thứ nhất

Các cấu trúc lệnh được sử dụng trong thiết kế gồm:

Slider (< Min >, < Max >, < Increment >): Lệnh tạo con trượt để điều khiển các hiệu ứng.

If (< Condition >, < Then >, < Else >): Ở cấu trúc này, < Condition > là điều kiện xuất hiện đối tượng và < Then > là kết quả mà đối tượng xuất hiện trên Graphics nếu thỏa điều kiện, < Else > là kết quả đối ngẫu với đối tượng xuất hiện.

Segment(< Point1 >, < Point2 >):

Với < Point1 > và < Point2 > là các đầu mút của một đoạn thẳng.

Line (< Point1 >, < Point1 >): Với < Point1 > và < Point2 > là hai điểm thuộc đường thẳng.

Rotate(< Object >, < Angle >, < Point >):

Lệnh này cho phép ta quay một đối tượng quanh một điểm với < Object > là vật mà ta cần thực hiện phép quay, < Angle > là góc quay và < Point > là tâm quay.

Angle(< Point >, < Apex >, < Point >):

< Point > là các điểm nằm trên các tia và < Apex > là đỉnh của góc.

Vector (< Start Point >, < End Point >): Lệnh này tạo một vecto có điểm đầu là < Start Point > điểm cuối là < End Point >.

Ray (< StartPoint >, < DirectionVector >): Cấu trúc lệnh này giúp tạo một tia bất kì trong đó < StartPoint > là điểm bắt đầu của tia và < DirectionVector > hướng vecto của tia.

Translate (< Object >, < Vector >): Với < Object > là vật cần tịnh tiến theo vecto là < Vector >.

Trong cửa sổ Graphics, chúng tôi tạo các tia theo cú pháp Ray(H, Vector((0,0), (0,1))) để giới hạn các điểm A, B, C. Sau đó tạo các Slider DungHinh, XuatHinh, cat, ghep1, ghep2 điều khiển các hiệu ứng của sản phẩm. Cụ thể, Slider DungHinh tạo hiệu ứng xuất hiện những đường thẳng gấp khúc khép kín xuất phát từ điểm A đi lần lượt qua các điểm B, C, D rồi từ đỉnh A xuất hiện đường thẳng đi đến chân đường cao là H của hình tam giác ABC. Tiếp theo, Slider XuatHinh điều khiển hiệu ứng xuất hình tam giác DEF có diện tích bằng với diện tích của hình tam giác ABC. Sau đó, thực hiện thao tác cắt dọc theo đường cao DG được điều khiển bởi Slider cat nhằm tách thành hai hình tam giác 1 và 2. Cuối cùng, Slider ghep1 và ghep2 sẽ lần lượt điều khiển hiệu ứng ghép hình tam giác 1 và 2 vào hình tam giác ban đầu qua phép tịnh tiến kết hợp với phép quay để biến thành hình chữ nhật bằng những cú pháp được nhập vào thanh Input:

 $Q = If(0 < DungHinh, If(0 \le DungHinh \le 1, A + (DungHinh - 0) (B - A), B))$

Ý nghĩa các thành phần trong cấu trúc lệnh trên được giải thích như sau:

0 < DungHinh: Điều kiện để xuất hiện hiệu ứng điểm chạy từ A đến B phụ thuộc vào giá trị của Slider DungHinh.

If $(0 \le \text{DungHinh} \le 1, \text{A} + (\text{DungHinh} - 0) (\text{B} - \text{A}), \text{B})$: Điều kiện phụ thuộc vào giá trị DungHinh chạy từ 0 đến 1, xuất hiện đối tượng điểm chạy từ A đến B và dừng tại vị trí mà giá trị DungHinh = 1.

Tương tự như vậy, ta thực hiện hiệu ứng xuất hiện đoạn thẳng chạy qua các đỉnh còn lại của hình tam giác, (xem Bảng 1).

Bảng 1: Cấu trúc lệnh điều khiển Dynamic Animation

$R = If(1 < DungHinh, If(1 \le DungHinh \le 2, B + (DungHinh - 1)(C - B), C))$	Segment(B, R)
$P = If(2 < DungHinh, If(2 \le DungHinh \le 3, C + (DungHinh - 2) (A - C), A))$	Segment(C, P)
$0 = If(3 < DungHinh, If(3 \le DungHinh \le 4, A + (DungHinh - 3) (H - A), H))$	Segment(A, O)

Tiếp theo, nhập cú pháp vào thanh Input để tạo hiệu ứng xuất hình tam giác DEF ra khỏi hình tam giác ABC bằng cách chọn một điểm I bất kì nằm bên ngoài hình tam giác ABC để tịnh tiến hình tam giác DEF đến vị trí điểm đó theo Slider XuatHinh (xem Bảng 2).

Bảng 2: Cấu trúc lệnh thực hiện hiệu ứng xuất hình tam giác DEF

Translate(t1,XuatHinh * Vector(B,I))
G = Translate(H, XuatHinh * Vector(B, I))

Sau đó, cắt hình tam giác DEF thành các hình tam giác 1, 2 theo Slider cat và ghép vào hình tam giác ABC ban đầu với Slider ghep1 và ghep2 qua phép tịnh tiến kết hợp với phép quay để biến thành hình chữ nhật MBCN theo cú pháp như Bảng 3.

Tính mới của sản phẩm thứ nhất thiết kế từ DGS-GeoGebra với những hiệu ứng tịnh tiến kết hợp với phép quay sẽ tạo cho học sinh một cái nhìn mới mẻ giúp cho học sinh hứng thú khi học môn Toán. Học sinh sẽ được quan sát các thao tác cắt ghép một cách trực quan nhất. Từ đó, xây dựng được công thức tính diện tích hình tam giác thông qua công thức tính diện tích hình chữ nhật.

Nhằm mục đích phát triển tư duy logic và mở rộng các phương án xây dựng công thức tính diện tích hình tam giác cho học sinh, thay vì sử dụng hai hình tam giác bằng nhau để cắt ghép như ở sản phẩm thứ nhất. Ta có thể cho học sinh cắt ghép từ chính hình tam giác ban đầu ấy, biến thành hình mà giáo viên đã xây dựng được công thức tính diện tích từ tiết học trước đó. Dưới đây là hai sản phẩm xây dựng công thức tính diện tích hình tam giác được thiết kế bằng phần mềm GeoGebra với các phương án khác.

2.2. Thiết kế sản phẩm thứ hai

2.2.1. Thiết kế sản phẩm DGP dạy học phát hiện quy tắc, công thức tính diện tích hình tam giác dựa vào công thức tính diện tích hình bành

Bước 1: Khâu thiết kế.

Giáo viên tạo một sản phẩm DGP bằng phần mềm DGS, trong đó Slider DungHinh điều khiển hiệu ứng vẽ hình tam giác ABC với độ dài đáy bằng 6 cm và chiều cao 4 cm. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và AC, O là giao điểm của IJ và AH. Tiếp đến, tạo Slider ghẹp để điều khiển sự cắt ghép. Slider ghẹp dùng để tách và xoay hình tam giác AIJ qua phép quay Rotate (< Object >, < Angle >, < Point >) được nhúng trong lệnh If(< Condition >, <. >, < Else >) sao cho cạnh JA của hình tam giác trùng với cạnh JC của hình thang IBCN (xem Hình 9).



Hình 9: Hiệu ứng xoay hình

Bước 2: Khám phá công thức tính diện tích hình tam giác.

Giáo viên đặt ra hệ thống câu hỏi gợi ý cho học sinh: Hình sau khi cắt ghép đã trở thành hình gì?

Diện tích của hình tam giác ban đầu và diện tích hình bị biến đổi hình dạng có bằng nhau hay không?

Diện tích hình tam giác có thể được tính qua diện tích hình bình hành không?

Qua quan sát trực quan, các học sinh sẽ nhận dạng được hình sau khi cắt, ghép đã biến đổi hình dạng thành hình bình hành nhưng vẫn bảo toàn được diện tích ban đầu (xem Hình 10). Từ đó, học sinh sẽ khám phá được công thức tính diện tích hình tam giác dựa vào công thức tính diện tích hình bình hành đã được học từ trước đó.



Hình 10: Hình bình hành sau cắt ghép

Bước 3: Giải thích tính đúng đắn của công thức

Giáo viên yêu cầu học sinh: Hãy so sánh chiều cao của hình tam giác ABC với chiều cao của hình bình hành IBCN sau cắt ghép. Giáo viên dùng bộ điều

	Bảng	3: Câ	íu trúc	lênh	điều	khiển	Dynamic	Animation	theo	Slider	cat,	ghep	1 và	ghe	p2
--	------	-------	---------	------	------	-------	----------------	-----------	------	--------	------	------	------	-----	----

$K = If(cat \ge 1, Translate(G, (cat - 1) Vector((0, 0), (-0.2, 0))))$
$L = If(cat \ge 1, Translate(G, (cat - 1) Vector((0, 0), (0.2, 0))))$
Translate(t2, vector(G, K))
Translate(t3, vector(G, L))
$l1 = \{A'', B'', G'\}$
l2 = Translate(Rotate(l1,ghep1 * π, Midpoint(A'', B'')),ghep1 * Vector(B'', B))
l4 = Translate(Rotate(l3,ghep2 * π, Midpoint(A''_1,C'')),ghep2 * Vector(C'',C))

khiển từ sản phẩm của GeoGebra, cụ thể là Slider SoSanh để tạo hiệu ứng cho các đối tượng hình học giúp học sinh quan sát sự chuyển động của cạnh AO xoay quanh tâm O và trùng với cạnh OH, qua đó cho thấy $AO = OH = \frac{AH}{2} = \frac{h}{2}$. Tiếp theo là hiệu ứng cạnh EC di chuyển đến cạnh OH, cuối cùng tịnh tiến đến vị trí đường cao IF của hình bình hành IBCN. Với sự chuyển động hoạt hình này, học sinh sẽ cho ra một nhận định chính xác về chiều cao của hình bình hành sau cắt ghép bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao của hình tam giác ban đầu. Tức là: IF = OH = $\frac{AH}{2} = \frac{h}{2}$ và IN = BC = a. Sau

cùng qua quan sát trực quan ảnh động của sản phẩm thứ hai này, học sinh sẽ tự xây dựng được công thức tính diện tích hình tam giác dựa vào công thức tính diện tích hình bình hành đã được học từ trước đó. Diện tích hình tam giác ABC = Diện tích hình hành IBCN = BC × IF = BC × $\frac{AH}{2}$ = $\frac{BC × AH}{2}$ = $\frac{a × h}{2}$. Từ đây, giáo viên sẽ hợp thức hóa công thức và giới thiệu quy tắc tính diện tích hình tam giác chính bằng độ dài đáy nhân với chiều cao (cùng đơn vị đo) rồi chia cho 2.

2.2.2. Quy trình thiết kế sản phẩm thứ hai

Đầu tiên, chúng tôi tạo hiệu ứng động cho phép quay: Thực hiện hiệu ứng điểm A, I, O quay quanh tâm J với góc quay 180° theo chiều âm bằng lệnh Rotate được điều khiển bởi Slider ghep (xem Bảng 4).

Bảng 4: Cấu trúc lệnh thực hiện phép quay hình tam giác

$X = If(ghep \ > \ 1, Rotate(A, If(1 \ \le \ ghep \ \le \ 2, \pi \ + \ (2 \ - \ ghep) \ \pi), J))$
$N = If(ghep > 1, Rotate(I, If(1 \le ghep \le 2, \pi + (2 - ghep) \pi), J))$
$E = If(ghep > 1, Rotate(0, If(1 \le ghep \le 2, \pi + (2 - ghep) \pi), J))$

Sau đó, nối đường cao cho hình tam giác vừa được cắt ghép và tạo hình đa giác, các góc theo cấu trúc lệnh sau (xem Bảng 5).

Bảng 5: Cấu trúc lệnh tạo Polygon và các góc

Polygon(J, X, N)	Segment(X, E)
<pre>If(ghep > 1, Polygon(I, B, C, J))</pre>	Angle (J, E, X)

Tiếp theo, chúng tôi tạo Slider SoSanh để điều khiển hiệu ứng cạnh EC di chuyển đến cạnh OH nhằm so sánh chiều cao của hình tam giác ABC với chiều cao của hình bình hành IBCN sau cắt ghép bằng cách sử dụng lệnh Translate (< Object >,< Vector >) được nhúng vào lệnh If(< Condition >,<.>).

Sản phẩm thứ hai mà chúng tôi thiết kế sẽ giúp cho học sinh xây dựng được công thức tính diện tích hình tam giác từ công thức tính diện tích hình bình hành thông qua các hiệu ứng động của phần mềm GeoGebra như tách, ghép và phép quay. Qua đó, học sinh có thể sáng tạo, hình thành kiến thức mới dựa vào kiến thức đã được học.

2.3. Thiết kế sản phẩm thứ ba

2.3.1. Thiết kế sản phẩm DGP dạy học phát hiện quy tắc, công thức tính diện tích hình tam giác dựa vào công thức tính diện tích hình chữ nhật bằng một phương án khác

Hoạt động 1: Gọi mở động cơ khám phá.

- Giáo viên đưa ra tình huống sau: Cho hình tam giác ABC, có đáy là BC = a và đường cao là AH = h. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và AC. Nối I và J sao cho IJ cắt AH tại O. Hãy tính diện tích của hình tam giác ABC. Giáo viên phát cho mỗi nhóm học sinh một tấm bìa hình tam giác và yêu cầu thảo luận nhóm để tìm cách cắt ghép thành hình mà giáo viên đã xây dựng được công thức tính diện tích ở tiết học trước. Sau đó, giáo viên mời đại diện các nhóm trình bày sản phẩm trước lớp. Giáo viên nhân xét, tổng kết và trình chiếu sản phẩm GeoGebra dựa trên kết quả thảo luân của học sinh. Cụ thể, ở đây phần lớn các em chọn phương án cắt ghép hình tam giác ban đầu biến thành hình chữ nhật. Giáo viên tổ chức cho học sinh lên tượng tác với bảng điều khiến của phần mềm, bằng cách gọi học sinh lên và hướng dẫn cách sử dung Slider DungHinh điều khiển hiệu ứng dựng hình tam giác ABC. Tiếp theo, giáo viên mời một học sinh khác điều khiến Slider tach1 và tach2 để tách hình tam giác AIJ thành hai hình tam giác RUM và QNP (xem Hình 11).



Hình 11: Hiệu ứng cắt và tách hình tam giác

Tiếp theo, giáo viên mời hai học sinh khác lên điều khiển hiệu ứng ghép hình. Một học sinh sẽ nắm kéo Slider ghep1 để ghép hình tam giác RUM vào hình thang IBCJ sao cho cạnh UR trùng với cạnh IB. Sau đó, học sinh còn lại sẽ điều khiển Slider ghep2 để ghép hình tam giác QNP vào hình thang IBCJ sao cho cạnh PQ trùng với cạnh JC (xem Hình 12).



Hình 12: Ghép hai tam giác vào hình thang IBCJ

Tương tự với sản phẩm thứ nhất, chúng tôi thiết lập hiệu ứng chuyển động cho các đối tượng hình học này di chuyển bằng phép tịnh tiến kết hợp với phép quay. Qua đó, học sinh sẽ thấy hình sau khi cắt ghép đã trở thành một hình mới nhưng vẫn bảo toàn được diện tích ban đầu (xem Hình 13).



Hình 13: Hình chữ nhật sau cắt ghép

Đặt vấn đề: Hãy quan sát hình dạng của hình sau khi được ghép từ hình tam giác RUM và QNP vào hình tam giác ban đầu sẽ biến thành hình gì? Sau đó đưa ra các câu hỏi gợi ý:

Hình sau khi cắt ghép đã trở thành hình chữ nhật. Đúng hay sai?

Tuy hình dạng đã được thay đổi từ hình tam giác sang hình chữ nhật nhưng diện tích sau khi đã biến dạng sang hình chữ nhật có bị thay đổi?

Hoạt động 2: Khám phá công thức tính diện tích hình tam giác.

Sau khi quan sát các hiệu ứng động của sản phẩm DGP và trả lời các câu hỏi gợi ý, học sinh đưa ra nhận định rằng hình tam giác ban đầu qua phép cắt ghép đã biến thành hình chữ nhật. Từ quan sát trực quan, học sinh tự khám phá ra công thức tính diện tích hình tam giác dựa vào công thức tính diện tích hình chữ nhật đã được học ở lớp trước.

Hoạt động 3: Giải thích tính đúng đắn của công thức.

Ở hoạt động này, giáo viên sẽ dùng phần mềm để mô tả ảnh động trực quan cho học sinh thấy rõ hai điều sau đây:

1/ Chiều dài của hình chữ nhật được tạo thành qua phép dời hình bằng số đo cạnh đáy của hình tam giác.

2/ Chiều rộng của hình chữ nhật này chính bằng nửa số đo chiều cao của hình tam giác.

Giáo viên hướng dẫn học sinh sử dụng Slider TrDiem điều khiển đoạn OA quay quanh điểm O một góc 180° theo chiều âm (ngược chiều kim đồng hồ) để HS quan sát đoạn OA quay quanh O và trùng với đoạn OH, điều này chứng tỏ OA = OH hay độ dài của đoạn OH bằng một nửa độ dài của đoạn AH (xem Hình 14). Tức là, $OH = \frac{AH}{2} = \frac{h}{2}$. Tiếp theo, giáo viên mời học sinh lên

điều khiển Slider SoSanh, cho cạnh đáy BC tịnh tiến theo vecto BM sao cho trùng với cạnh MN và đường cao OH tịnh tiến theo vecto OM sao cho trùng với cạnh MB. Qua quan sát trực quan học sinh sẽ đưa ra nhận định rằng độ dài cạnh đáy của hình tam giác ABC bằng chiều dài của hình chữ nhật MBCN và chiều cao của hình tam giác ABC gấp 2 lần chiều rộng của hình chữ nhật MBCN. Tức là, BC = MN = a, OH = MB = $\frac{h}{2}$.

Từ đây, giáo viên sẽ hợp thức hóa công thức và giới thiệu quy tắc tính diện tích hình tam giác chính bằng độ dài đáy nhân với chiều cao (cùng đơn vị đo) rồi chia cho 2.



Hình 14: Hiệu ứng trung điểm

2.3.2. Quy trình thiết kế sản phẩm thứ ba

Đầu tiên, tương tự hai sản phẩm trên, chúng tôi tạo các Slider để điều khiển các hiệu ứng trong sản phẩm thứ ba, cụ thể là Slider DungHinh, ThongSo, TrDiem, tach1, tach2, ghep1, ghep2 và SoSanh. Tiếp theo, chúng tôi tạo hiệu ứng dựng hình tương tự sản phẩm thứ nhất được điều khiển bởi Slider DungHinh, nhưng ở sản phẩm này chúng tôi sử dụng thêm phép quay để xuất hiện trung điểm I và J theo cú pháp được nêu trong Bảng 6.

Sau đó, chúng tôi thiết kế hiệu ứng hiển thị thông số của cạnh đáy là a và đường cao là h theo Slider ThongSo với cấu trúc lệnh (xem Bảng 7).

Nhằm mục đích giúp cho học sinh nhận định rằng O là trung điểm của đường cao AH, chúng tôi sử dụng phép quay được điều khiển bởi Slider TrDiem, If(TrDiem > 0, Rotate(j_1, $-\pi$ TrDiem, O)). Tiếp đến, là hiệu ứng tách hình tam giác AIJ ra khỏi hình tam giác ABC được thực hiện theo cấu trúc lệnh nhập vào thanh Input như sau (xem Bảng 8).

Tương tự như vậy, để cắt hình tam giác AIJ dọc theo đường AO và tách thành hai hình tam giác RUM và QNP, chúng tôi cũng sử dụng phép tịnh tiến như các cấu trúc lệnh nêu trên và thay đổi vectơ mới phù hợp với quỹ đạo đường đi, Bảng 6: Cấu trúc lệnh dựng hình

$I = If(DungHinh \ge 5, Midpoint(A, B))$
$J = If(DungHinh \ge 6, Midpoint(A, C))$
n = Segment(I, A)
r = Segment(J,A)
$p = If(DungHinh > 5, Rotate(n, If(5 \le DungHinh \le 6, \pi - \pi (6 - DungHinh), \pi), I))$
$s = If(DungHinh > 6, Rotate(r, If(6 \le DungHinh \le 7, \pi + \pi (7 - DungHinh), \pi), J))$

Bảng 7: Các lệnh thiết lập hiệu ứng thông số

$ W = If(ThongSo > 0, If(0 \le ThongSo \le 1, A + (ThongSo - 0) (B - H + (-0.5, 0)), A + B - H + (-0.5, 0)) $
T = W - (A - H)
$U = If(ThongSo > 1, If(1 \le ThongSo \le 2, B + (ThongSo - 1) (0, -0.5), B + (0, -0.5)))$

Bảng 8: Cấu trúc lệnh thiết lập chuyển động tách hình tam giác AIJ

$E = If(tach1 > 1, Translate(I, Vector(If(1 \le tach1$
$\leq 2, (tach1 - 1) Vector((0,0), (0,0.3)), Vector((0,0), (0,0.3))))))$
$N = If(tach1 > 2, If(2 \le tach1 \le 3, E + (tach1 - 2) (Z - E), Z))$

Bảng 9: Các lệnh ghép hình tam giác theo Slider ghep1 và ghep2

$l1 = \{C_1, B_1, D_1\}$
$l3 = \{E_1, F_1, G_1\}$
$l2 = Translate(Rotate(l1, ghep1 \pi, Midpoint(C_1, D_1)), Vector(ghep1 Vector(D_1, B)))$
l4 = Translate(Rotate(l3,ghep2 π, Midpoint(F_1,G_1)), Vector(ghep2 Vector(G_1,C)))

If(tach2 ≥ 1, Translate(L', (tach2 – 1)Vector((0,0), (-0.2,0)))). Qua phép tịnh tiến các điểm, chúng tôi sử dụng công cụ **Polygon** để nối các điểm ấy tạo thành các đa giác trong sản phẩm. Sau khi đã xuất hiện hai hình tam giác RUM và QNP, hiệu ứng ghép hình sẽ được điều khiển bởi Slider ghep1 và ghep2, với cấu trúc lệnh như Bảng 9.

Cuối cùng, để tạo được sự bắt mắt cho các đối tượng hình học, chúng tôi thực hiện phối màu theo các thứ tự: Background của cửa sổ graphics, các điểm, đoạn thẳng, góc và văn bản. Do đối tượng mà chúng tôi hướng tới là các học sinh lứa tuổi tiểu học cho nên màu Background của các sản phẩm mà chúng tôi chọn ở đây là màu tối và các đối tượng hình học là các màu tương phản, nhằm tạo không gian tập trung cho quá trình quan sát và nổi bật các đối tượng hình học cần lưu ý. Dựa trên diện tích của hình chữ nhật nhưng với thao tác cắt ghép khác với sản phẩm thứ nhất. Sản phẩm thứ ba sẽ giúp học sinh phát triển tư duy logic, tư duy hình học và học sinh sẽ tự khám phá ra được công thức tính diện tích hình tam giác một cách tự nhiên, không gượng ép.

2.4. Tổ chức thực nghiệm sư phạm đánh giá tính khả thi của sản phẩm

Mục đích thực nghiệm sư phạm để chúng tôi kiểm chứng tính khả thi và hiệu quả trong việc giải quyết các tình huống sư phạm, góp phần dạy học nội dung diện tích hình tam giác theo hướng tích cực hóa hoạt động của học sinh lớp 5. Quá trình thực nghiệm sư phạm được tổ chức tại Trường Tiểu học Trần Nguyên Hãn, Quận 8, Thành phố Hồ Chí Minh, thời gian tổ chức thực nghiệm từ ngày 21 tháng 02 năm 2022 đến ngày 26 tháng 02 năm 2022. Nội dung thực nghiệm trên bài dạy "Diện tích hình tam giác", sách giáo khoa Toán 5 [8]. Đối tượng thực nghiệm là các học sinh lớp Năm 1 và lớp Năm 2, Trường Tiểu học Trần Nguyên Hãn. Chúng tôi tiến hành phân tích đinh tính như sau:

Qua viêc lấy ý kiến nhân xét của giáo viên chủ nhiêm lớp thực nghiệm và theo dõi sự chuyển biến của học sinh trong quá trình dạy - học chúng tôi nhận thấy: 1/ Các sản phẩm được các giáo viên ở trường tiểu học đánh giá cao và mang lai kết quả tích cực trong day học: 2/ Tao được sự đam mê học Toán, hình thành tư duy logic, tư duy hình học cho học sinh; 3/ Học sinh lớp thực nghiệm vận dụng kiến thức để giải các bài tập có liên quan một cách thuận lợi.

Như vậy, qua sự phân tích định tính nêu trên đã khẳng định các sản phẩm DGP được đề xuất trong bài viết của chúng tôi khi đưa vào áp dung thực tế cho kết quả tích cực. Tiếp đến, qua phân tích đinh lượng, chúng tôi cho học sinh làm bài kiểm tra trước và sau thực nghiêm, kết quả đã như mong đợi và được thống kê ở bảng đánh giá (xem Bång 10 và Bång 11).

Qua quá trình kiểm đinh giả thuyết H bằng phần mềm SPSS, tỉ lệ bài đạt yêu cầu với điểm trung bình từ 7 trở lên là kết quả mà chúng tôi mong đợi.

3. Kết luân

Kết quả thu được qua quá trình thực nghiêm, đã

chứng minh tính hiệu quả của các sản phẩm mà chúng tôi nghiên cứu, đề xuất sử dụng phần mềm GeoGebra thiết kế một số sản phẩm hình học động phục vụ day diện tích hình tam giác ở môn Toán lớp 5 trong việc phát triển năng lực tự duy sáng tao của học sinh khi học vếu tố hình học. Chúng tôi quan sát và nhân thấy việc tổ chức sử dung phần mềm GeoGebra vào day học diện tích hình tam giác ở tiểu học không quá khó khăn đối với giáo viên khi thiết kế một bản trình chiếu ảnh động. Về phía học sinh lứa tuổi tiểu học, các sản phẩm hình học động với phép dời hình do chúng tội thiết kế bằng GeoGebra sẽ mang đến cho các em sư thích thú và niềm đam mê học Toán. Ngoài ra, với DGP học sinh có thể tương tác và điều khiển những chức năng cơ bản của chúng. Như vậy, phần mềm GeoGebra là một công cụ hữu ích, kết hợp đầy đủ các tính năng không chỉ phục vụ cho việc kiểm tra tính chính xác trong hoạt động cắt ghép hình mà còn cho học sinh tiếp cận với các kiến thức cơ bản của các môn khoa học khác. Từ đó, học sinh có thể hiểu được các cách xây dựng công thức tính diện tích hình tam giác ở môn Toán lớp 5 thông qua sản phẩm hình học động, đồng thời sẽ phát triển tự duy toán

One-Sample Statistics							
	N		Mean	Std. Deviation	Std. Error Me	an	
Điểm số lớp đối chứng	40		7.3750	1.42662	.22557		
One-Sample Test							
	Test Val	ue = 7			95% Confidence Interval of the Difference		
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean			
				Difference	Lower	Upper	
Điểm số lớp đối chứng	1.662	39	.104	.37500	0813	.8313	

Bảng 10: Điểm số lớp đối chứng

Bảng 11: Điểm số lớp thực nghiêm

One-Sample Statistics							
	N		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean		
Điểm số lớp thực nghiệm	42		8.6190	1.28694	.19858		
One-Sample Test							
	Test Valu	ue = 7					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Differen		
					Lower	Upper	
Điểm số lớp đối chứng	8.153	41	.000	1.61905	1.2180	2.0201	

N: Mẫu; Mean: Trung bình mẫu; Std. Deviation: Đô lệch chuẩn; Std. Error Mean: Sai số chuẩn của trung bình mẫu; Sig. (2-tailed): Giá trị Sig; Mean Difference: Sự khác biệt trung bình mẫu; 95% Confidence Interval of the Difference: Khoảng tin cậy 95% của sự khác biệt.

học, qua đó rút ngắn thời gian truyền đạt kiến thức và nâng cao hiệu quả giáo dục. Hướng nghiên cứu tiếp nối, chúng tôi sẽ thực hiện thiết kế các sản phẩm hình học

Tài liệu tham khảo

- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M., and Lavicza, Z., (2009), *Introducing dynamic mathematics software* to secondary school teachers: The case of GeoGebra, The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, vol. 28.
- [2] Shadaan, P., & Leong, K. E., (2013), Effectiveness of Using GeoGebra on Student Understanding in Learning Circles, Malaysian Online Journal of Educational Technology, vol. 1, no. 4, pp.1-11.
- [3] Bùi Minh Đức, (2017), Sử dụng phần mềm GeoGebra hỗ trợ dạy học giải bài toán hình học không gian bằng thủ pháp "trải hình", Tạp chí Giáo dục, tr.124, Số đặc biêt.
- [4] Nguyễn Đăng Minh Phúc Huỳnh Minh Sơn, (2021), Úng dụng phép dụng hình mềm trong dạy học Toán cho

động về diện tích hình chữ nhật, các bài toán thể tích 3D trong tương lai gần.

học sinh ở trường phổ thông, Tạp chí Giáo dục, vol. 494, tr.31-36.

- [5] Lê Minh Cường, (2017), Rèn luyện cho sinh viên đại học Sư phạm ngành Toán kĩ năng ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học ở trường phổ thông, Luận án Tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [6] Anat Klemer Shirley Rapoport, (2020), Origami and GeoGebra Activities Contribute to Geometric Thinking in Second Graders, EURASIA, vol. 16, no.1305-8223, pp.1-12.
- [7] Putra Z H Wulandari W Alpusari M and Hermita N, (2021), Developing a Dynamic Number Card Games to Support Students' Number Sense: A Preliminary Study.

CONSTRUCTING DYNAMIC GEOMETRY PRODUCTS BY GEOGEBRA SOFTWARE FOR TEACHING THE AREA OF TRIANGLES IN PRIMARY SCHOOLS

Tran Hoa Hiep*¹, Nguyen Tan Tai²

¹ Email: thhiep@sgu.edu.vn

² Email: tainguyensgu2021@gmail.com

Sai Gon University

ABSTRACT: This paper aims at studying Dynamic Geometry Software (DGS) on providing some practical applications in primary education. Specifically, the authors focus on establishing a formula for finding the area of triangles at different levels from basic to advance in order to help primary students develop geometric and visual thinking by using GeoGebra software. It is expected that these results and the methodological approach used in this study will be of interest to students and teachers in Primary Education.

KEYWORDS: GeoGebra, DGS, DGP, triangles, sliders, primary, dynamic, area.

^{*} Corresponding author

²⁷³ An Duong Vuong, District 5,

Ho Chi Minh City, Vietnam