Dạy học Xác suất có điều kiện ở lớp 12 theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018

Nguyễn Ái Quốc

Email: nguyenaq2014@gmail.com
Trường Đại học Sài Gòn
273 An Dương Vương, Quận 5,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

TÓM TẮT: *Việc xuất hiện khái niệm Xác suất có điều kiện ở lớp 12 trở thành một trong những điểm mới quan trọng trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018. Điều này đòi hỏi giáo viên phải chuẩn bị ý tưởng cho thiết kế tình huống dạy học để soạn thảo kế hoạch bài dạy Xác suất có điều kiện. Mặt khác, việc đánh giá tính hiệu quả của tình huống dạy học cần phải được thực hiện để có thể điều chỉnh và cải tiến nó được hoàn thiện hơn. Bài viết trình bày: Thực nghiệm thứ nhất về tình huống dạy học Xác suất có điều kiện để hình thành khái niệm Xác suất có điều kiện và kĩ năng giải quyết bài toán liên quan Xác suất có điều kiện ở học sinh; Thực nghiệm thứ hai về đánh giá mức độ đạt được chuẩn kiến thức và kĩ năng của học sinh theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018.*

TỪ KHÓA: Xác suất có điều kiện, biến cố, sơ đồ cây, Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán, tình huống dạy học.

➔ Nhận bài 25/5/2022 ➔ Nhận bài đã chỉnh sửa 20/6/2022 ➔ Duyệt đăng 15/11/2022.

DOI: https://doi.org/10.15625/2615-8957/12211107

1. Đặt vấn đề

Trong *Hướng dẫn dạy học môn Toán trung học phổ thông theo Chương trình giáo dục phổ thông mới*, Xác suất có điều kiện được tiếp cận qua định nghĩa như sau: "*Nếu M, R là các biến cố, thì xác suất có điều kiện của biến cố M với điều kiện biến cố R đã xảy ra là* $P_R(M) = \dfrac{P(M \cap R)}{P(R)}$." [1, tr.158].

Trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018, các yêu cầu cần đạt đối với nội dung Xác suất có điều kiện được phân hóa mức độ rõ ràng từ dễ đến khó. Đầu tiên là để học sinh "Nhận biết được khái niệm, giải thích được ý nghĩa của Xác suất có điều kiện trong những tình huống thực tiễn quen thuộc". Sau đó học sinh phải sử dụng được các kiến thức liên quan: Sơ đồ cây, công thức Bayes vào việc giải quyết các bài toán Xác suất có điều kiện. Cuối cùng là "Vận dụng khái niệm để giải quyết một số tình huống thực tiễn". Tham chiếu với thang đánh giá Bloom, các yêu cầu đặt ra tương ứng với các mức độ như sau: Về lĩnh vực nhận thức (nhận biết, hiểu, vận dụng), về lĩnh vực tâm lí – vận động (bắt chước, thao tác, chuẩn hóa, phối hợp).

Bài viết này trình bày thiết kế kế hoạch bài dạy Xác suất có điều kiện xoay quanh kiến thức sơ đồ cây để học sinh đáp ứng được các yêu cầu trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018, chủ yếu tập trung ở các mức độ: Về lĩnh vực nhận thức (nhận biết, hiểu), về lĩnh vực tâm lí – vận động (bắt chước, thao tác, chuẩn hóa).

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Tổng quan các công trình nghiên cứu

Fischbein và Gazit (1984) phát triển hai tình huống dạy học: Tình huống 1 cho việc chọn một vật và đặt trở lại vị trí ban đầu, tình huống 2 cho việc chọn một vật và không đặt trở lại vị trí ban đầu. Dựa trên phân tích kết quả thực nghiệm, Fischbein và Gazit đã xác định được hai quan niệm sai lầm cơ bản trong suy nghĩ của học sinh về Xác suất có điều kiện:

- Học sinh không nhận ra rằng, không gian mẫu đã thay đổi trong tình huống không đặt vật trở lại vị trí ban đầu.

- Học sinh tìm ra xác suất của một biến cố trong tình huống không đặt vật trở lại vị trí ban đầu bằng cách so sánh số lượng kết quả thuận lợi cho biến cố trước và sau lần thử đầu tiên hơn là bằng cách so sánh với tổng số kết quả [2, tr.8-9].

Tarr và Lannin (1997) mở rộng nghiên cứu của Fischbein và Gazit, cùng nhau thực hiện thử nghiệm và đưa đến kết luận về 4 cấp độ tư duy của học sinh khi tiếp xúc với khái niệm Xác suất có điều kiện như sau: Cấp độ 1 (chủ quan), cấp độ 2 (chuyển tiếp), cấp độ 3 (định lượng không chính thức), cấp độ 4 (số) [3].

Trong một nghiên cứu liên quan, Tarr (2002) báo cáo rằng, các phán đoán xác suất có điều kiện của học sinh bị khiếm khuyết do sử dụng sai cụm từ "cơ hội 50-50" theo hai cách riêng biệt [4]. Đặc biệt, khi không gian mẫu chứa hai phần tử, học sinh thường cho rằng, mỗi kết quả có "cơ hội 50-50", ngay cả khi hai biến cố không có khả năng xảy ra như nhau. Ngoài ra, học sinh áp dụng cụm từ này cho các tình huống xác suất, trong đó có nhiều hơn hai kết quả trong không gian mẫu, có khả năng xảy ra như nhau và kết luận rằng, mỗi sự kiện đều có "cơ hội 50-50". Cả hai cách sử dụng "cơ hội 50-50" không hợp lệ này đều có vấn đề vì học sinh xem xét các xác suất có điều kiện trong các tình huống không đặt vật trở lại vị trí ban đầu.

Jessica S. Ancker (2006) chỉ ra hai sai lầm phổ biến mà học sinh thường mắc phải là nhầm lẫn P(A|B) với P(B|A), không nhận ra sự khác biệt giữa P(A|B) và P(A) [5]. Những sai lầm này xuất phát từ cùng một vấn đề cơ bản, đó là không thể nhận ra khi không gian mẫu, hoặc mẫu số của phép tính tần số đã thay đổi. Tất cả các biến cố A|B, B|A và A đều được cho là cùng một biến cố và học sinh cố gắng mô tả tất cả chúng bằng các kĩ thuật giống nhau. Do đó, các phương pháp giảng dạy hiệu quả cần thu hút sự chú ý đến tất cả các đặc điểm cho phép phân biệt các biến cố là khác nhau. Cụm từ "A cho trước B" có thể không đủ để thu hút sự chú ý đến sự tồn tại của một loại biến cố mới, có lẽ bởi vì cụm từ này hiếm khi được sử dụng bên ngoài thống kê. Mô tả các biến cố có điều kiện là "A trong B" hoặc "B trong A" có thể khuyến khích học sinh hình dung một biến cố này như một tập con của một biến cố khác và nhấn mạnh sự tồn tại của một loại biến cố mới. Do đó, ngôn ngữ này nhấn mạnh khái niệm "không gian mẫu thu hẹp" thường được sử dụng để dạy Xác suất có điều kiện trong các văn bản xác suất [6].

Ngoài ra, với kiến thức liên quan đến xác suất có điều kiện tiêu biểu là công thức xác suất đầy đủ, Thái Trần Phương Thảo và Nguyễn Ái Quốc (2018) cũng đã thực hiện một nghiên cứu về những sai lầm của sinh viên kinh tế kĩ thuật tại Trường Đại học Sài Gòn khi tiếp cận khái niệm này [7]. Trong bài viết này, các tác giả đã đặt ra hai bài toán, từ đó chỉ ra được ba quan niệm sai lầm thông qua một thực nghiệm trên 58 sinh viên tại trường đại học. Các sai lầm cụ thể như sau: Phân vùng không gian mẫu không phù hợp; các sự kiện loại trừ lẫn nhau đều có cơ hội như nhau; cộng xác suất hai sự kiện ở hai không gian mẫu khác nhau.

2.2. Định hướng và đề xuất giải pháp cho dạy học Xác suất có điều kiện tại Việt Nam

Nghiên cứu này nhằm mục đích hình thành kiến thức xác suất có điều kiện và kĩ năng giải quyết bài toán về xác suất có điều kiện cho học sinh nhưng được thực hiện trong bối cảnh chưa có sách giáo khoa Toán lớp 12 theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018. Mặt khác, vấn đề đặt ra là làm thế nào có thể đánh giá được sự hình thành kiến thức Xác suất có điều kiện ở học sinh cũng như kĩ năng vận dụng kiến thức vào việc giải quyết các bài toán về Xác suất có điều kiện? Để tìm câu trả lời các vấn đề nêu trên, chúng tôi tổ chức nghiên cứu qua ba giai đoạn: 1/ Nghiên cứu yêu cầu cần đạt đối với nội dung Xác suất có điều kiện của lớp 12; 2/ Xây dựng và tổ chức tình huống dạy học để hình thành kiến thức Xác suất có điều kiện ở học sinh và xây dựng cho học sinh các kĩ năng giải quyết bài toán Xác suất có điều kiện (bằng định nghĩa Xác suất có điều kiện, bằng định nghĩa xác suất cổ điển, bằng sơ đồ cây) trong thực nghiệm 1; 3/ Đánh giá mức độ nhận thức và tâm lí - vận động của học sinh về Xác suất có điều kiện theo thang đánh giá Bloom trong thực nghiệm 2.

2.3. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu phân tích: Để tìm kiếm những yếu tố phù hợp với Chương trình Giáo dục phổ thông mới phục vụ cho việc xây dựng tình huống, chúng tôi tiến hành phân tích Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 và hai cuốn sách giáo khoa dưới đây:

Sách giáo khoa Toán của Chương trình song ngữ Pháp - Việt hiện đang giảng dạy tại các trường Trung học phổ thông Nguyễn Thị Minh Khai và Trung học phổ thông chuyên Lê Hồng Phong: Mathématiques 12ème (2002) của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Sách giáo khoa của Anh có tên Mathematics for the international students (Third edition, 2012) của các tác giả David Martin, Robert Haese, Sandra Haese, Michael Haese, Mark Humphries đang được sử dụng tại các trường quốc tế thuộc hệ thống giáo dục Anh quốc theo tiêu chuẩn IB.

Nghiên cứu thực nghiệm: Chúng tôi xây dựng tình huống dạy học và tiến hành hai thực nghiệm với 84 học sinh lớp 11 Trường Trung học phổ thông Long Thới. Thực nghiệm 1 đặt học sinh vào tình huống diễn ra trong 4 pha với 4 bài toán kéo dài 60 phút. Thực nghiệm 2 kéo dài trong 25 phút, được tiến hành sau tình huống dạy học Xác suất có điều kiện với 4 câu hỏi khảo sát đánh giá.

2.4. Nội dung thực nghiệm

2.4.1. Thực nghiệm 1

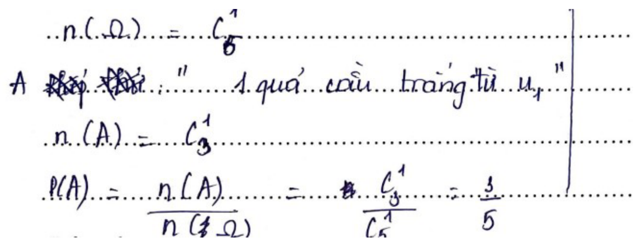
- Pha 1: Hình thành kiến thức (thực hiện trong thời gian 15 phút)

Mục tiêu: Giúp học sinh tự khám phá tri thức dưới sự hỗ trợ, định hướng của giáo viên.

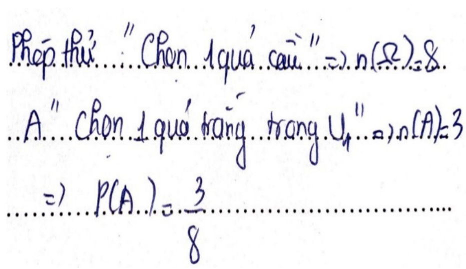
Giáo viên yêu cầu cả lớp cùng thực hiện nhiệm vụ giải quyết bài toán mở đầu trong phiếu thực nghiệm 1:

Bài toán 1: *Cho hai hộp U_1 và U_2 giống nhau về kích thước và màu sắc bên ngoài. Trong đó hộp U_1 chứa 3 quả cầu trắng, 1 quả cầu đen và hộp U_2 chứa 2 quả cầu trắng, 2 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên một hộp và chọn một quả cầu từ hộp đó. Giả sử biết rằng quả cầu được chọn có màu trắng, tính xác suất để quả cầu đó được lấy từ hộp U_1?*

Học sinh thực hiện độc lập việc phân tích đề, hầu hết (67/84) đều lựa chọn xác suất cổ điển làm cơ sở lí thuyết. Từ đó đưa ra được 2 lời giải hoàn chỉnh và rõ ràng nhất:


n(Ω) = C_5^1
A ~~Phép thử~~ "1 quả cầu trắng từ U_1"
n(A) = C_3^1
P(A) = $\frac{n(A)}{n(\Omega)}$ = $\frac{C_3^1}{C_5^1}$ = $\frac{3}{5}$

Hình 1: Bài toán 1 – Lời giải 1


Phép thử "Chọn 1 quả cầu" => n(Ω) = 8.
A "Chọn 1 quả trắng trong U_1" => n(A) = 3
=> P(A) = $\frac{3}{8}$

Hình 2: Bài toán 1 – Lời giải 2

Nhìn chung, cả hai lời giải chỉ khác nhau ở việc tính toán số phần tử Ω:

Lời giải 1 (xem Hình 1): Số phần tử Ω bằng số quả cầu trắng ở cả hai hộp n(Ω) = 5.

Lời giải 2 (xem Hình 2): Số phần tử Ω bằng số quả cầu ở cả hai hộp n(Ω) = 8.

Sau đó, giáo viên tổ chức cho học sinh thảo luận và tìm ra lời giải 1 hợp lí hơn với lập luận rằng: *"Giả sử biết rằng, quả cầu được chọn có màu trắng nên chỉ xét các quả cầu màu trắng"*. Cuối cùng, giáo viên đưa đến kết luận chung: Lời giải 1 chính xác với *phương pháp sử dụng định nghĩa xác suất cổ điển* $M_{XSCĐ}$. Trong phương pháp này, để tính Xác suất có điều kiện của biến cố A với điều kiện biến cố B chắc chắn xảy ra P(A|B), học sinh tiến hành các bước sau:

Tính số phần tử của Ω (= số phần tử của B: n(B)). Tính số phần tử thuận lợi cho biến cố cần tính (= số phần tử của A xét trong B: n(A∩B).

Thực hiện phép chia: $\dfrac{\text{số phần tử thuận lợi}}{\text{số phần tử của }\Omega}$.

Kết quả: Trong **Bài toán 1**, có 53/84 học sinh quan tâm đến biến cố chắc chắn xảy ra là "quả cầu được chọn có màu trắng", trong đó 41/53 học sinh thực hiện thu hẹp không gian mẫu trên biến cố đó, còn lại đều mắc chung một sai lầm, minh họa ở lời giải 2 "n(Ω) = 8". Hầu hết (67/84) học sinh đều có chung hướng giải là dùng công thức Xác suất cổ điển, trong đó 28/84 học sinh giải quyết theo $M_{\text{Xác suất cổ điển}}$. Điều này cho thấy một số học sinh bắt đầu xây dựng quy tắc tính Xác suất có điều kiện như sau: $P(A|B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(B)}$

- Pha 2: Thể chế hóa (thực hiện trong thời gian 5 phút).

Mục tiêu: Kiến tạo tri thức mới và xây dựng định nghĩa Xác suất có điều kiện đầy đủ.

Từ lời giải 1, giáo viên dẫn dắt để học sinh đưa ra công thức $P(A \text{ biết rằng } B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(B)}$. Cuối cùng, giáo viên thực hiện phép chia cả tử, mẫu cho n(Ω) để đưa ra công thức xác suất có điều kiện hoàn chỉnh.

Xác suất của biến cố A biết rằng biến cố B đã xảy ra kí hiệu P(A|B) *và tính bằng công thức* $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Kết quả: Hoạt động của giáo viên chiếm phần lớn. Hoạt động nổi bật là học sinh cho được 2 ví dụ tình huống có Xác suất có điều kiện: "*Tính xác suất là có bệnh biết kết quả test dương tính*", "*Tính xác suất là học sinh nữ biết bạn đó học giỏi*".

- Pha 3: Củng cố (thực hiện trong thời gian 25 phút)

Mục tiêu: Xây dựng cho học sinh các kĩ năng giải quyết bài toán Xác suất có điều kiện (bằng định nghĩa xác suất có điều kiện, bằng sơ đồ cây).

Giáo viên tổ chức dẫn dắt để học sinh *bắt chước* thực hiện câu a **Bài toán 2** bằng *phương pháp sử dụng định nghĩa xác suất có điều kiện* $M_{\text{XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN}}$ theo các bước:

Tính số phần tử của các biến cố: n(Ω), n(B), n(A∩B)

Tính xác suất của các biến cố: P(B), P(A∩B)

Tính $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Minh họa câu a bằng lời giải như sau:

Bài toán 2: *Biết rằng gia đình cô Xuân có 2 người con*

a. Tính xác suất 2 người con đều là gái biết rằng có ít nhất 1 người là gái.

b. Tính xác suất 2 người con đều là gái biết rằng người con đầu là gái.

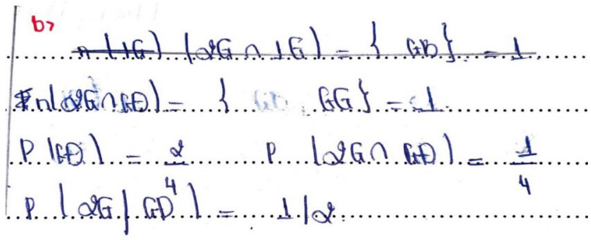
a. $\Omega = \{GG, BG, GB, BB\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$

$G = \{GG, BG, GB\} \Rightarrow n(G) = 3$

$GG \cap G = \{GG\} \Rightarrow n(GG \cap G) = 1$

$$P(GG \mid G) = \frac{P(GG \cap G)}{P(G)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

Học sinh *thao tác* lại câu b **Bài toán 2** dưới sự hướng dẫn của giáo viên thì được kết quả là lời giải 2 (xem Hình 3). Bước đầu một số học sinh gặp khó khăn trong việc xác định và gọi tên các biến cố cần quan tâm. Ngoài ra, lỗi sai điển hình nhất là sự nhầm lẫn kí hiệu toán học



Hình 3: Bài toán 2 – Lời giải câu b

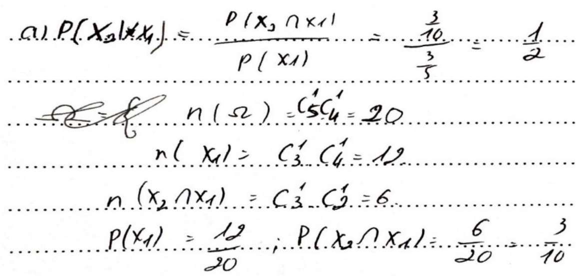
ví dụ ở lời giải câu b, học sinh viết "n(2G∩GD) – {GG} – 1".

Tiếp theo, giáo viên giao nhiệm vụ học tập cho học sinh *thao tác* câu a **Bài toán 3** thì nhận được các lời giải tiêu biểu như sau:

Bài toán 3: *Trong một hộp gồm 5 thẻ có hình dạng, kích thước giống nhau trong đó có 3 thẻ được đánh dấu và 2 thẻ không đánh dấu. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai thẻ và không bỏ trở vào.*

a. Giả sử biết rằng thẻ thứ nhất được chọn có đánh dấu, tính xác suất chọn được thẻ thứ hai có đánh dấu.

b. Tính xác suất thẻ thứ hai được chọn có đánh dấu.



Hình 4: Bài toán 3 - Lời giải câu a

Nhận thấy lời giải câu a (xem Hình 4) áp dụng $M_{\text{XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN}}$ hoàn toàn chính xác. Các lời giải còn lại chủ yếu xoay quanh 2 lỗi sai thường gặp như sau:

Học sinh chịu ảnh hưởng từ Bài toán 2 nên tiếp tục dùng phương pháp liệt kê để tính toán $n(X_1) = \{XO, XX\}$, $n(X_1 \cap X_2) = \{XX\}$ nhưng học sinh liệt kê không đầy đủ.

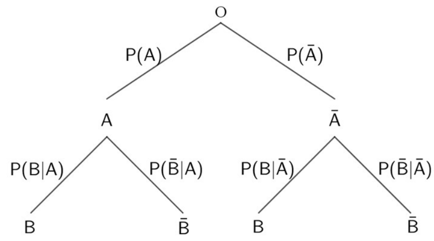
Học sinh biết điều chỉnh phương pháp đại số tổ hợp để phù hợp hơn với bài toán. Tuy nhiên, tính toán "$n(X_1) = C_3^1$" chứng tỏ học sinh chưa chú ý đến quy tắc nhân.

Tiếp theo, giáo viên tổ chức dẫn dắt để học sinh bắt chước thực hiện câu b **Bài toán 3** bằng phương pháp sử dụng sơ đồ cây $M_{\text{sơ đồ cây}}$ theo các bước sau:

Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (xem Sơ đồ 1) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.

Tính $P(A \cap B)$ bằng xác suất của lộ trình (0–A–B)

Tính P(B) bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là (0–A–B) và (0–$\overline{A}$–B).



Sơ đồ 1: Sơ đồ cây lời giải

Minh họa lời giải câu b bên dưới:

b. Xác suất thẻ thứ hai được chọn có đánh dấu là tổng xác suất của hai lộ trình:

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}(0 - X_1 - X_2)$$

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}(0 - \overline{X_1} - X_2)$$

$$P(X_2) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$$

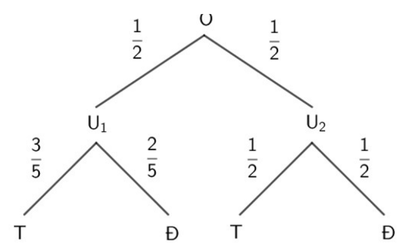
Kết quả: Trong **Bài toán 2**, học sinh bước đầu sử dụng định nghĩa xác suất có điều kiện khá suôn sẻ. Trở ngại xuất hiện xoay quanh việc xác định, gọi tên các biến cố liên quan trong bài toán và một vài nhầm lẫn kí hiệu toán học của học sinh. Trong **Bài toán 3**, tình huống "chọn và không bỏ trở lại", chúng tôi nhận thấy học sinh gặp khó khăn nhất ở bước tính toán đại lượng xác suất trên các nhánh và có vẻ các tính chất của biến cố đối ($P(\overline{A}) = 1 - P(A)$) chưa được các em chú trọng khai thác.

- Pha 4: Vận dụng (thực hiện trong thời gian 10 phút)

Mục tiêu: Học sinh sử dụng $M_{\text{sơ đồ cây}}$ để giải quyết bài toán xác suất có điều kiện

Bài toán 4: *Cho hai hộp U_1 và U_2 giống nhau về kích thước và màu sắc bên ngoài. Trong đó hộp U_1 chứa 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đen và hộp U_2 chứa 2 quả cầu trắng, 2 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên một hộp và chọn một quả cầu từ hộp đó. Giả sử biết rằng quả cầu được chọn có màu trắng, tính xác suất để quả cầu đó được lấy từ hộp U_1?*

Minh họa bằng lời giải bài toán 4 bên dưới (xem Sơ đồ 2):



Sơ đồ 2: Sơ đồ lời giải bài toán 4

Xác suất để chọn được quả cầu màu trắng là tổng xác suất của hai lộ trình:

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$ (lộ trình $0 - U_1 - T$)

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ (lộ trình $0 - U_2 - T$)

$$P(T) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{20}$$

$$P(U_1 \cap T) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10} \text{ (lộ trình } 0 - U_1 - T\text{)}$$

$$P(U_1 | T) = \frac{P(U_1 \cap T)}{P(T)} = \frac{6}{11}$$

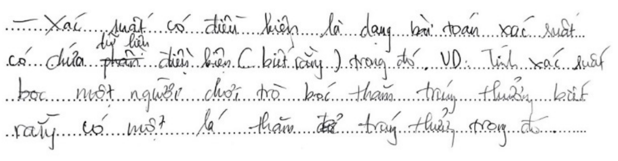
Kết quả: Trong **Bài toán 4,** học sinh vẫn áp dụng công thức xác suất cổ điển như bài toán 1. Nguyên nhân sai lầm bắt nguồn từ việc học sinh bỏ qua việc xem xét các biến cố sơ cấp đồng xác suất. Đối với bài toán này, bước tính toán đại lượng xác suất trên các nhánh có vẻ dễ dàng hơn đối với học sinh so với Bài toán 3.

2.4.2. Thực nghiệm 2

Câu 1: Hãy giải thích khái niệm Xác suất có điều kiện theo cách hiểu của em. Lấy ví dụ minh họa tình huống có sử dụng Xác suất có điều kiện.

Bảng 1: **Thống kê câu trả lời của câu hỏi 1**

Phương án trả lời	Số học sinh	Tỉ lệ
Khái niệm Xác suất có điều kiện, ví dụ minh họa	40/84	48%
Khái niệm Xác suất có điều kiện, công thức, ví dụ minh họa	20/84	24%
Khái niệm Xác suất có điều kiện	16/84	19%



Hình 5: Câu 1 – Lời giải 1

Kết luận: Sau khi thống kê số liệu, chúng tôi đưa ra đánh giá tổng quan các mức độ mà học sinh đạt được về *mặt kiến thức* Xác suất có điều kiện như sau (xem Bảng 2):

Bảng 2: **Đánh giá mức độ về kiến thức, kĩ năng của câu hỏi 1**

Mức độ	Phần trăm (số lượng học sinh)
Hiểu được khái niệm và cho ví dụ	71% (60/84)
Nhận biết được khái niệm	19% (16/84)

Học sinh đã tự hình thành hai đặc trưng riêng nổi bật của Xác suất có điều kiện:

Tình huống xuất hiện Xác suất có điều kiện luôn tuân theo mô típ câu hỏi "tính xác suất … biết rằng …" (xem Hình 5).

Các bài toán Xác suất có điều kiện thường có phương hướng giải quyết bằng sơ đồ cây khi có đến 45/84 học sinh lựa chọn ví dụ có trình bày bài giải sử dụng sơ đồ cây.

Câu 2: Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Biết rằng tích số chấm xuất hiện trên mặt của hai con súc sắc là 12. Tính xác suất để không có xúc xắc nào xuất hiện mặt 6 chấm?

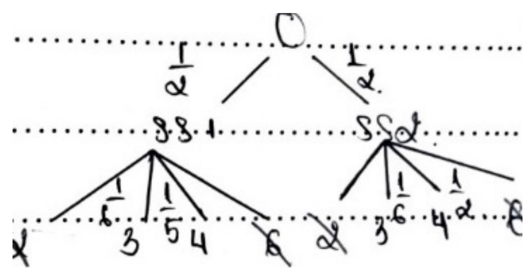
Bảng 3: **Thống kê câu trả lời của câu hỏi 2**

Phương án giải	Lời giải	Số học sinh	Tỉ lệ
$M_{\text{Sơđồcây}}$	Lời giải 1	29/84	35%
$M_{\text{Xác suất có điều kiện}}$	Lời giải 2	28/84	33%
$M_{\text{Xác suất cổ điển}}$	Lời giải 3	24/84	29%

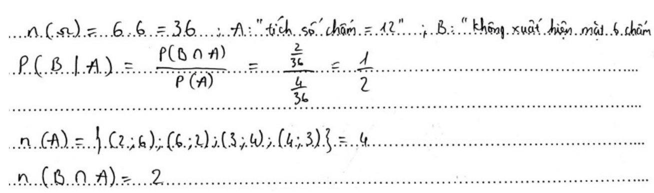
Kết luận: Qua đây, chúng tôi đưa ra đánh giá các mức độ mà học sinh đạt được về *mặt kĩ năng* như sau (xem Bảng 4):

Bảng 4: **Đánh giá mức độ về kiến thức, kĩ năng của câu hỏi 2**

Mức độ	Phần trăm (số lượng học sinh)
Chuẩn hóa được kĩ năng sử dụng Xác suất có điều kiện	31% (26/84)
Chuẩn hóa được kĩ năng sử dụng Xác suất cổ điển	19% (16/84)



Hình 6: Câu 2 – Lời giải 1



Hình 7: Câu 2 – Lời giải 2

Khi giải quyết bài toán Xác suất có điều kiện ở trường hợp đơn giản, học sinh có những xu hướng làm bài sau:

Sơ đồ cây được học sinh ưu tiên lựa chọn nhiều nhất.

Công thức Xác suất cổ điển cũng được ghi nhận với hơn 29% học sinh nghĩ đến.

Sai lầm học sinh thường gặp nhất khi sử dụng công thức Xác suất cổ điển là tính toán không gian mẫu thu hẹp trên biến cố cho trước xảy ra.

Câu 3: *Có 2 thùng A và B giống nhau về màu sắc và kích thước, thùng A có 5 hộp trong đó có 3 hộp có phần thưởng, thùng B có 6 hộp trong đó có 4 hộp có phần thưởng. Chọn ngẫu nhiên một thùng và lấy một hộp. Tính xác suất chọn được hộp có phần thưởng.*

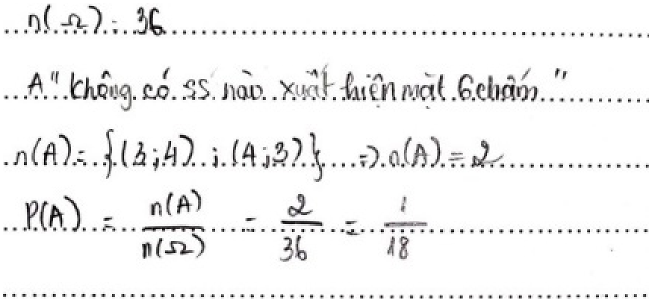
Bảng 5: Thống kê câu trả lời của câu hỏi 3

Phương án giải	Lời giải	Số học sinh	Tỉ lệ
$M_{\text{Sơđồcây}}$	Lời giải 1	57/84	68%
$M_{\text{Xác xuất cổ điển}}$	Lời giải 2	16/84	19%

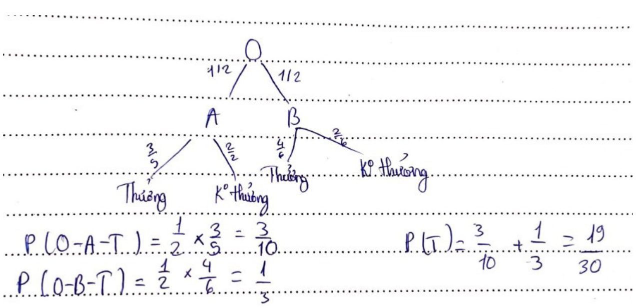
Kết luận: Chúng tôi đưa ra đánh giá các mức độ mà học sinh đạt được về mặt kĩ năng như sau (xem Bảng 6):

Bảng 6: Đánh giá mức độ về kiến thức, kĩ năng của câu hỏi 3

Mức độ	Phần trăm (số lượng học sinh)
Xây dựng các nhánh của sơ đồ cây	62% (49/84)
Tính toán số liệu trên các nhánh sơ đồ cây	38% (32/84)
Chuẩn hóa được kĩ thuật dùng sơ đồ cây	38% (32/84)



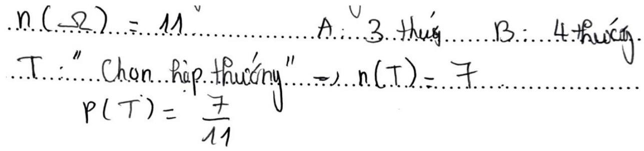
Hình 8: Câu 2 – Lời giải 3



Hình 9: Câu 3 – Lời giải 1

Khi giải quyết bài toán trên, học sinh có những xu hướng làm bài sau:

$M_{\text{Sơđồcây}}$ được ưu tiên hơn.



Hình 10: Câu 3 – Lời giải 2

Tính chất của biến cố đối ($P(\overline{A}) = 1 - P(A)$) chưa được học sinh chú ý đến.

Sai lầm học sinh thường gặp nhất là xây dựng các nhánh của sơ đồ không đầy đủ và số liệu xác suất chưa hoàn chỉnh.

Câu 4: *Một túi kẹo chứa 10 thanh sôcôla trong đó 4 thanh sôcôla trắng, 6 thanh sôcôla đen. Chọn ngẫu nhiên lần lượt 2 thanh sôcôla mà không bỏ trở lại túi. Tính xác suất lần đầu tiên chọn được thanh sôcôla trắng biết lần thứ hai chọn được thanh sôcôla đen.*

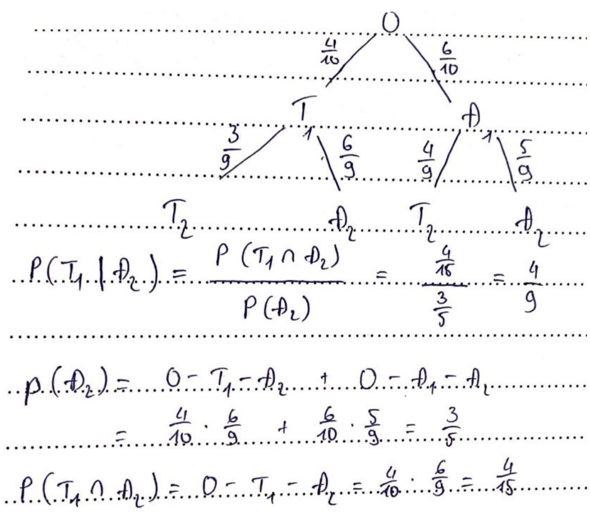
Bảng 7: Thống kê câu trả lời của câu hỏi 4

Phương pháp giải	Lời giải	Số học sinh	Tỉ lệ
$M_{\text{Sơđồcây}}$	$LG_{4.1}$	62/84	74%

Kết luận: Chúng tôi đưa ra đánh giá các mức độ mà học sinh đạt được về mặt kĩ năng như sau (xem Bảng 8):

Bảng 8: Đánh giá mức độ về kiến thức, kĩ năng của câu hỏi 4

Mức độ	Phần trăm (số lượng học sinh)
Xây dựng các nhánh của sơ đồ cây	67% (56/84)
Tính toán số liệu trên các nhánh sơ đồ cây	37% (31/84)
Chuẩn hóa được kỹ năng sử dụng sơ đồ cây	25% (21/84)



Hình 11: Lời giải câu 4

Khi giải quyết bài toán là tình huống chọn và không bỏ trở lại, tồn tại ở học sinh những quan niệm sau:

Sơ đồ cây được học sinh ưu tiên sử dụng và không xuất hiện thêm phương pháp giải khác

Việc xây dựng các nhánh của sơ đồ cây và tính toán số liệu Xác suất có điều kiện trên các nhánh là hai sai lầm phổ biến của học sinh.

3. Kết luận

Nghiên cứu đã giúp học sinh đạt được một số yêu cầu mà Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 đưa ra tương ứng với các mức độ trong thang đánh giá Bloom, minh chứng qua những số liệu cụ thể (xem Bảng 9). Thực nghiệm 1 còn là minh họa cho việc dạy học xác suất có điều kiện theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 nhằm tạo cho học sinh cơ hội làm việc, trao đổi, học tập lẫn nhau, giúp các em tiếp cận được những kiến thức mới, đạt yêu cầu về kiến thức và kĩ năng theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018.

Bảng 9: Tổng kết số liệu từ các bảng 2,4,6,8

Về mặt kiến thức	Về mặt kĩ năng
Khoảng 90% học sinh đạt mức độ nhận biết, trong đó khoảng 71% học sinh đạt mức độ hiểu.	Có khoảng 70% bắt chước được $M_{\text{Xác suất có điều kiện}}$, $M_{\text{Sơđồcây}}$. Có khoảng 50% thao tác được $M_{\text{Xác suất có điều kiện}}$, $M_{\text{Sơđồcây}}$. Có khoảng 31% chuẩn hóa được $M_{\text{Xác suất có điều kiện}}$. Có khoảng 19% chuẩn hóa được $M_{\text{Xác suất cổ điển}}$. Có khoảng 38% chuẩn hóa được $M_{\text{Sơđồcây}}$.

Tài liệu tham khảo

[1] Đỗ Đức Thái - Đỗ Tiến Đạt - Nguyễn Hoài Anh - Phạm Xuân Chung - Nguyễn Sơn Hà - Phùng Hồ Hải - Phạm Sỹ Nam, (2019), *Hướng dẫn dạy học môn Toán trung học phổ thông theo Chương trình Giáo dục phổ thông mới*, tr.156 – 160, NXB Đại học Sư phạm, Thành phố Hồ Chí Minh.

[2] Fischbein, E., & Gazit, A, (1984), *Does the Teaching of Probability Improve Probabilistic Intuitions?* Educational Studies in Mathematics, 15, p.1-24.

[3] Tarr, J. E., & Lannin, J. K, (1997), *How can teachers build notions of conditional probability and independence?* Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning, (2005), Springer New York, NY, p.215 – 238.

[4] Tarr, J. E, (2002), *The confounding effects of "50-50 chance" in making conditional probability judgments*, Focus on Learning Problems in Mathematics, 24, p.35-53.

[5] Ancker, J. S, (2006), *The Language of Conditional Probability*, Journal of Statistics Education, 14:2, DOI: 10.1080/10691898.2006.11910584.

[6] Ross, S, (2002), *A First Course in Probability* (6th ed.), Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

[7] Nguyen Ai Quoc - Thai Tran Phuong Thao, (2018), *Research On Mistakes Of Economics And Engineering Students In Learning The Total Probability*, Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh, tập 15, số 7, tr.44 – 58.

[8] Bộ Giáo dục và Đào tạo, (26/12/2018), *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo)*, Hà Nội.

[9] Ministère de l'Éducation et de la Formation, (2002), *Mathématiques 12ème*.

[10] David Martin - Robert Haese - Sandra Haese - Michael Haese - Mark Humphries, (2012), *Mathematics for the international student*, tr.734 – 778.

TEACHING CONDITIONAL PROBABILITY IN GRADE 12 ACCORDING TO THE GENERAL EDUCATION CURRICULUM IN MATHEMATICS IN 2018

Nguyen Ai Quoc

Email: nguyenaq2014@gmail.com
Sai Gon University
273 An Duong Vuong, District 5,
Ho Chi Minh City, Vietnam

ABSTRACT: *The appearance of the concept of conditional probability in grade 12 has become one of the new important points in the General Education Curriculum in Mathematics in 2018. This requires teachers' preparation for ideas to design teaching situations for lesson plans of conditional probability. On the other hand, the effectiveness of teaching situations should also be evaluated so that they can be adjusted and improved. This article presents two experiments: the former on teaching situations of conditional probability to form the concept of conditional probability and students' problem-solving skills related to conditional probability, and the latter on assessment of students' achievement of knowledge and skills according to the General Education Curriculum in Mathematics in 2018.*

KEYWORDS: Conditional probability, event, tree diagram, General Education Curriculum in Mathematics in 2018, teaching situation.