MỘT SỐ BIỆN PHÁP GIÚP HỌC SINH KHẮC PHỤC CÁC SAI LẦM KHI HỌC CHỦ ĐỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

DƯƠNG HỮU TÒNG - Email: dhtong@ctu.edu.vn
BÙI PHƯƠNG UYÊN - Email: bpuyen@ctu.edu.vn
Trường Đại học Cần Thơ
HUỲNH NGỌC TỚI - Trường THPT Lê Quý Đôn - Hậu Giang
Email: toihn.c3lequydon@haugiang.edu.vn

Tóm tắt: *Để tìm hiểu khả năng nhận ra sai lầm của học sinh đối với các lời giải giả định có chứa sai lầm, nhóm tác giả đã tiến hành khảo sát đối với 362 học sinh lớp 12 trên địa bàn thị xã Ngã Bảy và huyện Phụng Hiệp, tỉnh Hậu Giang. Khảo sát đã cho thấy thực trạng về việc phát hiện ra sai lầm của học sinh khi giải toán liên quan đến tính đơn điệu của hàm số bắt nguồn từ nhiều nguyên nhân. Từ đó, các biện pháp khắc phục được đưa ra, bao gồm: 1/ Giúp học sinh nắm vững bản chất, ý nghĩa của khái niệm, định lí, quan tâm đến các kí hiệu, thuật ngữ toán học; 2/ Kết hợp giữa dạy kiến thức mới và củng cố kiến thức cũ có liên quan, hệ thống hóa kiến thức; 3/ Thiết kế các hoạt động dạy học phù hợp với trình độ nhận thức của học sinh để phát huy tính tích cực chủ động của học sinh; 4/ Tổ chức cho học sinh tham gia khám phá thuật toán giải cho các dạng toán; 5/ Trong quá trình giảng dạy, đưa vào lời giải có sai lầm để học sinh chủ động chỉ ra sai lầm.*

Từ khóa: *Biện pháp; học sinh; trung học phổ thông; tính đơn điệu của hàm số.*

(Nhận bài ngày 11/7/2017; Nhận kết quả phản biện và chỉnh sửa ngày 25/9/2017; Duyệt đăng ngày 25/12/2017).

1. Đặt vấn đề

Trong chương trình Toán trung học phổ thông, tính đơn điệu của hàm số (TĐĐCHS) được vận dụng vào giải nhiều dạng toán khác nhau. Do đó, việc học sinh (HS) mắc sai lầm khi giải toán liên quan đến TĐĐCHS là khó tránh khỏi. Giáo viên (GV) cần tìm ra các biện pháp sư phạm hiệu quả, giúp HS phát hiện, ngăn ngừa và sửa chữa sai lầm để các em không mắc sai lầm đối với các dạng toán tương tự. Bài viết này tiếp cận từ thực trạng sai lầm của HS khi giải toán liên quan đến TĐĐCHS, từ đó đề xuất các biện pháp sư phạm nhằm giúp HS nhận ra và khắc phục các sai lầm đó.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Thực trạng về việc phát hiện ra sai lầm của học sinh khi giải toán liên quan đến tính đơn điệu của hàm số

Để tìm hiểu khả năng nhận ra sai lầm của HS đối với các lời giải giả định có chứa sai lầm, chúng tôi tiến hành khảo sát đối với 362 HS lớp 12 trên địa bàn thị xã Ngã Bảy, huyện Phụng Hiệp, tỉnh Hậu Giang. Phương pháp khảo sát như sau: Chúng tôi xây dựng 8 bài toán có lời giải giả định. Các bài toán này có được từ kết quả phân tích sách giáo khoa và được dự đoán HS có thể mắc sai lầm khi giải. Trong đó, có 5 bài toán yêu cầu HS kiểm tra lời giải đúng hay sai và chỉ ra chỗ sai; 3 bài toán yêu cầu HS chấm điểm, nếu điểm được chấm nhỏ hơn 10 (thang điểm 10) thì yêu cầu HS cho biết lí do. Kết quả khảo sát thể hiện trong Bảng 1.

Bảng 1: Khả năng nhận ra sai lầm của HS đối với các lời giải giả định có chứa sai lầm

TT	Dạng bài tập	Số HS không phát hiện ra sai lầm	Tỉ lệ (%)
1	Xét TĐĐCHS trên tập xác định của nó mà trên đó hàm số không liên tục.	199	54,97
2	Xét TĐĐCHS trên đoạn.	211	58,29
3	Dạng toán liên quan đến điểm tới hạn của hàm số.	131	36,18
4	Tìm tham số để hàm số đơn điệu trên khoảng cho trước.	167	46,13
5	Sử dụng TĐĐCHS để chứng minh bất đẳng thức.	215	59,39
6	Sử dụng TĐĐCHS để chứng minh phương trình có nghiệm duy nhất.	198	54,70

Từ kết quả ở Bảng 1 cho thấy, tỉ lệ HS không phát hiện ra sai lầm trong các lời giải giả định khá cao. Trong đó, tỉ lệ HS không phát hiện ra sai lầm đối với dạng toán sử dụng TĐĐCHS để chứng minh bất đẳng thức là cao nhất, chiếm 59,39%. Dạng toán liên quan đến điểm tới hạn của hàm số có số HS không phát hiện ra sai lầm thấp nhất, chiếm 36,18%. Chúng tôi cho rằng, khi HS không nhận ra sai lầm trong các lời giải có sẵn thì nhiều khả năng các em sẽ mắc phải sai lầm trong quá trình giải toán.

Dựa trên kết quả khảo sát HS, chúng tôi thấy sai lầm phổ biến của HS khi giải toán liên quan đến TĐĐCHS là do một số nguyên nhân sau:

- Chưa nắm vững kiến thức cơ bản

Việc chưa nắm vững kiến thức cơ bản, đặc biệt là kiến thức cũ có liên quan trực tiếp đến kiến thức mới, gây khó khăn cho việc tiếp thu, hiểu không đầy đủ về kiến thức mới. Hiểu chưa rõ kiến thức cơ bản cũng làm hạn chế sự phán đoán, suy luận thiếu logic dẫn đến sai lầm khi vận dụng kiến thức mới vào giải toán.

Chẳng hạn, để xét TĐĐCHS y=f(x) trên khoảng (đoạn) K, theo định nghĩa thì K là một đoạn, một khoảng, nửa khoảng. Như vậy, đối với câu hỏi tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y=\frac{x+3}{x-1}$, trước hết HS phải biết miền đang xét là D=R\{1}. Vậy miền xét không phải là một đoạn, một khoảng, nửa khoảng. Nếu HS không nắm vững kiến thức cơ bản sẽ có thể dẫn đến sai lầm trong giải toán.

- Hiểu không đúng về khái niệm

Nếu hiểu không rõ về nội hàm, ngoại diên của khái niệm sẽ dẫn đến hiểu không đầy đủ khái niệm, thậm chí hiểu sai lệch bản chất của khái niệm. Mặt khác, giữa các khái niệm toán học thường có mối liên kết với nhau. Sự nhận thức chưa đầy đủ, chưa đúng về khái niệm này có thể ảnh hưởng đến việc nhận thức đối với kiến thức khác. Vì vậy, một nguyên nhân dẫn đến sai lầm của HS khi giải toán là việc hiểu không đúng về khái niệm.

Đối với dạng toán xét TĐĐCHS, yếu tố để giải quyết các bài toán dạng này được sách giáo khoa đưa ra là công cụ đạo hàm mà không cần nhắc đến định nghĩa TĐĐCHS. Từ đó, HS cũng không còn quan tâm đến định nghĩa TĐĐCHS. Đây có thể là nguyên nhân dẫn đến sai lầm của HS.

Chẳng hạn, để xét TĐĐCHS $y=\frac{x+3}{x-1}$ trên miền xác định của nó, ta có thể sử dụng định nghĩa hoặc sử dụng định lí điều kiện đủ về TĐĐCHS để giải quyết bài toán này.

Nếu sử dụng định nghĩa, để hàm số y=f(x) nghịch biến trên *K* thì hàm số phải hội đủ hai điều kiện sau: Hàm số xác định trên *K*; Với mọi x_1, x_2 thuộc *K* mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1)>f(x_2)$.

Nếu sử dụng định lí điều kiện đủ về TĐĐCHS, để hàm số y=f(x) nghịch biến trên *K* thì hàm số cũng phải hội đủ hai điều kiện sau: Hàm số có đạo hàm trên *K*; f'(x)<0 với mọi x thuộc *K*. Chú ý rằng, theo sách giáo khoa, *K* là khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng.

Qua khảo sát cho thấy, nhiều HS mắc phải sai lầm khi sử dụng định lí điều kiện đủ mà không quan tâm đến *K*. Cụ thể D ở đây không phải là khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng mà D là hợp của hai khoảng $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$, hàm số không liên tục trên *D* nên việc kết luận hàm số nghịch biến trên *D* có thể không đúng. Bằng cách sử dụng định nghĩa, ta có thể dễ dàng chỉ ra kết luận trên là sai. Bởi nếu trên *D* ta lấy $x_1=0$, $x_2=2$ thì $x_1 < x_2$ và ta lại có $f(x_1)=-3<f(x_2)=5$, vậy hàm số không thể nghịch biến trên *D*. Theo định nghĩa, kết luận đúng của bài toán phải là: Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Như vậy, việc hiểu chưa đầy đủ, chưa chính xác, chưa đúng về các khái niệm toán học rất dễ dẫn đến sai lầm khi giải toán liên quan đến khái niệm đó.

- Không hiểu rõ cấu trúc logic của định lí

Thông thường, các định lí Toán học được phát biểu dưới dạng A⇒B, trong đó *A* là giả thiết của định lí, cho biết phạm vi sử dụng của định lí. Vì vậy, nếu không hiểu rõ cấu trúc của định lí thì dễ mắc phải sai lầm khi áp dụng vào giải toán. Sai lầm khi vận dụng định lí vào giải toán là do chưa hiểu rõ giả thiết của định lí dẫn đến áp dụng định lí chưa phù hợp (có trường hợp định lí này bao hàm định lí khác) hoặc áp dụng định lí khi chưa hội đủ điều kiện của giả thiết.

Chẳng hạn, đối với hàm số $y=\frac{x+3}{x-1}$ ta dễ dàng tính được $y'=\frac{-4}{(x-1)^2}<0, \forall x\neq 1$, đến đây HS đưa kết luận hàm số nghịch biến trên D=R\{1}. Theo định lí điều kiện đủ về TĐĐCHS, hàm số nghịch biến nếu có hai điều kiện: Hàm số có đạo hàm trên *K*; f'(x)<0 với mọi x thuộc *K*. Theo phân tích trên, sai lầm khi HS cho rằng D=R\{1} là một khoảng, thực chất *D* là hợp của hai khoảng $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Có thể nói, sai lầm này do HS chưa hiểu rõ giả thiết của định lí (chưa hiểu rõ ý nghĩa của kí hiệu *K* trong định lí), bài toán chưa thỏa mãn giả thiết của định lí nhưng lại được áp dụng định lí để giải.

- Không nắm vững phương pháp giải toán

Việc nắm vững các phương pháp giải toán sẽ hạn chế đáng kể các sai lầm trong quá trình giải toán, đặc biệt là các bài toán có thuật toán để giải hoặc ít nhất chúng ta cũng xác định được hướng giải. Chẳng hạn, đối với bài toán xét TĐĐCHS, quy tắc giải gồm 4 bước như sau: Tìm tập xác định của hàm số; Tính đạo hàm f'(x), tìm các x_i (i=1,2,...) mà tại đó hàm số có đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định; Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên; Nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Nếu không nắm vững các phương pháp giải toán thì HS có thể mắc sai lầm khi tìm lời giải. Để hạn chế sai lầm, HS cần nắm vững phương pháp giải cho từng dạng toán cụ thể.

2.2. Một số biện pháp giúp học sinh khắc phục các sai lầm khi giải toán liên quan đến tính đơn điệu của hàm số

2.2.1. Biện pháp 1: Giúp học sinh nắm vững bản chất, ý nghĩa của khái niệm, định lí, quan tâm đến các kí hiệu, thuật ngữ Toán học

Trong sách giáo khoa Giải tích 12, định nghĩa về TĐĐCHS được đề cập ở mục ôn tập. Thông qua các hoạt động để chỉ ra mối quan hệ giữa TĐĐCHS và dấu của đạo hàm, từ đó đưa ra định lí về TĐĐCHS. Đây là công cụ chủ yếu để xét TĐĐCHS trong chương trình Toán 12. Vì vậy, để HS không mắc phải sai lầm khi vận dụng công cụ đạo hàm vào giải toán, GV cần giúp HS nắm vững bản chất của từng khái niệm, định lí, kí hiệu cũng như các suy luận dựa trên các khái niệm, định lí đó. GV cần tổ chức các hoạt động, các tình huống, các bài tập,... để làm sáng tỏ vấn đề mà GV mong muốn HS nhận thấy, hiểu rõ.

Chẳng hạn, khi nói đến thuật ngữ đồng biến, GV cần giúp HS hiểu rõ các vấn đề sau: Thứ nhất, khi nói đến hàm số đồng biến trên *K*, có nghĩa là hàm số đó tăng trên *K*; Thứ hai, HS cần hiểu nếu $x_1,x_2 \in K$, $x_1<x_2$ thì $f(x_1)<f(x_2)$; Thứ ba, khi nói đến hàm số đồng biến trên *K*, HS cần biết được đồ thị của nó là một đường đi lên từ trái sang phải trên *K*. Đây chính là ý nghĩa hình học của hàm số đồng biến. Hiểu rõ điều này sẽ giúp HS nhận ra phương pháp chứng minh phương trình có nghiệm, có nghiệm duy nhất bằng TĐĐCHS hoặc HS có thể liên tưởng để chỉ ra giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số đồng biến trên một đoạn; Thứ tư, khi biểu diễn trong bảng biến thiên, hàm số được biểu diễn là mũi tên đi lên trên *K* (biểu diễn ý nghĩa hình học).

HS có thể chưa hiểu rõ là khái niệm hàm số đơn điệu trên *K*. Khi nói đến hàm số đơn điệu trên *K*, HS cần hiểu rõ hàm số đó đồng biến (tăng) hoặc nghịch biến trên *K* khi hiểu được thuật ngữ này, mới hiểu được yêu cầu đối với các kiểu nhiệm vụ xét TĐĐCHS, tìm các khoảng (đoạn, nửa khoảng) đơn điệu của hàm số. Yêu cầu này thực chất là chỉ ra các khoảng (đoạn, nửa khoảng) đơn điệu của hàm số.

Trong toán học, tính chính xác được đặt lên hàng đầu. Khi dạy về TĐĐCHS, để ngăn ngừa sai lầm của HS, GV cần giải thích rõ các kí kiệu toán học. Ở đây, chúng tôi muốn đề cập đến kí kiệu *K* trong định nghĩa và trong định lí về TĐĐCHS. Trong phần định nghĩa *K* được kí hiệu cho khoảng, đoạn, nửa đoạn. Tuy nhiên, trong định lí, kí hiệu *K* không được giải thích rõ ràng. Điều này có thể dẫn đến sai lầm cho HS trong quá trình vận dụng định lí trên vào giải toán.

Chẳng hạn, khi xét TĐĐCHS $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ HS tìm được tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và $y'=\dfrac{-4}{(x-1)^2}<0,\forall x\in D$ nên kết luận hàm số nghịch biến (giảm) trên D. Nhiều HS cho rằng hàm số có đạo hàm trên *D* và đạo hàm âm trên *D* nên theo định lí điều kiện đủ thì hàm số nghịch biến trên *D*. Vậy sai lầm ở đâu? Nguyên nhân gì? Nếu phân tích kĩ thì ta thấy *D* ở đây là tương ứng với kí hiệu *K* trong định lí, mà định lí được dẫn dắt từ định nghĩa nên *K* được kí hiệu cho một khoảng, đoạn, nửa khoảng. Như vậy, tập xác định *D* đang xét chưa phù hợp với kí hiệu *K* trong định lí, cụ thể *D* là hợp của hai khoảng nên khi vận dụng định lí có thể dẫn đến sai lầm.

Ta có thể lật ngược vấn đề bằng cách yêu cầu HS tìm điều kiện cho bài toán: Tìm *m* để $f(x)=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên $D=(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$. Nhiều HS cho rằng để hàm số đồng biến trên *D* thì hàm số phải đồng biến trên $(-\infty;-1]$ và $[2;+\infty)$, tức là $\begin{cases} f'(x)\ge 0,\forall x\ge 2 \\ f'(x)\ge 0,\forall x\le -1\end{cases}$. Đây là một sai lầm đáng tiếc, vì hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1]$ và $[2;+\infty)$ thì chưa chắc hàm số đó sẽ đồng biến trên $(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$. Để giải bài toán này, ngoài điều kiện trên, theo định nghĩa, chúng ta phải cần thêm một điều kiện là $f(-1)<f(2)$. Nguyên nhân sai lầm là do HS đồng nhất tập đang xét *D* và kí hiệu *K* trong định lí.

Qua các ví dụ trên cho thấy, để vận dụng định lí vào giải toán, HS phải hiểu rõ bản chất của định lí. Nếu bài toán chưa thỏa mãn định lí mà áp dụng định lí đó vào giải thì có thể dẫn đến sai lầm.

Liên quan đến TĐĐCHS, chúng ta có hai định lí trong đó định lí điều kiện đủ được sách giáo khoa trình bày rõ ràng còn định lí điều kiện cần và đủ chủ yếu được đưa vào trong quá trình dạy học của GV. Trong quá trình dạy học, GV làm rõ các vấn đề sau: Sự khác biệt giữa hai định lí này; khi nào vận dụng định lí điều kiện cần, khi nào vận dụng định lí điều kiện cần và đủ. Chẳng hạn, đối với bài toán tìm *m* để hàm số $y=x^3-mx^2+x-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì chúng ta sử dụng định lí nào? Tại sao phải sử dụng định lí? Những vấn đề này phải được GV làm rõ để ngăn ngừa các sai lầm của HS khi gặp các dạng toán tương tự.

Tóm lại, việc HS nắm vững bản chất của các khái niệm, định lí, các kí hiệu, thuật ngữ toán học là nhiệm vụ quan trọng đối với mỗi GV. Đây cũng là biện pháp hiệu quả để ngăn ngừa các sai lầm của HS trong quá trình giải toán.

2.2.2. Biện pháp 2: Kết hợp giữa dạy kiến thức mới và củng cố kiến thức cũ có liên quan, hệ thống hóa kiến thức

Trong toán học, các kiến thức mới được xây dựng trên nền tảng kiến thức cũ và có mối quan hệ chặt chẽ với nhau. Để HS hiểu rõ kiến thức mới, có thể vận dụng chúng hiệu quả thì việc kết hợp giữa việc dạy kiến thức mới và ôn tập kiến thức cũ là cần thiết. Để việc ôn tập kiến thức cũ có hiệu quả, trước khi dạy kiến thức mới, GV cần điều tra để xác định kiến thức của HS tại thời điểm đó để dự đoán được các sai lầm HS có thể mắc phải khi học kiến thức mới.

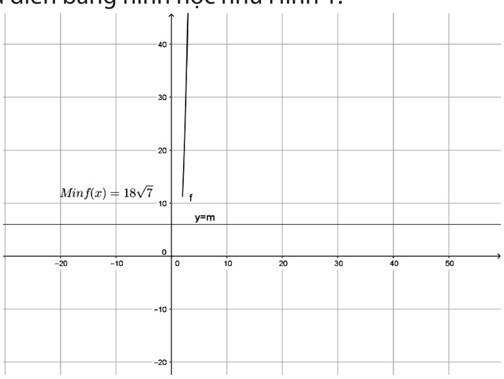
Trước hết, để HS hiểu và sử dụng dấu của đạo hàm vào xét TĐĐCHS, GV cần làm rõ định nghĩa TĐĐCHS. Từ đó, HS thấy được mối quan hệ giữa TĐĐCHS và dấu của đạo hàm. Liên quan đến các dạng toán trong sách giáo khoa, GV cần tổ chức cho HS ôn tập các kiến thức cũ có liên quan như:

- Lí thuyết về hàm số như: Tập xác định của hàm số; tập giá trị của hàm số; tính liên tục của hàm số; quy tắc, cách xét dấu của hàm số,...
- Lí thuyết về giải các loại phương trình.

- Lí thuyết về tương giao giữa hai đường, phương pháp chứng minh bất đẳng thức, các phương pháp giải toán,...

Mỗi kiến thức cũ có thể liên quan đến một hoặc một vài kiến thức mới. Vì vậy, việc tổ chức ôn tập, lựa chọn thời điểm là tùy thuộc vào các phương pháp, quy trình dạy học của từng GV. Việc được trang bị đầy đủ kiến thức cũ có liên quan sẽ hạn chế các khó khăn mà HS mắc phải khi tiếp thu kiến thức mới.

Ví dụ: Đối với bài toán tìm *m* để phương trình $2x^2\sqrt{x^2-2}=m$ có nghiệm duy nhất trên $[3;+\infty)$, GV cần giúp HS nhớ lại kiến thức về tương giao của hai đồ thị. Trong bài toán trên, vế trái là hàm đồng biến, vế phải là hàm hằng thì chưa chắc là chúng cắt nhau. Nếu nắm vững kiến thức tương giao, HS dễ dàng nhận ra để phương trình có nghiệm (tất nhiên là nghiệm duy nhất) thì giá trị *m* phải thuộc vào miền giá trị của vế trái, tức là $m\in\left[18\sqrt{7};+\infty\right)$. Để HS hiểu rõ vấn đề này, GV có thể biểu diễn bằng hình học như Hình 1.



Hình 1: Đồ thị hàm số $y=2x^2\sqrt{x^2-2}$

Kiến thức cũ về mặt nào đó cũng là công cụ để kiểm chứng kiến thức mới, là nền tảng để HS phát hiện sai lầm và sửa chữa chúng khi mắc phải. Chẳng hạn, đối với bài toán lập bảng biến thiên của hàm số $y=x-1+\sqrt{4-x^2}$, sai lầm có thể là: $y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$, $y'=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}=x$ $\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$. Nếu nắm vững kiến thức về giải phương trình căn thức thì HS dễ dàng nhận thấy $-\sqrt{2}$ không phải là nghiệm phương trình $y'=0$, nên nó không là điểm tới hạn mặc dù $-\sqrt{2}$ thuộc vào tập xác định của hàm số. Tuy nhiên, qua khảo sát trên cho thấy, tỉ lệ HS mắc sai lầm liên quan đến điểm tới hạn của hàm số còn khá cao.

Các khái niệm toán học thường có liên quan với nhau. Vì vậy, để dạy học và ôn tập hiệu quả, GV cần hiểu rõ mối quan hệ giữa chúng, phải hệ thống hóa kiến thức dễ nhớ, dễ hiểu.

2.2.3. Biện pháp 3: Thiết kế các hoạt động dạy học phù hợp với trình độ nhận thức của học sinh để phát huy tính tích cực chủ động của học sinh

Trong dạy học toán, việc xây dựng các hoạt động, tạo động cơ để HS chủ động, tích cực chiếm lĩnh kiến thức mang ý nghĩa quan trọng. Tuy nhiên, để HS có hứng thú hoạt động, tích cực tìm ra kiến thức mới thì tình huống được đưa ra phải phù hợp. Tức là các tình huống, các hoạt động dạy học được GV đưa ra phải phù hợp với trình độ nhận thức của HS.

Ngoài ra, các hoạt động nên tổ chức thành hệ thống, có tính kế thừa, trong các hoạt động lớn nên chia thành các hoạt động nhỏ, các hoạt động có tính chất gợi ý, dẫn dắt HS đến kết quả cuối cùng.

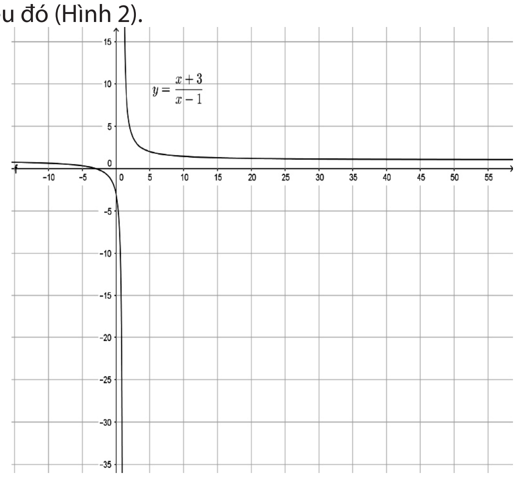
Ví dụ 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$, nếu yêu cầu HS xét TĐĐCHS thì nhiều HS có thể mắc sai lầm khi kết luận hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó. Để hạn chế sai lầm này, GV có thể chia bài toán trên thành 3 hoạt động nhỏ như sau:

Hoạt động 1: Xét dấu đạo hàm của hàm số.

Hoạt động 2: Kết luận TĐĐCHS trên hai khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Hoạt động 3: Hàm số có nghịch biến trên $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$ hay không, giải thích.

Khi chia thành các hoạt động như vậy, HS hoàn toàn có thể hoàn thành các hoạt động đó. Hoạt động 1, hoạt động 2 có tính gợi ý, khi đó HS có cơ hội tập trung suy nghĩ vấn đề mà GV mong muốn HS nhận ra, đó chính là kết quả của hoạt động 3. Để hoàn thành hoạt động 3, GV có thể hướng dẫn HS sử dụng định nghĩa hàm số đơn điệu để giải thích rằng hàm số đã cho không nghịch biến trên *D* hoặc dựa vào đồ thị của hàm số để kết luận điều đó (Hình 2).



Hình 2: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$

Từ đó, HS chủ động, tích cực hơn trong hoạt động học tập. Đồng thời, các em cũng suy nghĩ thận trọng hơn khi trả lời yêu cầu bài toán.

Ví dụ 2: Nếu yêu cầu HS tìm *m* để phương trình

$2x^2\sqrt{x^2-2}=m$ có nghiệm duy nhất thì đối với một số HS, đặc biệt là HS trung bình, yếu, sẽ gặp khó khăn. Để giảm bớt khó khăn, ta có thể chia bài toán thành các hoạt động nhỏ hơn, phù hợp với trình độ nhận thức của đa số HS như sau:

Hoạt động 1: Xét TĐĐCHS $f(x)=2x^2\sqrt{x^2-2}$ (vế trái).

Hoạt động 2: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x)=2x^2\sqrt{x^2-2}$, lập bảng biến thiên của hàm số.

Hoạt động 3: Từ kết quả các hoạt động trên, hãy cho biết với giá trị nào của *m* thì phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (ở đây HS có thể sử dụng kiến thức đại số hoặc kiến thức hình học).

Với cách chia thành các hoạt động như trên, chúng tôi tin rằng HS có thể thực hiện tốt nhiệm vụ. Qua đó, HS sẽ phát hiện được phương pháp tìm tham số để phương trình có nghiệm (có nghiệm duy nhất) bằng cách sử dụng TĐĐCHS.

2.2.4. Biện pháp 4: Tổ chức cho học sinh tham gia khám phá thuật toán giải cho các dạng toán

Đối với các bài toán có thuật toán, GV cần giúp HS phân tích đề toán nhằm nhận dạng thuật toán để giải; Giúp HS hiểu rõ thuật toán và hiểu rõ các bước trong thuật toán. Đối với bài toán chưa có thuật toán, GV cần hướng dẫn HS thực hiện theo các bước: Tìm hiểu bài toán; Tìm kiếm phương hướng giải; Soạn lời giải; Kiểm tra, đánh giá lời giải.

Đối với các bài toán liên quan TĐĐCHS, chúng tôi thấy rằng, việc phân loại các bài toán theo các dạng bài tập đã khảo sát ở trên là phù hợp. Với cách phân loại bài tập này, trong quá trình giảng dạy, GV cần giúp HS hiểu rõ các bước giải. Đây được xem là tri thức phương pháp để giải các dạng toán nêu trên. Nắm vững kĩ thuật giải sẽ giúp HS hạn chế sai lầm liên quan đến phương pháp giải.

Ví dụ 3: Liên quan đến kiểu nhiệm vụ xét sự đồng biến, nghịch biến của hàm số, GV cần giúp HS hiểu rõ các bước giải sau:

- Tìm tập xác định của hàm số.
- Tính đạo hàm f'(x), tìm các x_i (i=1,2,...) mà tại đó hàm số có đạo hàm bằng không hoặc không xác định.
- Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- Nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Nếu HS hiểu rõ các bước trên thì sẽ hạn chế được các sai lầm liên quan đến dạng toán này.

Chẳng hạn, đối với bài toán xét sự đồng biến, nghịch biến của hàm số $y=x-1+\sqrt{4-x^2}$ nếu nắm rõ bước 2 trong kĩ thuật giải trên HS sẽ hạn chế được sai lầm khi cho rằng $-\sqrt{2}$ là điểm tới hạn của hàm số. Bước 2 thực chất là giải phương trình căn thức $\sqrt{4-x^2}=x$. Nếu HS nắm vững phương pháp giải phương trình $\sqrt{A}=B$ thì sẽ thấy phương trình này chỉ có một nghiệm $x=\sqrt{2}$.

Đối với bài toán chứng minh bất đẳng thức bằng TĐĐCHS, kĩ thuật gồm các bước sau:

- Xét hàm số f(x)=A(x)-B(x) trên *K*, $0\in$K, f(0)=0, f(x) liên tục và có đạo hàm trên *K*.
- Tính đạo hàm f'(x), xét dấu f'(x) trên *K*.
- Chỉ ra hàm số đồng biến trên *K*.
- Suy ra f(x)>f(0)=0, $\forall x\in K$
- Kết luận: A(x)>B(x), $\forall x\in K$.

Nhắc lại bài toán được dùng để khảo sát thực tế là chứng minh rằng $\tan x > x,\ \left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$. Bài toàn này nhiều HS mắc sai lầm ở chỗ khi thấy rằng f(x)=tanx-x đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì kết luận f(x)>f(0) với $0<x<\frac{\pi}{2}$, rõ ràng ta thấy $0\notin\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên không thể kết luận f(x)>f(0). Nguyên nhân do HS chưa hiểu rõ bước 1 của kĩ thuật giải trên. Ở bước 1, điều kiện đặt ra là $0\in$K. Để thỏa mãn điều kiện này, ta phải chọn $K=\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$ và vì $0\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên với $0<x<\frac{\pi}{2}$ ta có f(x)>f(0).

Như vậy, việc HS phát hiện ra quy trình giải các bài toán là rất cần thiết, từ đó góp phần khắc phục các sai lầm HS có thể mắc phải trong quá trình giải toán.

2.2.5. Biện pháp 5: Trong quá trình giảng dạy, giáo viên đưa vào lời giải có sai lầm để học sinh chủ động chỉ ra sai lầm

Việc tổ chức cho HS tìm kiếm, phát hiện sai lầm trong các lời giải giả định cũng là một trong các biện pháp giúp ngăn ngừa các sai lầm của HS khi giải các dạng toán tương tự. Để phát hiện ra chỗ sai trong lời giải, HS phải huy động đủ các kiến thức cần thiết, phải biết phân tích, tổng hợp, so sánh, đánh giá đúng vấn đề. Từ đó, HS được rèn luyện kĩ năng, củng cố kiến thức toán học của bản thân.

Để biện pháp này thật sự hiệu quả, GV cần dự đoán chính xác các điểm, các chỗ mà HS thường mắc sai lầm để xây dựng lời giải giả định. Một lời giải giả định có giá trị khi có số lượng tương đối HS không phát hiện ra sai lầm, đồng thời phải có một số HS phát hiện ra sai lầm.

Dưới đây, chúng tôi trình bày một vài lời giải giả định có chứa sai lầm nhằm kiểm tra sai lầm về mặt kiến thức của HS. Qua đó, HS sẽ tránh mắc phải các sai lầm khi giải các dạng toán tương tự sau này.

Ví dụ 4: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y=\frac{x+3}{x-1}$

Lời giải giả định: Ta có tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $y' = \dfrac{-4}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm số nghịch biến trên *D*.

GV yêu cầu HS phân tích lời giải trên và chỉ ra chỗ sai nếu có. Đối với lời giải trên, có thể ban đầu nhiều HS không tìm ra chỗ sai bởi HS cho rằng các bước giải đều đúng (tìm tập xác định đúng; đạo hàm, xét dấu đạo hàm đúng) nên theo định lí điều kiện đủ suy ra kết luận đúng.

Trong trường hợp này, GV có thể hướng dẫn HS tìm ra sai lầm bằng cách tổ chức bài toán thành các hoạt động như đã trình bày ở biện pháp 3. Từ đó, HS có thể chỉ ra điểm sai lầm và biết được nguyên nhân dẫn đến sai lầm.

Ví dụ 5: Tìm *m* để phương trình $2x^2\sqrt{x^2-2} = m$ có nghiệm duy nhất trên $[3;+\infty)$.

Lời giải giả định: Đặt $f(x) = 2x^2\sqrt{x^2-2}$ hàm số liên tục trên $[3;+\infty)$

Ta có $f'(x) = 4x\sqrt{x^2-2} + \dfrac{2x^3}{\sqrt{x^2-2}} > 0, \forall x \in [3;+\infty)$.

Ta có vế trái là hàm số đồng biến, vế phải là hàm hằng. Suy ra đồ thị hàm số y=f(x) luôn cắt đồ thị hàm số y=m. Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất trên $[3;+\infty)$ với mọi *m*.

Với lời giải trên, GV cần hướng dẫn để HS phát hiện ra sai lầm và nguyên nhân của nó bằng cách tổ chức các hoạt động như đã trình bày ở biện pháp 3.

3. Kết luận

Sai lầm của HS luôn tồn tại song song với quá trình dạy học. Trong giảng dạy, nếu GV quan tâm đúng mức đến việc ngăn ngừa, sửa chữa sai lầm cho HS thì chất lượng giảng dạy sẽ được nâng cao. Vì vậy, GV cần sử dụng các biện pháp trên một cách linh động, phù hợp với từng trường hợp cụ thể nhằm ngăn ngừa các sai lầm của HS khi giải các dạng toán tương tự.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Trần Văn Hạo - Vũ Tuấn - Lê Thị Thiên Hương - Nguyễn Tiến Tài - Cấn Văn Tuất, (2008), *Giải tích 12*, Sách giáo khoa, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[2] Võ Thị Loan, (2012), *Nghiên cứu Didactic về tính đơn điệu của hàm số*, Luận văn thạc sĩ giáo dục học, Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh.

[3] Dương Hữu Tòng, *Dự đoán và giải thích nguyên nhân sai lầm của học sinh khi học chủ đề phân số dưới ngôn ngữ của Didactic toán*, Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh, số 37 (71), tháng 07 năm 2012, tr.130.

SOLUTIONS TO HELP STUDENTS CORRECT MISCONCEPTIONS WHEN LEARNING THE MONOTONICITY OF THE FUNCTION

DUONG HUU TONG - *Email: dhtong@ctu.edu.vn*
BUI PHUONG UYEN - *Email: bpuyen@ctu.edu.vn*
Can Tho University
HUYNH NGOC TOI - *Le Quy Don High School - Hau Giang*
Email: toihn.c3lequydon@haugiang.edu.vn

Abstract: *To investigate students' misconceptions about false assumptions, the authors conducted a survey of 362 students in grade 12 in Nga Bay town, Phung Hiep District, Hau Giang province. The survey showed that the problem of realizing students' errors in relation to the monotonicity of the function is rooted from many factors. As a result, the remedies are given, including: 1/ Help students master the nature, meaning of concepts, theoretic, attention to symbols, Mathematical terms; 2/ Combine teaching new knowledge and consolidate old relevant knowledge, systematize knowledge; 3/ Design teaching activities in accordance with students awareness to promote active students; 4/ Organize students to explore mathematical algorithms; 5/ In the course of instruction, put the wrong solution to the student to identify the mistake.*

Keywords: *Solution; students; high schools; monotonicity of the function.*