

DẠY HỌC BẤT ĐẲNG THỨC CAUCHY, BẤT ĐẲNG THỨC BUNHIACOPXKI TRONG TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUA VIỆC TÌM KIẾM CÁC THỂ HIỆN CỦA CHÚNG TRÊN MÔ HÌNH HÌNH HỌC

PHAN ANH - Email: anh.phan@htu.edu.vn

NGUYỄN KHÁNH - Email: khanh.nguyen@htu.edu.vn

Trường Đại học Hà Tĩnh

Tóm tắt: Khi dạy các bất đẳng thức Cauchy và Bunhiacopxki, ngoài nội dung toán học thuần túy, học sinh cần có điều kiện tìm kiếm thể hiện của chúng trên các mô hình Hình học, làm cầu nối trung gian cho các ứng dụng vào trong thực tiễn. Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất hai phương án tổ chức dạy học các bất đẳng thức Cauchy và Bunhiacopxki trong trường trung học phổ thông: Tổ chức cho học sinh hoạt động tìm kiếm tạo các trường hợp riêng trên mô hình Hình học; Tổ chức cho học sinh hoạt động tìm kiếm các thể hiện và hệ quả của chúng trên mô hình Hình học để rèn luyện khả năng vận dụng các tri thức toán học vào thực tiễn đời sống. Phương thức dạy học này sẽ được nhân rộng trong trường trung học phổ thông và góp phần phát triển năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho người học.

Từ khóa: Bất đẳng thức Cauchy; Bất đẳng thức Bunhiacopxki; ứng dụng thực tiễn.

(Nhận bài ngày 05/4/2016; Nhận kết quả phản biện và chỉnh sửa ngày 30/5/2016; Duyệt đăng ngày 27/11/2016).

1. Đặt vấn đề

Toán học có tính chất phổ dụng, một tri thức có thể phản ánh nhiều tình huống khác nhau. Trong dạy học (DH) Toán, nếu làm cho học sinh (HS) thấy rõ được điều đó thì việc vận dụng chúng trở nên dễ dàng hơn. Đặc biệt, trong DH Đại số, nếu tìm được các “hình ảnh” của tri thức trên các mô hình Hình học thì việc ứng dụng vào thực tiễn càng trở nên có hiệu quả. Tuy nhiên, thực tiễn DH cho thấy, giáo viên (GV) ít quan tâm đến vấn đề này nên chất lượng DH chưa cao; điển hình nhất là trong DH bất đẳng thức (BĐT) Cauchy, BĐT Bunhiacopxki. Chúng tôi cho rằng, khi DH các BĐT cổ điển nói trên, ngoài nội dung toán học thuần túy, HS cần có điều kiện tìm kiếm thể hiện của chúng trên các mô hình Hình học, làm cầu nối trung gian cho các ứng dụng vào thực tiễn.

2. Dạy học bất đẳng thức Cauchy và Bunhiacopxki trong trường trung học phổ thông

2.1. Tổ chức cho học sinh hoạt động kiến tạo các trường hợp riêng của bất đẳng thức Cauchy và bất đẳng thức Bunhiacopxki trên mô hình Hình học

Các BĐT Cauchy và BĐT Bunhiacopxki là những tri thức toán học khó lí giải cho HS. Việc DH cần phải tuân thủ theo con đường đi từ cụ thể đến trừu tượng (cái cụ thể ở đây là các trường hợp riêng của chúng). Mặt khác, nếu gắn được tri thức cần dạy với những tri thức khác thì HS dễ lĩnh hội và kiến thức thu nhận được trở nên ý nghĩa hơn. Đây là cơ sở khoa học để chúng tôi đề xuất phương án DH BĐT Cauchy và BĐT Bunhiacopxki theo định hướng tổ chức cho người học kiến tạo các trường hợp riêng của chúng trên các mô hình Hình học.

Trước hết, GV cần thiết kế trước các tình huống trong Hình học, đảm bảo các điều kiện sau: 1) Hấp dẫn, đơn giản, HS có thể giải quyết được; 2) Tình huống yêu

cầu người học thực hiện tối thiểu 2 hoạt động (HĐ), kết quả của HĐ trước là sự gợi mở cho HĐ sau; 3) Giải quyết được tình huống thì người học sẽ kiến tạo BĐT Cauchy hoặc BĐT Bunhiacopxki trong trường hợp riêng. Điều kiện (3) là mục đích cần đạt được; các điều kiện (1) và (2) giúp cho việc đưa tình huống vào trong DH đồng loạt trên lớp được khả thi. Tiến trình DH trên lớp được tiến hành như sau: *Bước 1:* GV đưa ra các tình huống cho HS HĐ. GV cần giao nhiệm vụ cho HS một cách không khiên cưỡng và đặc biệt phải giấu đi ý đồ sư phạm của mình. *Bước 2:* HS HĐ giải quyết tình huống, GV tác động sư phạm để người học nhận ra tri thức cần dạy. GV kiểm chế tối đa tác động đến việc giải quyết tình huống của HS, chỉ chú trọng đến những gợi mở giúp HS nhận ra được BĐT Cauchy (BĐT Bunhiacopxki) trong các trường hợp riêng.

Ví dụ: Cho hai số thực dương x_1, x_2 . Dựng đường tròn tâm O đường kính BC; trong đó $BC = x_1 + x_2$; tại điểm H trên đường kính BC, sao cho $BH = x_1$, dựng đường thẳng a vuông góc với BC. Gọi A là một trong hai giao điểm của đường thẳng a với đường tròn, đặt $AH = h; AO = m$.

a) Tính h và m qua x_1, x_2 .

b) So sánh h và m, cho nhận xét.

Bằng kiến thức Hình học ở cấp Trung học cơ sở, HS thực hiện được yêu cầu của bài toán: Vẽ Hình 1 và tính được:

$$h = \sqrt{x_1 x_2}; m = \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Sự gợi ý so sánh h và m sẽ giúp người học nhận



ra BĐT: Với hai số thực dương x_1, x_2 ta có:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} \geq \sqrt{x_1 x_2} \quad (1).$$

Nhằm hoàn chỉnh được tri thức cần dạy, GV nên đặt ra cho người học một số vấn đề sau: Dấu “=” trong BĐT (1) xảy ra khi nào?

Nếu x_1 hoặc x_2 bằng 0 thì BĐT (1) còn đúng nữa hay không? Sau đó, yêu cầu HS phát biểu BDT mà họ tự kiến tạo được.

Đối với việc HS kiến tạo BDT Bunhiacopxki trong trường hợp riêng đơn giản nhất, GV có thể yêu cầu giải quyết bài toán sau: “Cho 4 số thực x_1, x_2, y_1, y_2 , đặt $\vec{a} = (x_1, x_2), \vec{b} = (y_1, y_2)$. Hãy: a) Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$ và $|\vec{a}|, |\vec{b}|$;

b) So sánh $(\vec{a} \cdot \vec{b})^2$ và $|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$.”

Dụng ý của GV là thông qua HĐ tương tự như trên, HS nhận ra được BDT:

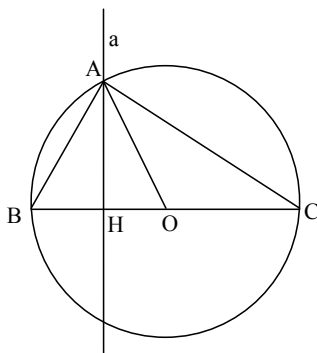
$$(x_1 y_1 + x_2 y_2)^2 \leq (x_1^2 + x_2^2)(y_1^2 + y_2^2), \text{ với}$$

$x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}; x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$; dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi hai bộ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ tỉ lệ. BDT này là một trường hợp riêng của BDT Bunhiacopxki.

2.2. Tổ chức cho học sinh hoạt động tìm kiếm các thể hiện của bất đẳng thức Cauchy, bất đẳng thức Bunhiacopxki và các hệ quả của chúng trên mô hình Hình học; trên cơ sở đó, rèn luyện cho người học khả năng vận dụng các tri thức toán học vào thực tiễn đời sống

Các hình Hình học là hình ảnh của các vật thể trong không gian. Nếu các tri thức toán học khác thể hiện được trên mô hình Hình học thì khả năng ứng dụng vào đời sống thực tiễn càng trở nên sâu đậm. Vì vậy, trong DH chủ đề BDT Cauchy, BDT Bunhiacopxki, chúng tôi đề xuất cần phải tổ chức cho HS tìm kiếm các thể hiện của chúng trên các mô hình Hình học và vận dụng giải quyết những tình huống gặp phải trong cuộc sống.

Sự tìm kiếm các thể hiện của những tri thức này trên các mô hình Hình học thường diễn ra ban đầu bằng suy luận có lí, sau đó, khẳng định tính đúng đắn bằng các chứng minh toán học. Điều đó dẫn đến việc DH nội dung này tốn nhiều thời gian, nên tổ chức vào các buổi ngoại khóa Toán học. Theo G.Polya: “Áp dụng một cách có hiệu quả các suy luận có lí là một kĩ năng thực hành và kĩ năng đó cũng như mọi kĩ năng thực hành khác đều học được bằng con đường bắt chước và thực hành” [1]. Với phương châm đó, chúng tôi đề xuất phương án DH nội dung này theo quy trình như sau: 1) GV hướng dẫn (hoặc làm mẫu) tìm kiếm một thể hiện của BDT Cauchy (BDT Bunhiacopxki) trên mô hình Hình học; 2) Tác động



Hình 1

sự phạm kích thích suy luận có lí của HS để họ bắt chước phán đoán thể hiện các tri thức toán học quan tâm trên các mô hình Hình học; 3) Tổ chức cho HS HĐ vận dụng các thể hiện của BDT Cauchy, BDT Bunhiacopxki trên mô hình Hình học vào thực tiễn đời sống. Những vấn đề về DH các nội dung này sẽ được chúng tôi trình bày cụ thể dưới đây.

2.2.1. Tổ chức cho học sinh hoạt động tìm kiếm các thể hiện của bất đẳng thức Cauchy và các hệ quả của nó trên mô hình Hình học

Đầu tiên, GV cho người học xét trường hợp riêng:

Với x_1, x_2 là các số thực không âm, ta có: $\frac{x_1 + x_2}{2} \geq \sqrt{x_1 x_2}$ (1); dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2$; sau đó, đặt ra

các vấn đề: Nếu x_1, x_2 là các kích thước của một hình chữ nhật thì hai vế của BDT (1) liên quan đến những đại lượng nào? Trong trường hợp vế phải của BDT (1) là một hằng số, có nhận xét gì về vế trái, đại lượng này đạt giá trị bé nhất bằng bao nhiêu và đạt được giá trị đó khi nào? Từ đó, đưa ra một khẳng định liên quan đến hình chữ nhật. Với các tác động sự phạm đó, HS sẽ thực hiện được các chỉ dẫn của GV và đi đến khẳng định: Trong các hình chữ nhật có cùng diện tích, hình vuông có chu vi bé nhất. Suy luận tương tự, HS nhận ra: Trong những hình chữ nhật có cùng chu vi, hình vuông có diện tích lớn nhất. Những nhận xét đơn giản này của HS là các thể hiện đầu tiên của BDT Cauchy trên mô hình Hình học.

GV dẫn dắt HS quan sát hình hộp chữ nhật có ba kích thước là x_1, x_2, x_3 để HS liên tưởng đến kết quả rút ra được ở trên cho đối tượng hình hộp chữ nhật. Sự tác động sự phạm của GV nên dừng lại ở đây vì HĐ ban đầu đã xây dựng nên các mô hình, tạo điều kiện cho sự liên tưởng. GV hình dung quá trình suy luận tương tự của HS diễn ra như sau: “Hình hộp chữ nhật (hình lập phương) sẽ là đối tượng tương tự của hình chữ nhật (hình vuông); đại lượng “thể tích” của hình hộp chữ nhật (hình lập phương) tương tự với đại lượng “diện tích” của hình chữ nhật (hình vuông); đại lượng “diện tích toàn phần” của hình hộp chữ nhật (hình lập phương) tương tự đại lượng “chu vi” của hình chữ nhật (hình vuông)”. Từ đó, HS đưa ra phán đoán: Trong các hình hộp chữ nhật có cùng diện tích toàn phần, hình lập phương có thể tích lớn nhất; trong các hình hộp chữ nhật có cùng thể tích, hình lập phương có diện tích toàn phần bé nhất. Dĩ nhiên là các phán đoán này còn mang tính giả thuyết, cần được làm sáng tỏ. Vấn đề giải quyết chúng được định hình tương đối rõ ràng nhờ sự liên tưởng với cách giải quyết trên mô hình hình chữ nhật. Giả sử x_1, x_2, x_3 là các kích thước của hình hộp chữ nhật. Khi đó diện tích toàn phần S và thể tích V của nó thứ tự là:

$$S = 2(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3), \quad V = x_1 x_2 x_3$$

Theo BDT Cauchy:

$$\frac{x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3}{3} \geq \sqrt[3]{x_1^2 x_2^2 x_3^2}$$

Tương đương với:

$$V^2 = (x_1 x_2 x_3)^2 \leq \left(\frac{x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3}{3} \right)^3 = \left(\frac{S}{6} \right)^3$$

$$\text{hay } V \leq \left(\frac{S}{6} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Dấu "=" trong các BĐT trên xảy ra khi và chỉ khi

$x_1 x_2 = x_1 x_3 = x_2 x_3$ hay $x_1 = x_2 = x_3$. Từ đó, HS khẳng định rằng các phán đoán đã đưa ra ở trên là hoàn toàn chính xác và chúng chính là thể hiện của BDT Cauchy đối với ba số thực dương.

Để làm phong phú các "hình ảnh" của các BDT quan tâm, GV nên cho HS biến đổi tương đương chúng theo dụng ý của mình để người học tìm thấy được các thể hiện của chúng trên các mô hình khác nhau. Chẳng hạn, có thể biến đổi BDT (1) tương đương với BDT sau đây:

$$x_1 x_2 \leq \frac{x_1^2 + x_2^2}{2} \quad (*) \text{ cho HS quan sát. HS sẽ thực hiện HĐ}$$

tương tự để đi đến khẳng định: Trong các hình chữ nhật có cùng diện tích, hình vuông có độ dài đường chéo bé nhất; trong các hình chữ nhật có cùng độ dài đường chéo, hình vuông có diện tích lớn nhất. Kết quả này không chỉ là những thể hiện của BDT (*) trên mô hình Hình học mà còn là cơ sở để HS đưa ra dự đoán tương tự: Trong các hình hộp chữ nhật có cùng thể tích, hình lập phương có độ dài đường chéo bé nhất; trong các hình hộp chữ nhật có cùng độ dài đường chéo, hình lập phương có thể tích lớn nhất. GV khuyến khích HS sử dụng BDT Cauchy phù hợp làm sáng tỏ các phán đoán này. HS đưa ra giả thiết

x_1, x_2, x_3 là các kích thước của một hình hộp chữ nhật

và sử dụng BDT: $\sqrt[3]{x_1^2 x_2^2 x_3^2} \leq \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{3}$ để hoàn thành nhiệm vụ. Ngoài

HĐ liên tưởng và HĐ chứng minh toán học, GV cần quan tâm đến HĐ ngôn ngữ của HS, đặc biệt, yêu cầu họ phát biểu kết quả kiến tạo được bằng các cách khác nhau. Chẳng hạn, từ thể hiện trên mô hình Hình học vừa tìm ra ở trên, HS có thể phát biểu: Trong những hình chữ nhật (hình hộp chữ nhật) nội tiếp đường tròn (hình cầu) cho trước, hình vuông (hình lập phương) có diện tích (thể tích) lớn nhất.

2.2.2. Tổ chức cho học sinh hoạt động tìm kiếm các thể hiện của bất đẳng thức Bunhiacopxki và các hệ quả của nó trên mô hình Hình học

Việc hướng dẫn HS tìm kiếm các thể hiện của BDT Bunhiacopxki và các hệ quả của nó trên các mô hình Hình học vẫn được tuân thủ theo phương châm đã trình bày ở trên. Trước hết, GV yêu cầu HS viết lại BDT này đối với hai bộ số thực x_1, x_2 và y_1, y_2 : $(x_1 y_1 + x_2 y_2)^2 \leq (x_1^2 + x_2^2)(y_1^2 + y_2^2)$, đặc biệt hóa trong trường hợp $y_1 = y_2 = 1$, HS sẽ nhận được: $(x_1 + x_2)^2 \leq 2(x_1^2 + x_2^2)$ (2), dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2$. Đến đây, GV cho HS quan sát và nghiên cứu BDT (2). HS sẽ "bắt chước" sự gợi ý của GV trong DH

BDT Cauchy để tự đặt ra cho bản thân mình câu hỏi: Nếu x_1, x_2 là các kích thước của một hình chữ nhật thì hai vế của BDT (2) liên quan đến những đại lượng nào? Từ đó, HS sẽ tìm được thể hiện của nó trên mô hình Hình học: Trong các hình chữ nhật có cùng chu vi, hình vuông có đường chéo bé nhất; trong các hình chữ nhật có cùng độ dài đường chéo, hình vuông có chu vi lớn nhất. Từ kết quả trên, có thể khẳng định: Trong các hình chữ nhật nội tiếp cùng một đường tròn, hình vuông có chu vi lớn nhất.

Các khẳng định vừa được trình bày không chỉ là thể hiện của BDT (2) trên mô hình hình chữ nhật mà còn là điểm xuất phát cho HS liên tưởng đến kết quả tương tự đối với hình hộp chữ nhật. Để thuận lợi cho HS thực hiện HĐ này, GV nên gợi lại cho HS tìm một sự tương tự giữa hai đối tượng hình chữ nhật và hình hộp chữ nhật. Sự liên tưởng này kết hợp với kết quả khám phá BDT (2) sẽ giúp HS đưa ra phán đoán: Trong hình hộp chữ nhật có cùng diện tích toàn phần, hình lập phương có độ dài đường chéo bé nhất; trong các hình hộp chữ nhật có cùng độ dài đường chéo, hình lập phương có diện tích toàn phần lớn nhất. Với phương thức tạo ra các HĐ hỗ trợ lẫn nhau như trên trong DH, HS sẽ tìm được cách thức làm sáng tỏ phán đoán của mình. Chẳng hạn, họ có thể viết lại BDT Bunhiacopxki đối với hai bộ số thực x_1, x_3, x_2 và x_2, x_1, x_3 :

$$(x_1 x_2 + x_3 x_1 + x_2 x_3)^2 \leq (x_1^2 + x_3^2 + x_2^2)(x_2^2 + x_1^2 + x_3^2)(3),$$

Dấu "=" trong BDT (3) xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2 = x_3$. Quan sát hai vế của BDT (3), trên cơ sở những HĐ trước làm tiền đề, HS sẽ nhận ra: Nếu x_1, x_2, x_3 là các kích thước của một khối hộp chữ nhật thì vế trái của (3) là $\frac{S^2}{4}$, vế phải là d^4 (trong đó S và d thứ tự là diện

tích toàn phần và độ dài đường chéo của khối hộp). Suy luận tương tự như trên, HS sẽ khẳng định được tính chân lý của các phán đoán mà họ đưa ra.

2.2.3. Tổ chức cho học sinh hoạt động vận dụng các thể hiện của bất đẳng thức Cauchy, bất đẳng thức Bunhiacopxki và các vấn đề liên quan trên mô hình Hình học vào thực tiễn đời sống

Song song với HĐ tìm kiếm thể hiện của BDT Cauchy, BDT Bunhiacopxki và các hệ quả của chúng trên mô hình Hình học, GV cần xây dựng các bài toán thực tiễn mà để giải quyết chúng, HS cần đến các mô hình này. Với nội dung toán học của BDT Cauchy và BDT Bunhiacopxki, chúng ta nghĩ ngay đến các bài toán liên quan đến cực đại và cực tiểu. GV cần tập hợp một hệ thống các bài toán dạng này, giao cho HS giải quyết để rèn luyện kỹ năng vận dụng toán học vào thực tiễn đời sống.

Ví dụ 1: Một người đẽo một cây gỗ thành khối hộp chữ nhật, anh ta đang phân vân đẽo như thế nào thì lợi gỗ? Hãy tìm một phương án giúp người thợ thực hiện được mục đích của mình.

Đối với tình huống này, HS phải có HĐ lí tưởng hóa: Xem cây gỗ là hình trụ và hình dạng của nó sau khi đẽo là khối hộp chữ nhật nội tiếp hình trụ này. GV nên

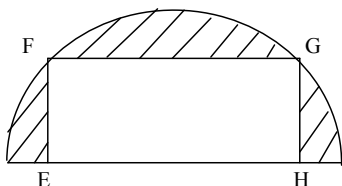


phác họa hình ảnh này lên bảng cho HS quan sát. Ngoài ra, GV yêu cầu HS giải thích rõ cụm từ “lợi gỗ” ở đây có nghĩa là gì? HĐ này giúp HS hiểu rõ hơn về tình huống, đồng thời kích thích HĐ tìm kiếm phương án giải quyết vấn đề. Sau tác động này của GV, HS nhận ra mấu chốt ở đây là đẽo như thế nào để khối hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất. Mong muốn của GV là HS liên tưởng đến tình huống thực trong cuộc sống, để giả thiết hình trụ có chiều cao bằng h , bán kính đáy bằng R là những đại lượng không đổi. Sản phẩm sau khi đẽo là khối hộp chữ nhật có một kích thước bằng h ; hai kích thước còn lại là các kích thước của hình chữ nhật nội tiếp đáy của hình trụ. Đến đây, mô hình: Trong các hình chữ nhật nội tiếp cùng một đường tròn, hình vuông có diện tích lớn nhất là chìa khóa giúp họ giải quyết tình huống này.

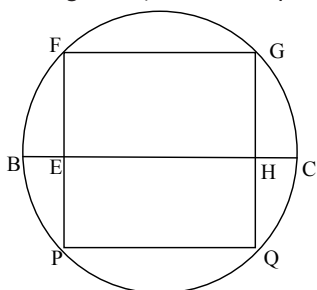
Ví dụ 2: Hãy tìm một phương án đóng một thùng hình hộp chữ nhật bằng tôn, đựng vừa đầy 100 kg gạo, sao cho tiết kiệm được vật liệu nhất.

Nếu HS có trải nghiệm thì các em mới nhận ra: Gạo là loại lương thực không co, không giãn; do đó, khi đựng 100 kg loại lương thực này vào bất kì vật dụng nào thì không gian mà nó chiếm chỗ không thay đổi. Phát hiện được điều này là mấu chốt để HS sử dụng mô hình: Trong các hình hộp chữ nhật có cùng thể tích, hình lập phương có diện tích toàn phần bé nhất làm cơ sở cho phương án giải quyết vấn đề.

Ví dụ 3: Người ta cần cải tạo một hồ hình bán nguyệt thành một hồ hình chữ nhật EFGH (Hình 2) bằng cách lấp đất vào phần kẻ sọc. Tìm phương án cải tạo, sao cho trồng được



Hình 2



Hình 3

nhiều cây nhất trên bờ hồ dọc theo đường gấp khúc không kín EFGH.

Nhằm giúp HS chuyển được tình huống nói trên về bài toán có nội dung toán học thuần túy, cần có những tác động sư phạm hợp lý như gợi ý: Điều kiện nào đảm bảo cho việc trồng được nhiều cây nhất trên bờ hồ dọc theo đường gấp khúc không kín EFGH? Hãy biểu diễn điều đó bằng một nội dung toán học. Người dạy mong muốn tác động sư phạm đó sẽ giúp người học phát biểu được bài toán: “Cho nửa đường tròn đường kính BC. Dụng hình chữ nhật EFGH sao cho: $EF+FG+GH$ lớn nhất; trong đó: E, H nằm trên đường kính BC còn F và G nằm trên nửa đường tròn đã cho.” Lời giải bài toán này là cơ sở để HS tìm ra phương án giải quyết tình huống thực tiễn nói trên.

HS vẽ thêm nửa đường tròn còn lại, kéo dài FE và GH cắt đường tròn tại các giao điểm thứ hai thứ tự là P và Q để nhận được hình chữ nhật PFGQ có chu vi gấp đôi tổng $EF+FG+GH$ (Hình 3). Đến đây, HS sẽ liên tưởng đến kết quả: Trong các hình chữ nhật nội tiếp cùng một đường tròn, hình vuông có chu vi lớn nhất, làm điểm xuất phát cho phép suy luận tìm ra lời giải bài toán.

3. Kết luận

Phương thức DH BĐT Cauchy và BĐT Bunhiacopxki mà chúng tôi đề xuất đã gắn tri thức toán học với thực tiễn cuộc sống. Chúng tôi tin rằng, khi tư tưởng này được nhân rộng trong DH Toán sẽ giúp HS nắm vững tri thức, đồng thời góp phần bồi dưỡng năng lực vận dụng Toán học vào thực tiễn cho các em - một yêu cầu quan trọng mà ngành Giáo dục và Đào tạo đang hướng tới. Thực hiện được điều đó, chúng ta sẽ hình thành vốn văn hóa Toán học rất sớm cho lứa tuổi HS.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. G.Polya, (1995), *Toán học và những suy luận có lí*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [2]. Trần Văn Hạo - Vũ Tuấn - Doãn Minh Cường - Đỗ Mạnh Hùng - Nguyễn Tiến Tài, (2009), *Đại số 10*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
- [3]. Đoàn Quỳnh - Nguyễn Huy Đoan - Nguyễn Xuân Liêm - Đặng Hùng Thắng - Trần Văn Vuông, (2009), *Đại số 10 nâng cao*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

TEACHING CAUCHY AND BUNYAKOVSKY INEQUALITY AT HIGH SCHOOLS THROUGH FINDING THEIR EXPRESSION ON GEOMETRY MODEL

Phan Anh - Email: anh.phan@htu.edu.vn
 Nguyen Khanh - Email: khanh.nguyen@htu.edu.vn
 Ha Tinh University

Abstract: In teaching Cauchy and Bunyakovsky inequality, beside their pure Mathematics contents, students need to have the conditions to search their appearance on Geometry model, being intermediate bridge for applications in practice. This article introduces two options for organization teaching Cauchy and Bunyakovsky inequality at high schools: Organise students' constructive activities in separate cases on the Geometry model; Organize students' finding activities of their expression and consequences on Geometry model to practise their ability to apply Maths knowledge into actual life. This teaching method will be widespread at high schools and contributes to developing learners' ability of Mathematics application into practice.

Keywords: Cauchy inequality, Bunyakovsky inequality; real application.