



ĐẢM BẢO SỰ CÂN ĐỐI GIỮA TƯ DUY TRỰC GIÁC VÀ TƯ DUY PHÂN TÍCH CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC TOÁN

ĐÀO TAM - Trường Đại học Vinh
Email: daotam.32@gmail.com

VÕ XUÂN MAI - Trường Đại học Đồng Tháp
Email: vxmai@dtu.edu.vn

Tóm tắt: Bài viết phân tích vai trò cần bổ sung cho nhau giữa tư duy trực giác và tư duy phân tích, từ đó khuyến nghị trong dạy học toán ở trường phổ thông cần thiết có sự cân đối hợp lý việc phát triển tư duy trực giác và tư duy phân tích cho học sinh nhằm góp phần phát triển năng lực người học trong giai đoạn đổi mới giáo dục hiện nay. Theo tác giả, tư duy trực giác và tư duy phân tích là hai yếu tố cần thiết trong quá trình tư duy, quá trình nhận thức thế giới của con người. Dựa trên cơ chế hoạt động của bộ não con người và vận dụng vào trong quá trình dạy học nói chung, dạy học toán nói riêng, giáo viên cần chú trọng những hoạt động nhằm đồng thời phát triển tư duy trực giác và tư duy phân tích cho học sinh.

Từ khóa: Tư duy trực giác; tư duy phân tích; học sinh; dạy học toán.

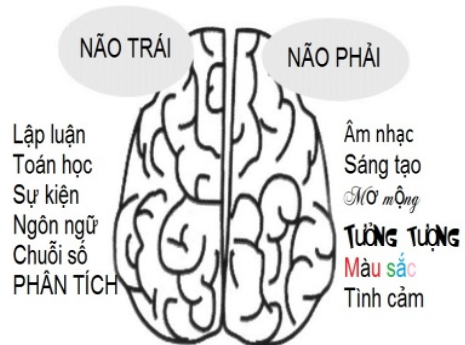
(Nhận bài ngày 07/10/2016; Nhận kết quả phản biện và chỉnh sửa ngày 20/10/2016; Duyệt đăng ngày 27/11/2016).

1. Đặt vấn đề

Trong tâm lý học hiện đại, các nhà tâm lý học đã chú trọng phân biệt tư duy trực giác (TDTG) và tư duy phân tích (TDPT), đại diện là nhà tâm lý học nổi tiếng J. Bruner với tác phẩm "The process of education". Các nhà triết học như Bergson và Spinoza cho rằng có sự đối lập giữa trực giác với lập luận và logic, quan điểm này được tìm thấy trong khái niệm hiện đại về trực giác toán học. Còn các nhà giáo dục học thì quan tâm đến câu hỏi TDTG hay TDPT ảnh hưởng như thế nào đến tiến trình dạy học trong nhà trường? Nhiều nghiên cứu đã nhấn mạnh được vai trò, tầm quan trọng của mỗi loại tư duy trên trong dạy học toán, thế nhưng việc tách hai mặt đối lập nhưng thống nhất của một quá trình nhận thức có đem lại hiệu quả trong dạy học? Trên thế giới, một số tác giả chỉ ra rằng trực giác và phân tích là hai chiều bổ sung cho nhau trong dạy học toán như Poincaré (1969), Freudenthal (1973), Thom (1973), Wittmann (1981), Howson (1984), Otte (1990), Bass (2005), Cholle (2012). Bài viết này làm rõ vai trò cần bổ sung cho nhau giữa TDTG và TDPT từ đó chúng tôi khuyến nghị trong dạy học toán ở trường phổ thông cần thiết có sự cân đối hợp lý việc phát triển TDTG và TDPT cho học sinh (HS) góp phần cụ thể hóa định hướng phát triển năng lực người học trong giai đoạn đổi mới hiện nay.

2. Trực giác và phân tích - hai yếu tố hoạt động cần thiết của con người

Chúng ta biết rằng, não người được chia thành hai bán cầu: Bán cầu não trái và bán cầu não phải. Bán cầu não trái có chức năng ngôn ngữ, tiến hành TDPT có tính liên tục và theo trình tự, trong khi đó bán cầu não phải tiến hành tư duy cụ thể, nhận biết không gian, sáng tạo, có óc tưởng tượng phong phú, tổng hợp chính thể không liên tục, phân tán và mỏng lung, trực giác là một



Hình 1

trong những đặc trưng của bán cầu phải (Hình 1). Người chịu sự chi phối nhiều của bán cầu não trái thường có khuynh hướng phân tích, suy luận logic, sử dụng tốt từ ngữ, biểu tượng, xem xét các chi tiết. Người chịu sự chi phối nhiều của bán cầu não phải thường thích nhìn xa trông rộng, có óc tưởng tượng phong phú, sáng tạo, thích các kí hiệu và hình ảnh, tìm tòi những hướng đi mới, sẵn sàng chấp nhận thử thách [1]. Việc chúng ta sử dụng thiên về bán cầu não nào quyết định đến cách làm việc và phương pháp học tập của chúng ta.

Trong tác phẩm của D. Kahneman [2], ông đưa ra hai hệ thống tư duy tác động đến con đường nhận thức của con người, ông gọi đó là: Hệ thống 1 - Trực giác (System 1 - Intuition) còn gọi là cơ chế nghĩ nhanh, tự động, thường xuyên được sử dụng, cảm tính, rập khuôn và tiềm thức; Hệ thống 2 - Lập luận (System 2 - Reasoning) còn gọi là cơ chế nghĩ chậm, đòi hỏi ít nỗ lực, ít được sử dụng, dùng logic có tính toán và ý thức. Trong một loạt thí nghiệm tâm lý mang tính tiên phong của mình, Kahneman chứng minh rằng, con người chúng ta thường đi đến quyết định theo cơ chế nghĩ nhanh hơn là nghĩ chậm. Cùng

quan điểm với Kahneman, Gladwell nhận định “Bộ não của chúng ta sử dụng hai phương pháp rất khác nhau để hiểu rõ tình huống. Phương pháp đầu tiên rất quen thuộc đó là phương pháp sử dụng nhận thức. Chúng ta nghĩ đến những gì mình đã biết, đã nắm rõ và cuối cùng đưa ra được câu trả lời. Phương pháp này rất logic và rạch ròi. Tiến trình diễn ra rất chậm, mất nhiều thời gian và đòi hỏi phải có nhiều thông tin. Phương pháp thứ hai hoạt động nhanh hơn nhiều, nó giúp ta hiểu được vấn đề chỉ sau thời gian ngắn...” [3, tr. 9]. Gladwell đã đào sâu nghiên cứu những ý nghĩ xảy ra trong tâm trí con người ở khoảnh khắc vài giây, một cái chớp mắt và những ý nghĩ bộc phát, tức thời cũng có hiệu quả như những quyết định được xem xét kĩ lưỡng. Như vậy, theo Kahneman, con đường nhận thức của con người qua hệ thống tư duy là TDTG và TDPT. Đây là hai yếu tố cần thiết trong quá trình tư duy, quá trình nhận thức thế giới của con người. Dựa trên cơ chế hoạt động của bộ não con người và nghiên cứu của Kahneman, Gladwell đã đề cập như trên, vận dụng vào trong quá trình dạy học nói chung, dạy học toán nói riêng, giáo viên (GV) cần chú ý đến việc tạo ra những hoạt động dành cho cả hai bán cầu não của HS được làm việc, nói cách khác GV cần chú trọng những hoạt động nhằm đồng thời phát triển TDPT và TDTG cho HS.

3. Tư duy trực giác và tư duy phân tích - hai mặt đối lập của tư duy toán học

Kenneth Hamond là một nhà tâm lí học đóng góp to lớn vào nghiên cứu trực giác, ông định nghĩa trực giác bởi sự đối lập với TDPT. Ông nhấn mạnh rằng “*nghĩa thông thường của trực giác có sự trái ngược với quá trình nhận thức mà làm cách nào để đưa ra câu trả lời, giải pháp hay ý tưởng với việc sử dụng quá trình từng bước biện minh hợp lí và có ý thức*” [4, tr.29].

Theo Koliagin [5], TDTG và TDPT là hai trong các thành phần cơ bản của tư duy toán học. Ông cho rằng, TDTG là phương pháp đặc biệt của nhận thức, đặc trưng bởi việc tìm ra chân lí một cách trực tiếp, liên quan đến trực giác đó là những hiện tượng như việc giải quyết vấn đề một cách bất ngờ, chớp nhoáng, không tuân thủ theo các yêu cầu logic, kết quả tìm được bằng phương pháp này rất nhanh chóng. Còn TDPT được đặc trưng bởi tính khúc chiết của từng bước riêng lẻ trong nhận thức, linh hoạt một cách đầy đủ cả về nội dung cũng như các thao tác được vận dụng. TDPT được biểu hiện trong quá trình dạy học thông qua cách thức phân tích chứng minh các định lí và giải các bài toán, giải bài toán bằng cách lập phương trình, nghiên cứu kết quả lời giải bài toán nào đó. TDPT không thể hiện một cách cô lập tách biệt với các loại hình tư duy trừu tượng khác, trên từng giai đoạn riêng biệt nó có thể biểu hiện nổi trội hơn các dạng khác, cùng xuất hiện.

Theo tác giả Nguyễn Văn Lộc [6], TDPT đặc trưng bởi các giai đoạn rành mạch của lập luận và suy nghĩ, tư duy như vậy thường được thực hiện nhờ nắm đầy đủ nội dung và các thao tác tạo nên. Khác với TDPT, TDTG đặc

trung bởi sự thiếu vắng các bước lập luận rõ ràng, loại tư duy này đặc trưng bởi tri giác thu gọn một cách nhanh chóng, ngay lập tức. Như vậy, trực giác cũng là một quá trình tư duy, đó là mặt đối lập của TDPT. TDPT tuân theo quy tắc quy nạp diễn dịch một cách nghiêm ngặt, thông qua sự phán đoán từng bước rút ra phán đoán hoặc kết luận đúng, hợp logic, đồng thời dùng ngôn ngữ biểu đạt toàn bộ quá trình tư duy. TDTG lại có kết luận trực tiếp, hoàn toàn bỏ qua khâu trung gian, đó là quá trình tư duy “nhảy vọt”, người có TDTG lập tức trả lời “phải” hay “không”, khả năng hình dung ra kết quả của một vấn đề hoàn toàn không có quá trình lập luận dài dòng.

4. Sự cân bằng giữa tư duy trực giác và tư duy phân tích trong dạy học toán

Trong quá trình dạy học toán, nếu HS có TDPT thì sẽ giúp cho HS biết lập luận có logic, tuân theo những quy tắc suy diễn nghiêm ngặt, trình bày từng bước giải quyết vấn đề một cách chặt chẽ, rành mạch. Còn TDTG giúp HS đưa ra các dự đoán hay phán đoán cho vấn đề, định hướng cách giải quyết vấn đề, giúp HS hiểu được bản chất của tri thức. Nếu chỉ chú trọng đến việc phát triển TDPT cho HS mà không quan tâm phát triển TDTG thì các em chỉ biết sử dụng trên các biểu thức hình thức mà không giải thích được ý nghĩa của tri thức, giải quyết vấn đề một cách rập khuôn, máy móc, không kích thích được sự sáng tạo, đam mê hứng thú tìm tòi của HS. Ngược lại, có TDTG mà không có TDPT có thể bị trực giác đánh lừa dẫn đến kết quả sai lầm, cần phải được kiểm chứng bởi các thao tác suy diễn. Vì vậy, cần thiết phải có sự bổ sung cho nhau giữa TDTG và TDPT trong dạy học toán để phát huy ưu thế của mỗi loại tư duy cho HS.

Trong nghiên cứu của mình, F. P. Cholle cho rằng: “Chúng ta có lợi thế đặc biệt là có cả bản năng và lí trí. Chúng ta không cần phải loại bỏ bản năng để lập luận có tính khoa học. Chúng ta có thể tôn trọng và đòi hỏi hai công cụ này và như thế chúng ta có thể tìm kiếm sự cân bằng. Và khi tìm kiếm sự cân bằng này, chúng ta cuối cùng sẽ biến tất cả những tài nguyên trong bộ não của chúng ta thành hành động. Cách đây khoảng 100 năm, khoa học thậm chí vẫn chưa lưu ý đến vai trò của vô thức, nhưng các nghiên cứu hiện nay cho thấy rằng chỉ có 20% số lượng chất xám dành cho tư duy ý thức trong khi đó 80% số lượng chất xám dành cho tư duy vô thức” [7]. Trong tác phẩm “Rules for the direction of the mind”, Descartes đã viết “Chúng ta được biết hai hoạt động của sự hiểu biết, đó là trực giác và suy diễn, mà mỗi loại chúng ta phải dựa trên sự linh hoạt kiến thức” và nhấn mạnh “TDTG là mục đích và suy diễn logic là phương tiện. Sự thật được tìm thấy bằng trực giác, chứ không phải bằng logic hay chứng minh” [8, tr.37].

Trong dạy học toán ở trường phổ thông hiện nay, HS chỉ thấy câu hỏi được trả lời như thế nào hay vấn đề được giải quyết ra sao, các em chưa thấy được tại sao câu hỏi, vấn đề đó được đặt ra, quá trình có được câu trả lời, cách giải quyết đó bằng cách nào. Hơn nữa, khi HS phải đối mặt với những tình huống không quen thuộc hay



một bài toán mới, GV thường dành nhiều thời gian để trang bị cho HS những kiến thức mang tính quy trình, phần lớn các em có ít cơ hội được nỗ lực khám phá, tư duy để tự tìm tòi con đường giải quyết vấn đề. Điều này dẫn đến nhiều HS chỉ học những kiến thức một cách máy móc để sử dụng trong các kì thi mà không thể vận dụng kiến thức vào giải quyết vấn đề trong cuộc sống thực tiễn, các em cũng chưa thật sự hứng thú với giờ học như vậy. Để thay đổi cách tiếp cận kiến thức cần phải chú trọng phát triển TDTG toán học cho HS trong dạy học giúp HS thấy được vẻ đẹp của kiến thức toán học, hiểu được ý nghĩa, vận dụng được kiến thức đó vào giải quyết vấn đề trong cuộc sống góp phần đáp ứng được nhu cầu đổi mới theo hướng tiếp cận phát triển năng lực và phẩm chất cho người học.

5. Ví dụ minh họa

Xét ví dụ minh họa cho việc sử dụng TDTG và TDPT cho HS trong dạy học giải bài tập toán sau: "Trong không gian tọa độ Oxyz, cho các điểm A(-1; 2; 3), B(3; 0; -1), C(1; 4; 7) và mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z + 6 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu

thức $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất". Bài toán yêu cầu xác định tọa độ điểm trên một mặt phẳng thỏa mãn điều kiện cho trước, đây là bài toán quen thuộc với HS nhưng khó khăn ở chỗ biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất cho trước khá phức tạp.

Sử dụng trực giác: Với ba điểm A, B, C cho trước nên tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC hoàn toàn xác định. Quan sát biểu thức đã cho HS có thể liên tưởng đến $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG}$, với mọi điểm M, do đó phải biến đổi biểu thức qua trọng tâm G quy về biểu thức đơn giản hơn xác định được điểm M. Từ đó, HS liên hệ với phương pháp giải bài toán quen thuộc "Cho A không thuộc mặt phẳng (P). Tìm điểm M trên (P) sao cho MA^2 nhỏ nhất" dẫn đến trực giác được hướng giải quyết bài toán là điểm M cần tìm có thể là hình chiếu của trọng tâm G của tam giác ABC. HS cũng có thể tìm ra hướng

giải quyết khác: Nếu gọi $M(x; y; z) \in (P)$ thỏa mãn phương trình của (P), thay tọa độ của các điểm vào biểu thức đã cho, khi đó biến đổi đưa về biểu thức đại số, tìm điều kiện của x, y, z để biểu thức đó có giá trị nhỏ nhất.

Sử dụng các thao tác phân tích: Từ định hướng trên để giải bài toán này, trước hết HS phải biết biến đổi biểu thức T bằng cách sử dụng bình phương độ dài đoạn thẳng chính là bình phương tích vô hướng của vectơ, sử dụng trọng tâm G của tam giác ABC rồi thực hiện biến đổi trên các biểu thức vectơ. Các bước phân tích như sau:

$$T = \overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 = (\overline{MG} + \overline{GA})^2 + (\overline{MG} + \overline{GB})^2 + (\overline{MG} + \overline{GC})^2$$

$$= 3\overline{MG}^2 + \overline{GA}^2 + \overline{GB}^2 + \overline{GC}^2 + 2\overline{MG}(\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC})$$

Với G(1;2;3) là trọng tâm của tam giác ABC. Ta có

$$\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0} \text{ nên}$$

$$T = 3\overline{MG}^2 + \overline{GA}^2 + \overline{GB}^2 + \overline{GC}^2$$

Do đó $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

$\Leftrightarrow MG^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ chính là hình chiếu của G lên mặt phẳng (P).

Xác định hình chiếu của điểm G lên mặt phẳng (P).

Ta có

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \\ x - 2y + 2z + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(0; 4; 1)$$

Với $M(0; 4; 1)$ ta có

$$MG = d(G, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 6|}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = 3 \text{ thì}$$

$$T_{\min} = 3 \cdot 3^2 + 48 = 75$$

Qua bài toán trên, cần tạo cơ hội để HS tìm tòi suy nghĩ, sử dụng kiến thức đã biết, liên hệ bài toán quen thuộc từ đó sử dụng óc phán đoán, suy luận để định hướng giải quyết cho bài toán chưa quen biết. Việc sử dụng trực giác nhằm mục đích để định hướng cách giải quyết, dự đoán kết quả của vấn đề, sau đó sử dụng các thao tác của TDPT như là phương tiện để kiểm nghiệm lại định hướng, kết quả đã đề ra.

6. Kết luận

Ở trên, chúng tôi đã phân tích sự hỗ trợ cho nhau của TDTG và TDPT trong dạy học toán và đưa ra ví dụ minh họa trong dạy học giải bài tập. Với những phân tích trên cho thấy trong dạy học toán cần phát huy vai trò bổ sung cho nhau giữa TDTG và TDPT để giúp HS biết sử dụng hợp lí giữa khả năng trình bày, lập luận các vấn đề và khả năng dự đoán, suy luận trực giác cùng với việc được trải nghiệm nhiều hơn trong giải quyết vấn đề.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. <http://sinhtracdauvantay.com/chuc-nang-cua-nao-trai-va-nao-phai-ban-la-nguoi-thuan-nao-nao>
 [2]. D. Kahneman (2013), *Tư duy nhanh và chậm, nên hay không nên tin vào trực giác?*, NXB Trẻ.
 [3]. M. Gladwell (2007), *Trong chớp mắt - Sức mạnh của việc nghĩ mà không suy nghĩ*, Hà Minh Hoàng dịch, NXB Lao động.
 [4]. V. M. Jagla (1994), *Teachers' Everyday use of Imagination and Intuition: In Pursuit of the Elusive Image*, State University of New York Press.
 [5]. Iu.M. Koliagin và các tác giả khác (1978), *Phương*

pháp giảng dạy toán ở trường phổ thông, NXB Giáo dục Matxcova.

[6]. Nguyễn Văn Lộc (1997), *Tư duy và hoạt động tư duy toán học*, Trường Đại học Vinh.

[7]. Francis P. Cholle, (2011), *What is intuition and how we use it*, Psychology Today. www.psychologytoday.com

[8]. Michael Otte (1990), *Intuition and Logic*, For the

learning of Mathematics, Vol. 10, No.2, pp. 37 - 43.

[9]. Francis P. Cholle (2012), *The intuitive compass: why the best decisions balance reason and instinct*, Published by Jossey-Bass, A Wiley Imprint.

[10]. Erich Wittmann (1981), *The complementary roles of intuitive and reflective thinking in mathematics teaching*, Educational Studies in Mathematics, 12(3), pp. 389-397.

ENSURING BALANCE BETWEEN INTUITIVE AND ANALYTICAL THINKING FOR STUDENTS IN MATHEMATICS TEACHING

Dao Tam - Vinh University

Email: daotam.32@gmail.com

Vo Xuan Mai - Dong Thap University

Email: vxmai@dthu.edu.vn

Abstract: *The paper analyzes the supplemental role between intuitive and analytical thinking, then recommends reasonable development of these thinking for students to contribute to developing learners' capacity in teaching general Mathematics in current condition. Intuitive and analytical thinking are two essential elements in process of human thinking and cognition. Basing on the operational mechanism of the human brain and their applicability in the teaching process in general and Mathematics teaching in particular, teachers should focus on activities to develop pupils' intuition and critical thinking.*

Keywords: *Intuitive thinking, critical thinking; pupils; Mathematics teaching.*