



# HOẠT ĐỘNG SIÊU NHẬN THỨC TRONG QUÁ TRÌNH KHÁM PHÁ BÀI TOÁN KẾT THÚC MỞ

**NGUYỄN THỊ HƯƠNG LAN**

Trường Đại học Tân Trào

Email: [nguyenlanctdq@gmail.com](mailto:nguyenlanctdq@gmail.com)

**Tóm tắt:** Trong những năm gần đây, siêu nhận thức đã thu hút sự quan tâm của nhiều nhà giáo dục toán. Một trong những vấn đề mà các nhà nghiên cứu toán học theo đuổi là tìm hiểu vai trò của siêu nhận thức đến khả năng giải quyết vấn đề toán học của học sinh. Bài viết tập trung vào việc tìm hiểu hoạt động siêu nhận thức trong quá trình khám phá bài toán kết thúc mở của học sinh cũng như ảnh hưởng của siêu nhận thức đến khả năng giải quyết thành công các bài toán kết thúc mở. Bên cạnh đó, tác giả còn chỉ ra mối tương tác giữa hoạt động siêu nhận thức của học sinh và khả năng giải quyết vấn đề của các em.

**Từ khóa:** Siêu nhận thức; khám phá; bài toán kết thúc mở.

(Nhận bài ngày 07/7/2016; Nhận kết quả phản biện và chỉnh sửa ngày 20/8/2016; Duyệt đăng ngày 27/9/2016).

## 1. Đặt vấn đề

Vào khoảng những năm 80 của thế kỉ trước, các nhà giáo dục toán nghiên cứu về giải quyết vấn đề bắt đầu quan tâm đến quá trình siêu nhận thức (SNT) của học sinh (HS) khi tìm kiếm dữ liệu để trả lời cho câu hỏi liệu các hành vi SNT có vai trò như thế nào đối với quá trình giải quyết vấn đề. Nghiên cứu của (Lester, 1982) đã chỉ ra rằng hiểu biết của HS về hoạt động nhận thức trước, trong và sau khi giải quyết vấn đề cùng với các hoạt động mang tính điều hành như theo dõi và tự điều chỉnh ảnh hưởng lớn đến việc giải quyết thành công các vấn đề toán của người học. Một số nghiên cứu sau đó tiếp tục tìm hiểu ảnh hưởng của SNT đến khả năng giải quyết bài toán có lời văn (Pennequyn và nhóm tác giả, 2010), giải quyết các vấn đề toán có tính xác thực (Kramarski và nhóm tác giả, 2002), giải quyết vấn đề toán trong môi trường công nghệ (Kapa, 2001)... Trong khi đó, những nghiên cứu về hành vi SNT trong quá trình khám phá toán của HS hầu như chưa được đề cập đến. Do đó, trong khuôn khổ bài viết này, chúng tôi trình bày kết quả của một nghiên cứu định tính về hoạt động SNT trong quá trình khám phá bài toán kết thúc mở của HS trung học phổ thông.

## 2. Siêu nhận thức

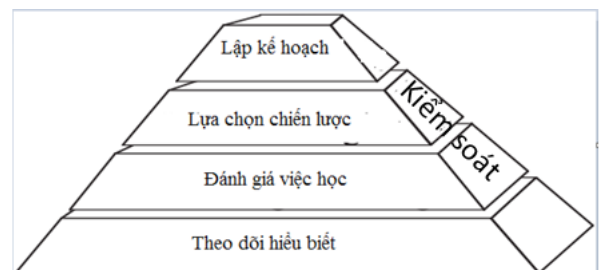
Thuật ngữ SNT bắt nguồn từ Hi Lạp. Trong tiếng Hi Lạp thuật ngữ "meta" có nghĩa là "sau". Do đó, SNT là nhận thức về hoạt động nhận thức của cá nhân. Theo Flavell (1979), SNT là hiểu biết của cá nhân liên quan đến quá trình nhận thức của mỗi người bao gồm cả các kĩ năng mang tính điều hành như theo dõi, điều chỉnh và sắp xếp các quá trình nhận thức để hướng đến mục tiêu đặt ra. Cụ thể trong quá trình học tập của HS, theo Pennequyn và nhóm tác giả (2010), SNT bao gồm hiểu biết về quá trình nhận thức và những hoạt động mang tính điều hành bậc cao như phân tích nhiệm vụ học tập, lên kế hoạch, theo dõi, kiểm tra và đánh giá về sự thành

công của việc học. Vì thế, SNT có các đặc trưng sau: Nhận thức về quá trình tư duy của bản thân; Theo dõi tích cực và chủ động trong quá trình nhận thức của bản thân; Điều chỉnh quá trình nhận thức trong mối quan hệ với các nhiệm vụ học tập; Tự tìm kiếm phương pháp giải quyết vấn đề; Đánh giá về quá trình giải quyết vấn đề và kết quả đạt được.

Với những đặc trưng đó, SNT được phân biệt một cách rõ ràng với nhận thức. Về nội dung, SNT bao gồm một phần của thế giới trí tuệ, tinh thần. Trong khi đó, nhận thức bao gồm hiểu biết các đối tượng, con người, sự kiện, hiện tượng tâm lí và các kĩ năng để xử lí các vấn đề này. Do đó, SNT không có nguồn gốc từ thực tế bên ngoài chủ thể mà gắn với hoạt động trí tuệ và tinh thần của chủ thể, nó có thể bao gồm những gì mà cá nhân biết về quá trình hướng nội, cách thức thực hiện và cách người ta cảm nhận về nó. Về chức năng, nhận thức có chức năng giải quyết vấn đề và mang lại kết quả khi giải quyết vấn đề. Trong khi đó, SNT dùng để điều chỉnh và định hướng nhận thức của cá nhân trong quá trình giải quyết vấn đề.

## 3. Mô hình siêu nhận thức của Tobias và Everson

Có nhiều mô hình về SNT đã được nghiên cứu và áp dụng vào hoạt động tâm lí học và dạy học. Trong đó,



Hình 1: Mô hình phân cấp về quá trình SNT

mô hình SNT theo kiểu phân cấp của Tobias và Everson (2002) đã được sử dụng trong các nghiên cứu về quá trình dạy học. Theo các ông, SNT là sự kết hợp giữa các yếu tố như kĩ năng, kiến thức (hiểu biết về nhận thức), theo dõi quá trình nhận thức của người học cũng như điều khiển quá trình đó theo mô hình 1.

- **Lập kế hoạch:** Công việc đầu tiên của HS trong hoạt động SNT là lập kế hoạch, bao gồm xác định mục tiêu học tập, thời gian học tập, dự kiến kết quả đạt được.

- **Lựa chọn chiến lược:** Sau khi lập kế hoạch, người học cần lựa chọn chiến lược, phương pháp phù hợp để thực hiện nhiệm vụ học tập đó.

- **Đánh giá việc học:** Khi thực hiện xong chiến lược học tập, người học cần đánh giá về việc học của mình bao gồm đánh giá quá trình và đánh giá kết quả đạt được so với mục tiêu đặt ra. Đánh giá là hoạt động quan trọng nhằm giúp HS có cơ sở để điều chỉnh việc học của mình.

- **Theo dõi hiểu biết:** Theo dõi mức độ hiểu của bản thân ở từng giai đoạn khác nhau, theo dõi hiệu quả của các phương pháp được sử dụng để lựa chọn phương pháp tối ưu. Mục tiêu của việc theo dõi hiểu biết là nắm được bản thân biết những gì và không biết những gì. Nếu HS không phân biệt được chính xác những gì họ biết và những gì họ không biết thì khó có thể tham gia vào các hoạt động mang tính SNT như đánh giá việc học của chính mình, lập kế hoạch hay điều khiển quá trình học tập đó. Ngược lại, những HS có kĩ năng SNT, sẽ nhận biết được kiến thức của bản thân, các em nhận biết được đâu là kiến thức trọng tâm mà bản thân cần đạt đến. Từ đó, các em có thể sử dụng một cách có hiệu quả thời gian, tìm kiếm được biện pháp để thực hiện nhiệm vụ của mình, giúp cho việc học có hiệu quả hơn. Vì thế, theo dõi hiểu biết được xem là hoạt động nền tảng, làm cơ sở cho việc cho các hoạt động khác.

- **Kiểm soát:** Yếu tố chi phối cả quá trình SNT chính là sự kiểm soát. Kiểm soát nhằm điều phối quá trình học tập hay thực hiện nhiệm vụ của người học, khi đó người học có thể đưa ra quyết định tiếp tục hay dừng lại khi hướng đi nào đó không còn phù hợp với mục tiêu.

### 3. Hoạt động SNT trong quá trình khám phá bài toán kết thúc mở

Theo Nguyễn Thị Duyên (2014), bài toán kết thúc mở là bài toán mang đến cho HS cơ hội để tìm kiếm được nhiều câu trả lời khác nhau với cùng dữ liệu ban đầu. Bởi vì các bài toán kết thúc mở thường có cấu trúc không chặt chẽ nên đòi hỏi HS phải xem xét các yếu tố, khái niệm toán học liên quan đến vấn đề cần giải quyết, tìm kiếm các phương thức giải quyết vấn đề, đưa ra các câu trả lời khác nhau có thể có và tìm kiếm cách thức để giao tiếp các kết quả thu được, không đơn thuần chỉ là việc áp dụng các quy tắc hoặc thuật toán đã có như một cách để giải quyết vấn đề khi làm việc với các bài toán đóng (có một câu trả lời duy nhất đúng).

Vận dụng mô hình SNT của Tobias và Everson (2002) vào quá trình khám phá bài toán kết thúc mở sẽ

giúp cho người học có định hướng rõ ràng trong việc tìm kiếm phương án giải quyết vấn đề đặt ra trong bài toán ban đầu. Cụ thể hoạt động SNT sẽ định hướng quá trình khám phá bài toán kết thúc mở bằng các hoạt động thành phần cụ thể sau:

- **Lập kế hoạch:** Công việc đầu tiên của HS trong hoạt động SNT là lên kế hoạch để tìm hiểu tình huống toán học đặt ra trong bài toán kết thúc mở. Việc lên kế hoạch được bắt đầu bằng các công việc cụ thể là đặt ra các câu hỏi, tìm kiếm các mục đích để khám phá, xây dựng các giả thuyết để khám phá tình huống ban đầu.

- **Lựa chọn chiến lược:** Sau khi đặt ra các câu hỏi, giả thuyết và mục đích để khám phá tình huống ban đầu, người học tìm kiếm phương án giải quyết vấn đề thông qua việc phân tích và xử lý dữ liệu, tìm kiếm phương án giải quyết vấn đề, kiểm chứng hay bác bỏ các giả thuyết.

- **Đánh giá việc học:** Đánh giá các phương án khám phá bài toán kết thúc mở, kết quả khám phá bài toán kết thúc mở so với mục tiêu ban đầu để ra.

- **Theo dõi hiểu biết:** Theo dõi hiểu biết của bản thân về các kiến thức và kĩ năng toán cần thiết để khám phá bài toán kết thúc mở, theo dõi tính hiệu quả cũng như tính tối ưu các phương án khám phá bài toán kết thúc mở để tìm kiếm hướng khám phá phù hợp nhất.

- **Kiểm soát:** Người học kiểm soát quá trình khám phá bài toán kết thúc mở, quyết định dừng lại hay tiến hành mở rộng bài toán ban đầu, đặt ra các câu hỏi và vấn đề mới để tiến hành khám phá xa hơn.

### 4. Phương pháp nghiên cứu

Để tìm hiểu hoạt động nhận thức trong quá trình khám phá bài toán kết thúc mở của HS, chúng tôi đã tiến hành quan sát trên đối tượng gồm 40 HS lớp 11 của một trường trung học phổ thông ở miền núi phía Bắc của Việt Nam. Những HS này được chia thành 10 nhóm, mỗi nhóm có 4 em. Chúng tôi giao ba bài toán kết thúc mở trong chủ đề xác suất và yêu cầu các nhóm trình bày hướng khám phá của nhóm mình. Sau đó, chúng tôi quan sát các pha trong hoạt động SNT của các nhóm HS khi các em khám phá các bài toán kết thúc mở đó.

**Bài toán 1:** Lan và Hồng đã mở một quầy nước giải khát vào dịp hội trại ở trường. Lan góp vào 500.000 đồng và Hồng góp vào 1.000.000 đồng để mua nguyên liệu. Sau khi hội trại kết thúc tổng số tiền mà họ thu được là 3.000.000 đồng. Hỏi Lan và Hồng nên chia số tiền thu được như thế nào?

Bài toán này được lựa chọn nhằm kiểm tra khả năng phân chia số tiền thu được sau khi đầu tư bán hàng của HS. Bối cảnh bài toán gắn gũi với môi trường sống của HS nhằm đem đến cho các em cơ hội tự do chia sẻ suy nghĩ và kinh nghiệm của bản thân. HS có thể tranh luận để đưa ra cách chia tiền mà các em cho là phù hợp:

- **Phương án 1:** Bất kể số vốn ban đầu mà mỗi người bỏ ra bao nhiêu, chia đều số tiền thu được cho mỗi người. Điều đó có nghĩa là chia tiền thu được theo tỉ lệ 1:1. Lan và Hồng đều nhận được số tiền bằng nhau là 1.500.000 đồng. Phương án này có thể chấp nhận nhưng



nó không đảm bảo được tính công bằng với số vốn đầu tư ban đầu của hai người.

- *Phương án 2:* Trả lại số tiền vốn của mỗi người rồi sau đó chia đều số tiền lãi. Do đó, Lan sẽ nhận được số tiền là 1.250.000 đồng và Hồng nhận được số tiền là 1.750.000 đồng. Phương án này có thể chấp nhận được. Nhưng trên thực tế, việc phân chia số tiền thu được sẽ tỉ lệ thuận với số tiền vốn mà hai bên đã góp vào lúc đầu. Do đó, HS có thể đi đến phương án chia tiền thứ ba.

- *Phương án 3:* Chia số tiền thu được tỉ lệ với số tiền vốn mà hai người đã góp ban đầu hay chia theo tỉ lệ là 1:2. Như vậy, Lan sẽ nhận được 1.000.000 đồng và Hồng sẽ nhận được 2.000.000 đồng. Phương án này nhằm đảm bảo tính công bằng với sự đầu tư ban đầu của cả Lan và Hồng.

Trong ba cách chia tiền ở bài toán trên thì hai cách đầu mang tính văn hóa xã hội còn cách chia thứ ba đảm bảo được tính công bằng trong góp vốn kinh doanh. Do đó, cách chia tiền theo tỉ lệ góp vốn có thể được xem là một cách tiếp cận theo quan điểm toán học để giải quyết các vấn đề có bối cảnh thực tế.

**Bài toán 2.** Nam và Hải cùng trò bắn bi và quy định nếu ai thắng ba ván sẽ là người chiến thắng và dành được toàn bộ 24 viên bi mà hai bạn đã đặt cược ban đầu. Khi Nam thắng 2 ván và Hải thắng 1 ván thì trò chơi phải dừng lại. Hỏi Nam và Hải phải chia số viên bi ban đầu như thế nào?

Bài toán thứ hai được lựa chọn nhằm kiểm tra khả năng phân chia số bi đã cược khi HS tham gia trò chơi mà phải dừng lại giữa chừng. Đối với bài toán này HS có thể tiếp cận một trong ba cách chia số bi đã cược như sau:

- *Phương án 1:* Chia số bi theo tỉ lệ 1:1. Mỗi người nhận được 12 viên bi ban đầu. Phương án này có thể chấp nhận nhưng nó không đảm bảo được tính công bằng với hai người chơi.

- *Phương án 2:* Chia số bi tỉ lệ thuận với số ván thắng của hai người hay chia theo tỉ lệ là 2:1. Cách chia như thế này cũng không đảm bảo được tính công bằng với người chơi vì nếu trò chơi không dừng lại thì cơ hội thắng cuộc của Nam sẽ cao hơn. Do đó, HS tiếp cận phương án tiếp theo để giải quyết vấn đề.

- *Phương án 3:* Nếu trò chơi vẫn tiếp tục thì chỉ cần tối đa 2 ván nữa trò chơi sẽ kết thúc. Hai ván chơi có 4 khả năng xảy ra là Nam thắng cả hai ván, Nam thắng ván đầu và Hải thắng ván thứ hai, Hải thắng ván đầu và Nam thắng ván thứ hai, Hải thắng cả hai ván. Trong đó, chỉ có khả năng cuối cùng mới thuận lợi cho Hải, hay khi biến cố đó xảy ra thì Hải mới trở thành người chiến thắng. Vì vậy, Hải chỉ có 1/4 cơ hội chiến thắng còn Nam có đến 3/4 cơ hội chiến thắng. Do đó, chia số bi theo cơ hội thắng cuộc của người chơi, nghĩa là chia theo tỉ lệ 3:1. Đây là cách chia đảm bảo tính công bằng với hai người chơi nhất. Lúc đó, Nam được 18 viên bi và Hải được 6 viên bi.

Trong ba phương án trên thì phương án thứ 3 là tối

ưu nhất vì nó đảm bảo tính công bằng với người chơi là chia số bi theo xác suất thắng cuộc của mỗi người.

**Bài toán 3:** Hai đội cùng tham gia một trò chơi kéo co. Mỗi ván thắng được 10 điểm, đội nào được 60 điểm trước sẽ dành được toàn bộ phần thưởng là 1.000.000 đồng. Khi đội thứ nhất được 50 điểm và đội thứ hai được 30 điểm thì trời đổ mưa nên trò chơi phải dừng lại. Hỏi phải chia số tiền thưởng cho hai đội như thế nào?

- *Phương án 1:* Chia tiền theo tỉ lệ 1:1. Mỗi đội sẽ nhận được 500.000 đồng. Phương án này có thể chấp nhận nhưng nó không đảm bảo được tính công bằng với hai đội chơi.

- *Phương án 2:* Chia tiền tỉ lệ thuận với số điểm của hai đội hay chia theo tỉ lệ 5:3. Cách chia như thế này cũng không đảm bảo được tính công bằng với hai đội chơi vì nếu trò chơi tiếp tục thì cơ hội thắng cuộc của đội một sẽ cao hơn. Do đó HS tiếp cận phương án tiếp theo để giải quyết vấn đề chia tiền thưởng.

- *Phương án 3:* Có thể chia tiền thưởng theo tỉ lệ 1:1 hoặc chia theo tỉ lệ số ván thắng của hai người, tuy nhiên phương án chia tiền thưởng tối ưu trong trường hợp này là chia theo cơ hội thắng cuộc của từng đội. Nếu trò chơi vẫn tiếp tục thì cần tối đa 3 ván nữa mới xác định được đội chiến thắng. Ba ván chơi tạo thành 8 ngẫu nhiên, trong đó chỉ có một ngẫu nhiên làm cho đội thứ hai trở thành đội chiến thắng chung cuộc. Vì vậy chia tiền thưởng cho hai đội theo tỉ lệ là 7:1, đội thứ nhất được 875.000 đồng và đội thứ 2 được 125.000 đồng là đảm bảo được tính công bằng với hai đội chơi.

## 5. Kết quả

Dữ liệu thu thập được từ nghiên cứu này cho thấy bài toán kết thúc mở mang đến cơ hội để HS tiến hành tất cả các pha trong hoạt động SNT. Dữ liệu từ việc quan sát lớp học cho thấy hầu hết HS đã thoát khỏi suy nghĩ chia tiền thu được theo tỉ lệ 1:1 và tiến đến chia tiền thu được tỉ lệ thuận với số vốn đầu tư ban đầu của hai người khi khám bài toán 1. Các pha trong hoạt động SNT của các nhóm HS khi khám phá bài toán này được mô tả cụ thể như sau:

- **Lập kế hoạch:** HS phân tích giả thiết của bài toán, đặt ra một số hướng khác nhau để khám phá tình huống ban đầu. Hầu hết các nhóm HS đều cho rằng có thể chia đều số tiền bán hàng cho hai người hoặc chia theo tỉ lệ góp vốn ban đầu của hai người.

- **Lựa chọn chiến lược:** Hầu hết HS đều sử dụng kiến thức về các đại lượng tỉ lệ thuận để đưa ra phương án chia tiền thu được. Các HS ở nhóm 2 đã đưa ra ba phương án chia tiền thu được: chia theo tỉ lệ 1:1, trả lại tiền vốn cho mỗi người rồi sau đó chia số tiền còn lại theo tỉ lệ 1:1, chia số tiền thu được theo tỉ lệ góp vốn ban đầu của hai người.

- **Đánh giá việc học:** Dữ liệu thu thập được từ việc quan sát lớp học cho thấy các em hài lòng với các phương án chia tiền thu được mà bản thân đã đưa ra.

- **Theo dõi hiểu biết:** Kiến thức mà HS cần sử dụng để giải quyết vấn đề chia tiền bán hàng thu được trong

Nhóm 2:

- Phương án 1: chia đều, Lan: 1500.000 đồng  
Hồng: 1500.000 đồng
- Phương án 2: Trả lại vốn ban đầu cho mỗi người sau đó chia đều tiền thu được; rên:  
Lan:  $500.000 + 750.000 = 1250.000$  đồng  
Hồng:  $1000.000 + 750.000 = 1750.000$  đồng
- Phương án 3: Chia theo tỉ lệ góp vốn, hay tỉ lệ 1:2:  
Lan: 1000.000 đồng  
Hồng: 2000.000 đồng

Hình 2: Bài làm của nhóm 2

trường hợp này liên quan đến đại lượng tỉ lệ thuận. Những kiến thức này nằm trong miền hiểu biết toán của các em từ cấp Trung học cơ sở.

- **Kiểm soát:** Với bài toán 1, hầu hết HS đều trải qua hoạt động khám phá toán với ba chu trình khép kín nhưng tăng dần yêu cầu về mức độ nhận thức nhằm tìm ra phương án tối ưu để giải quyết vấn đề mà bài toán đặt ra.

Sau khi làm quen với việc khám phá bài toán đầu tiên, HS tiếp tục tiến hành hoạt động SNT khi tìm kiếm phương án tối ưu để giải quyết vấn đề trong bài toán thứ 2. Cũng giống như khi khám phá bài toán 1, hầu hết HS đều cho rằng có thể chia số bi đã cược theo tỉ lệ 1:1 hoặc chia theo tỉ lệ số ván thắng của hai người chơi. Các pha trong hoạt động SNT của HS khi khám phá bài toán này được mô tả cụ thể như sau:

- **Lập kế hoạch:** HS phân tích giả thiết của bài toán, đặt ra một số hướng khác nhau để khám phá tình huống ban đầu. Do ảnh hưởng từ cách giải quyết vấn đề khi khám phá bài toán một nên tất cả các nhóm HS đều lên kế hoạch chia đều số bi đã đặt cược cho hai người hoặc chia theo tỉ lệ thắng cuộc của hai người.

- **Lựa chọn chiến lược:** Hầu hết HS đều sử dụng kiến thức về các đại lượng tỉ lệ thuận để đưa ra phương án chia số bi đặt cược lúc đầu khi khám phá bài toán hai. Tất cả các HS đưa ra phương án thứ nhất là chia số bi đặt cược theo tỉ lệ 1:1, lúc đó mỗi người chơi sẽ nhận được là 12 viên bi. Tiếp tục vận dụng phương án giải quyết vấn đề ở bài toán 1, tất cả các HS đều cho rằng chia số bi theo tỉ lệ thắng cuộc của mỗi người là phương án chia bi tối ưu nhất. Chỉ có 20% HS trong lớp nhận ra rằng có thể tiếp cận bài toán 2 theo hướng khác khi giả sử trò chơi vẫn tiếp tục để tìm kiếm cơ hội thắng cuộc của mỗi người. Vì nếu trò chơi vẫn tiếp tục thì chỉ cần tối đa 2 ván nữa trò chơi sẽ kết thúc. Hai ván chơi tạo nên 4 ngẫu nhiên mà chỉ có một ngẫu nhiên khi Hải thắng cả hai ván mới thuận lợi cho Hải, nghĩa là lúc đó Hải là người chiến thắng. Như vậy, Hải chỉ có  $\frac{1}{4}$  cơ hội chiến thắng

còn Nam có đến  $\frac{3}{4}$  cơ hội chiến thắng nên chia số bi theo tỉ lệ 3:1, lúc đó Nam được 16 viên bi còn Hải được

Nhóm 4:

- Phương án 1: chia đều số bi cho 2 bạn Nam = Hải = 12 viên
- Phương án 2: Chia theo tỉ lệ 2:1. Nam = 16 viên, Hải = 8 viên
- Phương án 3: Hải từ chối tiếp tục.

Yêu cầu: Nam thắng  
Hải thắng: vẫn chưa thắng

$P_{\text{Nam thắng}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  } Chia theo tỉ lệ  $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 3:1$   
 $P_{\text{Hải thắng}} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$  } Lưu ý: Nam: 18 viên bi  
 Hải: 6 viên bi

Hình 3: Bài làm của nhóm 4

8 viên bi.

- **Đánh giá việc học:** Dữ liệu thu thập được từ việc quan sát lớp học cho thấy HS thảo luận cẩn thận về các phương án chia số bi ban đầu. Một số nhóm HS đã đề xuất được phương án tối ưu để chia số bi ban đầu. Đó là chia theo xác suất thắng cuộc của từng người nếu trò chơi vẫn tiếp tục.

- **Theo dõi hiểu biết:** Một trong những kiến thức mà HS cần sử dụng để giải quyết vấn đề đặt ra trong bài toán này là đại lượng tỉ lệ thuận. Tuy nhiên, các kiến thức về đại lượng tỉ lệ thuận lại không đủ để mang đến cho các em phương án tối ưu để giải quyết vấn đề. Do đó, HS phải huy động kiến thức ở cấp độ cao hơn là xác suất khi tìm kiếm phương án tối ưu để giải quyết vấn đề.

- **Kiểm soát:** Khi làm việc với bài toán 2, chỉ có một số HS trải qua hoạt động khám phá toán với ba chu trình khép kín nhưng tăng dần yêu cầu về mức độ nhận thức để tìm ra phương án tối ưu để giải quyết vấn đề mà bài toán đặt ra. Các em biết vận dụng một cách hợp lí hiểu biết về xác suất để khám phá bài toán ban đầu. Hầu hết các HS còn lại đều dừng lại ở việc sử dụng kiến thức về đại lượng tỉ lệ thuận để giải quyết vấn đề nên chưa đáp ứng được yêu cầu mà bài toán ban đầu đưa ra.

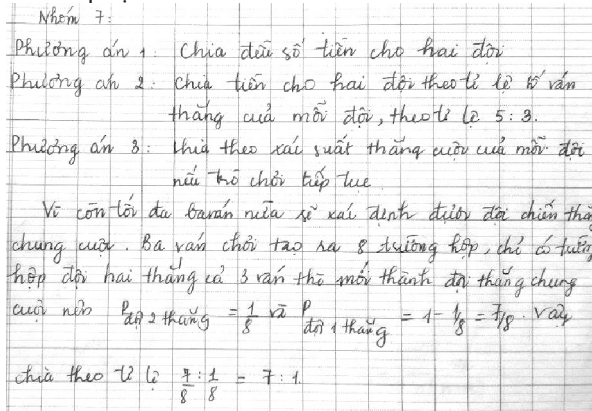
Những hoạt động SNT mà HS đã tiến hành để khám phá bài toán thứ hai đã giúp cho các em nhanh chóng tìm kiếm cho mình phương án tối ưu để giải quyết vấn đề ban đầu. Những kiến thức về xác suất đã được vận dụng để đưa ra phương án chia tiền thưởng một cách tối ưu nhất. Tương tự như bài toán thứ hai, hầu hết HS đều giả sử trò chơi vẫn tiếp tục để tìm ra cơ hội thắng cuộc của mỗi người. Sau đó các em lựa chọn phương án chia tiền thưởng theo tỉ lệ xác suất thắng cuộc của mỗi người. Các em chỉ ra rằng nếu trò chơi vẫn tiếp tục thì cần tối đa 3 ván nữa mới xác định được đội chiến thắng. Vì ba ván chơi tạo thành 8 ngẫu nhiên, trong đó chỉ có một ngẫu nhiên làm cho đội thứ hai trở thành đội chiến thắng chung cuộc nên xác suất để đội thứ hai chiến thắng trong trường hợp này là  $\frac{1}{8}$ . Xác suất để đội thứ

nhất thắng cuộc trong trò chơi này là  $\frac{7}{8}$ . Vì vậy chia tiền thưởng cho hai đội theo tỉ lệ là 7:1 nên đội thứ nhất





được 875.000 đồng và đội thứ 2 được 125.000 đồng như cách tiếp cận vấn đề của các HS ở nhóm 7:



Hình 4: Bài làm của nhóm 7

Thống kê số liệu về các phương án khám phá ba bài toán mà các nhóm HS đưa ra được trình bày ở bảng sau:

Bảng 1: Phương án giải quyết vấn đề của các nhóm HS

Bài toán	Phương án	Số nhóm HS
Bài toán 1	Phương án 1	10
	Phương án 2	9
	Phương án 3	9
Bài toán 2	Phương án 1	10
	Phương án 2	10
	Phương án 3	2
Bài toán 3	Phương án 1	10
	Phương án 2	10
	Phương án 3	5

Số liệu thu được từ nghiên cứu cho thấy, kiến thức đã có của HS về các đại lượng tỉ lệ thuận đã ảnh hưởng đến cách giải quyết vấn đề của HS khi các em làm việc với các bài toán thứ hai và thứ ba. Những kiến thức này trở thành chướng ngại cản trở HS tìm ra phương án tối ưu để giải quyết vấn đề. Đây là chướng ngại nảy sinh trong quá trình phát triển kiến thức từ cấp độ thấp đến cấp độ cao hơn, là chướng ngại mang tính tri thức luận.

Do đó khi chuyển từ việc khám phá bài toán một sang bài toán hai, chỉ có hai trong tổng số mười nhóm HS đưa ra được phương án tối ưu để giải quyết vấn đề. Tuy nhiên, số lượng nhóm HS đưa ra được phương án tối ưu để giải quyết vấn đề càng tăng khi các em quen dần với hoạt động siêu thức trong nỗ lực khám phá các bài toán kết thúc mở. Cụ thể, đã có năm trong số mười nhóm HS đã đề xuất được phương án tối ưu để khám phá bài toán bài toán thứ ba.

**6. Kết luận**

Kết quả thu được từ nghiên cứu này cho thấy, việc tích hợp các bài toán kết thúc mở vào các thực hành dạy học toán đã mang đến cơ hội để HS tiến hành hoạt động SNT và phát triển khả năng giải quyết vấn đề. Bên cạnh đó, việc tiến hành các hoạt động SNT trước, trong và sau khi khám phá các bài toán kết thúc mở như lập kế hoạch và lựa chọn chiến lược cùng các hoạt động mang tính điều hành như đánh giá việc học, theo dõi hiểu biết và kiểm soát ảnh hưởng đến khả năng giải quyết thành công bài toán kết thúc mở ban đầu. Chính hoạt động SNT đã định hướng cho HS tìm kiếm nhiều phương án khác nhau để giải quyết vấn đề và đề xuất được phương án giải quyết vấn đề tối ưu nhất cho các bài toán kết thúc mở. Do đó, có thể thấy việc tích hợp các bài toán kết thúc mở vào các thực hành dạy học toán là cần thiết nhằm rèn luyện và phát triển kĩ năng SNT cho HS.

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

- [1]. Nguyễn Thị Duyên, (2014), *Nghiên cứu bài học của giáo viên tập trung vào khám phá toán của học sinh trong dạy học môn toán ở trường trung học phổ thông*, Luận án Tiến sĩ, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
- [2]. Kapa, E., (2001), *A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized environment*, Educational Studies in Mathematics,47(3), 317-336.
- [3]. Schneider, W., & Artelt, C., (2010), *Metacognition and mathematics education*, ZDM, 42(2), 149-161.
- [4]. Tobias, S. & Everson, H. T., (2002), *Knowing what you know and what you don't: Further research on metacognitive knowledge monitoring*. Technical Report 3, The College Board Research Report.

**METACOGNITIVE ACTIVITY IN PROCESS TO EXPLORE OPEN-ENDED MATHS EXERCISE**

**Nguyen Thi Huong Lan**  
**Tan Trao University**  
**Email: nguyenthanlan@tantrao.edu.vn**

**Abstract:** In recent years, metacognition has attracted the attention of Maths educators. One of the interesting issue was the role of metacognition to students' Maths-solving ability. The paper focuses on understanding metacognitive activity in the process of exploring open-ended exercise as well as the influence of metacognition to successfully solve open-ended exercise. Besides, the author also points out the interaction between metacognitive activities and students' solving ability.

**Keywords:** Metacognition; exploration; open-ended Maths exercise.