PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI TOÁN CHO SINH VIÊN THÔNG QUA VIỆC RÈN LUYỆN KHẢ NĂNG LIÊN TƯỞNG

TRẦN THỤY HOÀNG YẾN
Trường Đại học Đồng Tháp
Email: tthyen@dthu.edu.vn

Tóm tắt: *Thuyết liên tưởng đã được vận dụng khá nhiều vào dạy học và có tác dụng to lớn trong việc thiết lập vấn đề hay định hướng tìm lời giải, khai thác lời giải của bài toán và sáng tạo bài toán mới, góp phần phát triển năng lực giải toán cho sinh viên. Trong hoạt động giải toán, có nắm vững kiến thức mới có cơ sở để tiến hành các hoạt động liên tưởng. Qua đó, sinh viên phát triển năng lực giải toán Hình học nói riêng và Toán sơ cấp nói chung, đồng thời nâng cao năng lực dạy học môn Toán ở trường phổ thông sau khi trở thành giáo viên.*

Từ khóa: *Năng lực giải toán; khả năng liên tưởng; sinh viên.*

(Nhận bài ngày 22/6/2016; Nhận kết quả phản biện và chỉnh sửa ngày 19/7/2016; Duyệt đăng ngày 27/9/2016).

1. Đặt vấn đề

Theo Einstein, "Việc thiết lập vấn đề thường quan trọng hơn việc giải quyết vấn đề đó vì giải quyết chỉ là công việc của kĩ năng (KN) tính toán hay kinh nghiệm. Nêu lên được vấn đề mới, những khả năng mới, nhìn nhận vấn đề cũ dưới một góc độ mới đòi hỏi phải có trí tưởng tượng và nó đánh dấu bước tiến bộ thật sự của khoa học". Thuyết liên tưởng là thuyết tâm lí học đã được vận dụng khá nhiều vào trong dạy học (DH) và có tác dụng trong việc thiết lập vấn đề hay định hướng tìm lời giải, khai thác lời giải của bài toán và sáng tạo bài toán mới, góp phần phát triển năng lực giải toán (NLGT) cho sinh viên (SV) - một trong những năng lực (NL) cốt lõi và là điều kiện cần để trở thành giáo viên dạy Toán. Trong bài viết này, chúng tôi vận dụng thuyết liên tưởng vào quá trình định hướng tìm lời giải và khai thác cách giải bài toán Hình học sơ cấp, giúp SV nhận thấy rằng việc tìm ra lời giải bài toán Hình học có nhiều cách. Qua đó, SV có niềm tin cũng như động lực cho việc học Hình học.

2. Thuyết liên tưởng

2.1. Một số nội dung cơ bản về thuyết liên tưởng

Thuyết liên tưởng là trường phái triết học – tâm lí học lớn, được bắt nguồn từ Triết học của Aristotle, đặc biệt là từ Triết học duy cảm Anh. Theo Từ điển Tiếng Việt, tác giả Hoàng Phê đã giải nghĩa "Liên tưởng có nghĩa là nhân sự việc, hiện tượng nào đó mà nghĩ tới sự việc, hiện tượng khác có liên quan". Một số luận điểm chính của thuyết liên tưởng [1, tr.32]:

- Điều kiện để hình thành các liên tưởng là sự gần gũi của các quá trình tâm lí.

- Các mối liên tưởng quy định bởi sự linh hoạt của các thành phần được liên tưởng và tần suất nhắc lại của chúng trong kinh nghiệm. Theo Tâm lí học liên tưởng, sự phát triển nhận thức là quá trình tích lũy các mối liên tưởng, sự khác biệt về trình độ nhận thức được quy về số lượng các mối liên tưởng, tốc độ hoạt hóa các mối liên tưởng đó.

- Các mối liên tưởng được hình thành dựa trên những quy luật: *Quy luật tương tự*; *Quy luật tương phản*; *Quy luật tương cận*; *Quy luật nhân quả*. Từ đó, ta có 4 loại liên tưởng: Liên tưởng giống nhau; Liên tưởng tương phản; Liên tưởng gần nhau về không gian và thời gian; Liên tưởng nhân quả.

2.2. Vận dụng thuyết liên tưởng vào quá trình dạy học giải toán

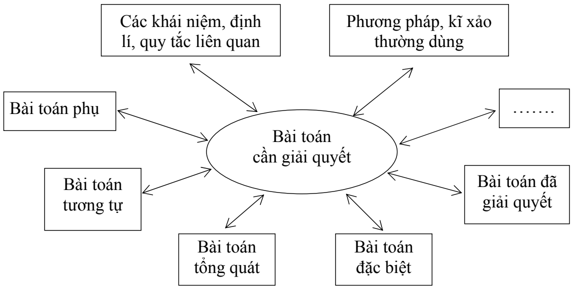
DH hình thành các mối liên tưởng, thực chất là dạy hình thành kiến thức khoa học, KN theo cơ chế hình thành các mối liên tưởng [2; tr.82]. Cách dạy này có các đặc trưng sau:

- Mục tiêu và nội dung DH là cung cấp cho người học hệ thống tri thức dưới dạng thông tin chứa trong các hình ảnh, biểu tượng, kinh nghiệm để người học tiếp nhận và liên kết thành tri thức của mình; giúp người học cách gợi ra các tri thức, kinh nghiệm đã có, liên kết các tri thức mới và cũ, khai thác các mối liên kết một cách chủ động, tích cực và sáng tạo để hình thành tri thức mới theo các luật liên tưởng nhất định.

- Cơ chế học là sự hình thành, củng cố, lưu giữ và khôi phục các mối liên tưởng. Người học sử dụng các giác quan để thu nhận các hình ảnh cảm tính, các thông tin; sử dụng cơ chế tư duy, tưởng tượng để sàng lọc, liên kết các hình ảnh mới và cũ, tạo ra ý tưởng mới; sử dụng các cơ chế của trí nhớ để lưu giữ các hình ảnh được tri giác và các kinh nghiệm đã có nhờ liên tưởng; khôi phục các kinh nghiệm đó trong tình huống cần thiết.

- DH là sự tác động vào các giác quan, trí nhớ, tư duy và tưởng tượng của người học; cung cấp các sự kiện, hình ảnh, tri thức để người học có các cảm giác, hình thành các hình ảnh; tạo ra các kích thích để người học xác lập các mối liên tưởng; giúp người học ôn luyện, củng cố, khôi phục và sáng tạo các mối liên tưởng. Phương châm DH là cung cấp càng nhiều hình ảnh, sự kiện cho người học càng tốt để người học có nhiều cơ hội tạo ra các mối liên tưởng, luyện tập và khôi phục chúng.

Trong hoạt động (HĐ) giải toán, việc liên tưởng dựa trên tiền đề là hình thức, nội dung và phương pháp giải của bài toán. Từ hình thức và nội dung của bài toán có thể liên tưởng đến phương pháp giải toán. Phương thức liên tưởng thường có 3 dạng: Liên tưởng định nghĩa, nguyên lí, định lí và quy tắc; Liên tưởng đến những vấn đề đã từng giải quyết; Liên tưởng đến phương pháp, kĩ xảo thường dùng (Xem Sơ đồ 1).



Sơ đồ 1: Các phương thức liên tưởng

Sự liên tưởng thể hiện rõ qua hai công cụ của quá trình giải toán là phép suy ngược lùi và bản gợi ý của Polya:

- Liên tưởng trong phép suy ngược lùi là liên tưởng nhân quả, thường được dùng để tìm lời giải. Ta có sơ đồ của phép suy ngược lùi : $A_n \Rightarrow A_{n-1} \Rightarrow ... \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_1 \Rightarrow A$, tức là muốn chứng minh A thì ta cần chứng minh A_1, muốn chứng minh A_1 thì ta cần chứng minh A_2, ..., cuối cùng muốn chứng minh A_{n-1} thì ta cần chứng minh A_n. Khi A_n là điều đã biết (tiên đề, định lí, định nghĩa, ...) thì dừng lại.

- Bản gợi ý của Polya và mối liên hệ với các phương thức liên tưởng:

Phương thức liên tưởng	**Bản gợi ý của Polya**
Liên tưởng về bài toán gần với nó	- Bạn đã gặp bài toán này lần nào chưa? Hay đã gặp bài toán này ở một dạng khác? - Xét kĩ cái chưa biết (ẩn) và thử nhớ lại một bài toán quen thuộc có cùng ẩn hay có ẩn tương tự - Nếu bạn chưa giải được bài toán đã đề ra thì hãy thử giải một bài toán có liên quan mà dễ hơn không? Một bài toán tổng quát hơn không? Một trường hợp riêng? Một bài toán tương tự? Bạn có thể giải một phần bài toán không? Hãy giữ lại một phần của điều kiện, bỏ qua phần kia? Bạn có thể từ giữ kiện rút ra một yếu tố có ích không? Bạn đã sử dụng mọi dữ kiện hay chưa? Đã sử dụng toàn bộ điều kiện hay chưa? Đã để ý đến mọi khái niệm chủ yếu trong bài toán chưa?
Liên tưởng đến định lí	- Bạn có biết một bài toán nào có liên quan không? Một định lí có thể dùng được không?
Liên tưởng định nghĩa	- Có thể phát biểu bài toán một cách khác không? Một cách khác nữa? Quay về định nghĩa.
Liên tưởng đến phương pháp đã dùng	- Đây là một bài toán có liên quan mà bạn đã có lần giải rồi. Có thể sử dụng nó không? Có thể sử dụng kết quả của nó không? Hay sử dụng phương pháp? Có cần phải đưa thêm một số yếu tố phụ thì mới sử dụng được nó không?

3. Các giải pháp rèn luyện khả năng liên tưởng cho sinh viên trong giải toán Hình học

- Giải pháp 1: Tập luyện cho SV thực hành vận dụng kiến thức thường xuyên để SV nắm vững kiến thức làm cơ sở tiến hành các HĐ liên tưởng

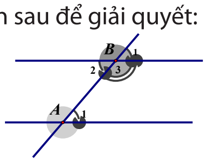
Trong HĐ giải toán, việc nắm vững kiến thức là cơ sở để tiến hành các HĐ liên tưởng, sự hiểu biết về các kiến thức toán học càng sâu sắc thì liên tưởng càng dễ dàng. Chẳng hạn, nếu không nắm vững các kiến thức cơ bản về dấu hiệu nhận biết các hình như hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật,… thì không thể giải được những bài toán liên quan đến chúng, do đó, không thể tiến hành các HĐ liên tưởng để khai thác các cách giải khác nhau của bài toán hay phát hiện bài toán mới.

Việc tập luyện cho SV vận dụng các kiến thức thường xuyên được tiến hành thông qua HĐ giải toán. Giảng viên cho SV thực hành giải hệ thống những bài tập được phân bậc, đa dạng và đào sâu mọi khía cạnh của kiến thức; khuyến khích SV thực hiện các bài tự học cá nhân theo chủ đề với mục đích là SV được thực hành vận dụng kiến thức thường xuyên; luôn tạo cơ hội để SV được nhắc lại các kiến thức trong quá trình giải toán.

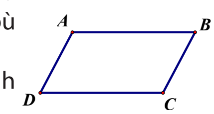
- Giải pháp 2: Hệ thống hóa các kiến thức và phương pháp giải toán Hình học cho SV

Một trong những cách hiệu quả nhất để rèn luyện khả năng liên tưởng của SV là trang bị cho họ một hệ thống kiến thức và phương pháp giải toán đầy đủ để SV có thể tìm nhiều phương hướng khi xuất hiện vấn đề. Chẳng hạn, giảng viên hệ thống một số phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song cho SV, khi SV gặp dạng toán này tùy vào tình huống của bài toán, họ có thể liên tưởng đến các phương án sau để giải quyết:

1/ Sử dụng định nghĩa hai đoạn thẳng song song

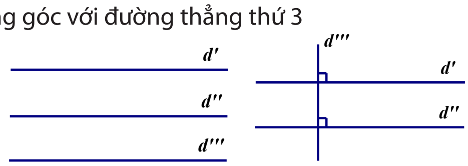


2/ Xét vị trí các cặp góc tạo bởi hai đường thẳng định chứng minh song song với đường thẳng thứ ba (đồng vị, so le, trong cùng phía bù nhau)

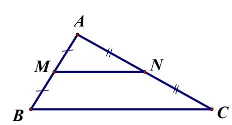


3/ Sử dụng tính chất của hình bình hành

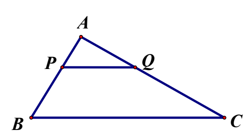
4/ Hai đường thẳng cùng song song hoặc cùng vuông góc với đường thẳng thứ 3



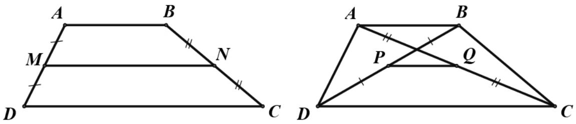
5/ Sử dụng tính chất đường trung bình của tam giác



6/ Sử dụng kết quả các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ để suy ra các đường thẳng song song (định lí đảo Talet).



7/ Sử dụng tính chất đường thẳng đi qua trung điểm của hai cạnh bên hoặc trung điểm hai đường chéo hình thang



Việc hệ thống hóa kiến thức và phương pháp giải toán cho SV có thể thông qua phiếu hỗ trợ học tập, các sơ đồ tư duy; hoặc giảng viên xây dựng thành một chuyên đề về các phương pháp giải toán cho SV như một tài liệu tham khảo khi học Hình học sơ cấp; hoặc giảng viên có thể giao các chủ đề học tập theo nhóm cho SV nghiên cứu, chẳng hạn yêu cầu SV hệ thống các dấu hiệu nhận biết hình, hệ thống các trường hợp bằng nhau của tam giác, hệ thống các phương pháp chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai đường thẳng vuông góc,…

- Giải pháp 3: Tập luyện cho SV thao tác phân tích, biến đổi dữ kiện của bài toán và khai thác các thông tin để xuất hiện các mối liên tưởng

Thao tác phân tích đi lên hay phép suy ngược lùi (liên tưởng nhân quả) là một thao tác quan trọng cần rèn luyện cho SV trong quá trình định hướng tìm lời giải. Bên cạnh đó, thao tác biến đổi dữ kiện của bài toán góp phần bộc lộ các mối liên hệ ẩn chứa bên trong, làm cho dữ kiện được biến đổi trở nên quen thuộc với kiến thức SV dễ dàng liên tưởng đến. Chẳng hạn, với bài toán đơn giản như "Cho tam giác ABC vuông tại A, có AH là đường cao. Chứng minh rằng AB.CH = AH.CA". Nếu nắm vững kiến thức về chứng minh hai tam giác đồng dạng và vận dụng chúng thường xuyên thì từ đẳng thức cần chứng minh, SV có thể liên tưởng đến việc sử dụng kiến thức này. Nếu chưa nắm vững kiến thức chứng minh hai tam giác đồng dạng thì cần thông qua HĐ biến đổi dữ kiện bài toán thành $\frac{AB}{CA}=\frac{AH}{CH}$, SV dễ dàng liên tưởng đến tỉ số của hai tam giác đồng dạng. Đồng thời với việc biến đổi dữ kiện bài toán, cần tập luyện cho SV phép suy ngược lùi của bài toán trên như sau:

$$AB.CH = AH.CA \Leftarrow \frac{AB}{CA}=\frac{AH}{CH} \Leftarrow \Delta ABH \backsim \Delta CAH \Leftarrow \begin{cases} \hat{C}=\widehat{BAH} \\ \widehat{AHB}=\widehat{CHA}=90^0 \end{cases}$$

Việc rèn luyện khả năng liên tưởng giúp SV nhanh chóng khoanh vùng kiến thức tương thích với bài toán và huy động chính xác những kiến thức cần thiết, nhanh chóng giải quyết vấn đề đặt ra mà không mất nhiều thời gian để xác định phương hướng tìm lời giải.

4. Ví dụ về việc rèn luyện khả năng liên tưởng cho sinh viên thông qua khai thác các cách giải bài toán

Bài toán: Gọi (O, R) và (I, r) lần lượt là các đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng $OI^2 = R^2 - 2Rr$.

Cách 1: Sử dụng tam giác đồng dạng

HĐ 1: Phân tích bài toán để xuất hiện các mối liên tưởng và định hướng giải toán

Phân tích: Từ hệ thức Ơle $OI^2 = R^2 - 2Rr$ ta biến đổi thành $OI^2 - R^2 = -2Rr$ (*). Vế trái có dạng hằng đẳng thức, ta tiếp tục phân tích (*) thành $(OI-R)(OI+R) = -2Rr$ hay $(R-OI)(R+OI) = 2Rr$. Từ hình thức của đẳng thức là đẳng thức của tích hai đoạn thẳng, ta có thể liên tưởng đến việc chứng minh hai tam giác đồng dạng.

Định hướng giải: Từ việc phân tích trên, ta cần tìm mối liên hệ giữa O và I, giữa R và r, nên vẽ đường thẳng nối tâm đường tròn nội tiếp (I) và ngoại tiếp (O), đồng thời vẽ đường phân giác góc B (tức là kẻ BI) cắt (O) tại M và kẻ đường thẳng nối M và O thì sẽ luôn tạo được các tam giác đồng dạng với nhau.

HĐ 2: Giải bài toán

Gọi M là giao điểm của đường phân giác góc B với (O).

Kẻ đường kính qua O, I cắt (O) tại 2 điểm là N, P.

Ta có: $R^2 - OI^2 = (R + OI).(R - OI)$

$= (ON + OI).(OP - OI) = IN.IP$

Mà IN.IP = IB.IM vì $\Delta IMN \backsim \Delta IPB$ (g.g)

Nên $IB.IM = IN.IP = R^2 - OI^2$ (1)

Tam giác ICM cân tại M (vì $\widehat{CIM}=\widehat{ICM}=\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}$)

$\Rightarrow$ MC = MI.

Kẻ đường kính MK của (O) và kẻ ID $\perp$ BC

Vì $\Delta MKC \backsim \Delta IBD$ (g.g) nên

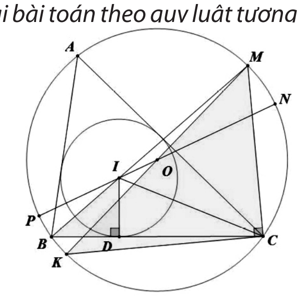
$$\frac{MK}{IB}=\frac{MC}{ID} \Rightarrow MK.ID = IB.MC$$

Do MK = 2R, ID = r, MC = MI nên 2Rr = MK.ID = IB.MC = IB.IM $= R^2 - OI^2$

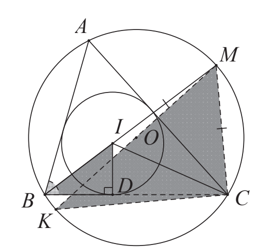
Vậy $OI^2 = R^2 - 2Rr$.

HĐ 3: Khai thác cách giải bài toán theo quy luật tương tự (liên tưởng giống nhau)

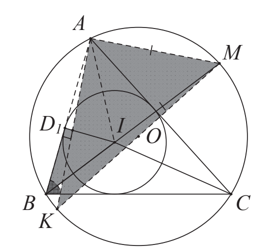
Ta chỉ vẽ được một đường thẳng duy nhất để nối O và I, trong khi đó ta có thể vẽ được 3 tia phân giác xuất phát từ 3 góc của tam giác ABC. Do đó, thay vì kẻ đường phân giác góc B (Hình 2, Hình 3), ta có thể kẻ đường phân giác góc A (Hình 4, Hình 5) hoặc góc C (Hình 6, Hình 7) và việc chứng minh tam giác đồng dạng



Hình 1

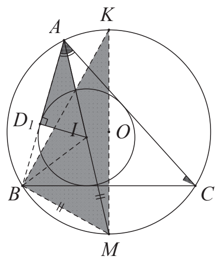


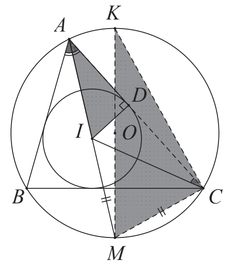
Hình 2: $\Delta MKC \backsim \Delta IBD$ (g.g)



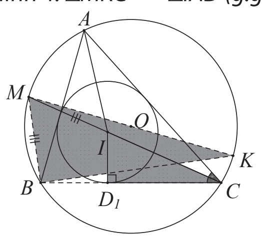
Hình 3: $\Delta MKA \backsim \Delta IBD1$ (g.g)

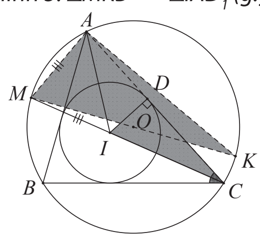
là tương tự.





Hình 4: ΔMKC ∽ ΔIAD (g.g) *Hình 5: ΔMKB ∽ ΔIAD$_1$ (g.g)*





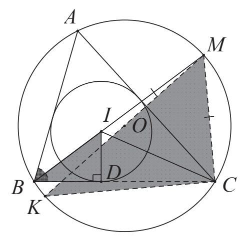
Hình 6: ΔMKA ∽ ΔICD (g.g) *Hình 7: ΔMKB ∽ ΔICD1 (g.g)*

Cách 2: Kết hợp sử dụng tam giác đồng dạng và phương tích

HĐ 1: Phân tích bài toán để xuất hiện các liên tưởng và định hướng giải toán

Phân tích: Từ $OI^2 - R^2$ của đẳng thức (*) thay vì khai triển hằng đẳng thức, ta có thể liên tưởng đến công thức phương tích từ điểm I đến (O; R) tức là $OI^2 - R^2 = \mathscr{P}_{I/(O;\,R)}$. Ở cách giải 1, ta sử dụng 2 lần tam giác đồng dạng. Ta nghĩ ngay đến việc kết hợp sử dụng tam giác đồng dạng với phương tích.

Định hướng giải: Quá trình chứng minh được thực hiện tương tự như cách 1, nhưng không vẽ đường nối 2 tâm của (O) và (I) và không sử dụng ΔIMN ∽ ΔIPB mà thay vào đó là phương tích từ điểm I đến (O; R). Các bước như sau:



Hình 8

- Bước 1: Dựa vào phương tích từ 1 điểm đến một đường tròn ta có $OI^2 - R^2 = \mathscr{P}_{I/(O;\,R)} = IB.MI$

- Bước 2: Sử dụng tỉ số của ΔMKC ∽ ΔIBD suy ra MK.ID = IB.MC trong đó MK = 2R, ID = r.

- Bước 3: Chứng minh MC = MI.

- Bước 4: Kết hợp các bước trên và kết luận.

HĐ 2: Khai thác cách giải bài toán theo quy luật tương tự (liên tưởng giống nhau)

Ở HĐ này, ta áp dụng tương tự như HĐ 2 của cách 1. Do đó, ta vẫn tiếp tục khai thác các cách giải tương tự như trên là kết hợp phương tích từ 1 điểm dến đường tròn và tam giác đồng dạng từ Hình 3 đến Hình 7.

Cách 3: Kết hợp sử dụng định lí hàm số sin và phương tích

HĐ 1: Phân tích bài toán theo phép suy ngược lùi (liên tưởng nhân quả)

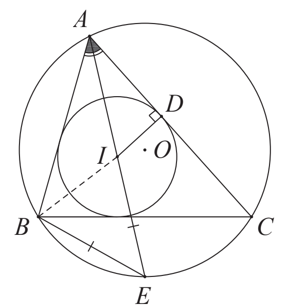
Từ cách giải 2 và sử dụng tia phân giác của góc A, ta thấy nếu E là giao điểm của tia phân giác AI với đường tròn (O; R) thì EB = EI = EC và $\mathscr{P}_{I/(O;\,R)} = IA.IE = R^2 - OI^2$, vậy cần chứng minh IA.IE = 2Rr (1).

Nếu gọi D là hình chiếu của I lên AC thì ID = r, tức chứng minh IA.IE = 2R.ID hay $\dfrac{IE}{2R} = \dfrac{ID}{IA}$ (2). Mối liên hệ giữa ID và IA được xét trong tam giác vuông IAD nên $\sin\dfrac{A}{2} = \dfrac{ID}{IA}$. Mặt khác, ta có $\sin\dfrac{A}{2} = \dfrac{EB}{2R} = \dfrac{EC}{2R}$ (3). Từ (1) (2) và (3), ta chứng minh được bài toán.

HĐ 2: Khai thác cách giải bài toán theo quy luật tương tự (liên tưởng giống nhau)

Thay vì sử dụng tia phân giác góc A để áp dụng định lí hàm số sin cho góc A, ta có thể liên tưởng đến việc thay thế góc A bởi góc B hoặc góc C. Các cách giải tương tự HĐ 1.

Cách 4: Hiệu phương tích từ một điểm đến hai đường tròn



Hình 9

Từ 3 cách giải trên, ta thấy nếu E là giao điểm của tia phân giác AI với đường tròn (ABC) thì E là tâm đường tròn (BIC), khi đó BC là trục đẳng phương của đường tròn (ABC) và (BIC) (EI = EB = EC). Mặt khác, E là điểm chính giữa của cung nhỏ BC nên OE vuông góc BC (OE = R), gọi D là hình chiếu của I trên BC thì ID vuông góc BC (ID = r).

Vậy có thể sử dụng hiệu phương tích từ 1 điểm đến 2 đường tròn (O) và (E) để tạo mối liên hệ giữa R và r cũng như giữa O và I, ta có:

$$\mathscr{P}_{I/(E)} - \mathscr{P}_{I/(O)} = 2OE.ID \Leftrightarrow \left(IE^2 - EB^2\right) - \left(OI^2 - R^2\right) = 2Rr$$

$$\Leftrightarrow OI^2 = R^2 - 2Rr$$

Việc khai thác cách giải bài toán tương tự như cách 3.

Cách 5: Sử dụng phép nghịch đảo

HĐ 1: Phân tích bài toán và định hướng giải

Từ dữ kiện bài toán và hình vẽ (nội dung và hình thức của bài toán), ta có 2 đường tròn là đường tròn nội tiếp và đường tròn ngoại tiếp. Chúng ta có thể liên tưởng đến việc biến đường tròn thành đường tròn bằng phép nghịch đảo (liên tưởng phương pháp giải từ nội dung và hình thức của bài toán). Để thực hiện điều này, ta cần tìm mối liên hệ giữa R và r, khai thác tính chất 3 tia phân giác của góc A, góc B và góc C; tính chất các tiếp tuyến của (I; r) chính là 3 cạnh của tam giác ABC. Vẽ thêm các đường phụ để xuất hiện thêm các yếu tố cho việc chứng minh bài toán dễ dàng hơn.

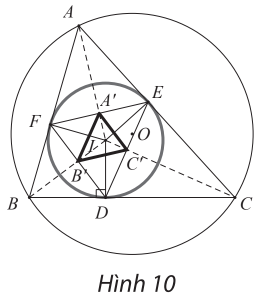
Áp dụng tính chất 3 đường phân giác và tiếp tuyến của đường tròn, ta lần lượt nối tâm đường tròn nội tiếp

I với A, B, C. Lại từ I kẻ các đường vuông góc lên 3 cạnh AB, BC, CA lần lượt tại F, D, E. Từ đó tạo được một tam giác mới A′B′C′ có 3 đỉnh là 3 giao điểm của 3 tia phân giác IA, IB, IC và 3 cạnh của tam giác DEF. Vậy có thể có một phép nghịch đảo nào đó biến (ABC) thành (A′B′C′).

HĐ 2: Giải bài toán

Gọi D, E, F lần lượt là giao điểm của (I; r) với BC, CA, AB.

Gọi A′, B′, C′ lần lượt là giao điểm của IA và EF, IB và DF, IC và DE.



Hình 10

Khi đó:

$IF \perp AB, ID \perp BC, IE \perp AC.$

$IA \perp EF, IB \perp FD, IC \perp ED.$

Vì

$r^2 = ID^2 = IC'.IC;\ r^2 = IE^2 = IA'.IA;\ r^2 = IF^2 = IB'.IB$ nên ta có:

Phép nghịch đảo $\mathcal{N}(I; r^2)$: D ↔ D, E ↔ E, F ↔ F,

A ↔ A′, B ↔ B′, C ↔ C′

Suy ra (I; r) ↔ (I; r) và (ABC) ↔ (A′B′C′)

Gọi R′ là bán kính của (A′B′C′). Theo tính chất phép nghịch đảo:

$$R' = \frac{r^2}{\left|P_{I/(O)}\right|}R = \frac{r^2}{\left|OI^2 - R^2\right|}R = \frac{r^2}{R^2 - OI^2}R \qquad (1)$$

Ta có: $S_{\Delta DEF} = 4S_{\Delta A'B'C'} \Leftrightarrow \dfrac{DE.DF.EF}{4r} = 4.\dfrac{A'B'.B'C'.C'A'}{4R'}$

$$\Leftrightarrow \frac{DE.DF.EF}{4r} = 4.\frac{\frac{1}{2}DE.\frac{1}{2}DF.\frac{1}{2}EF}{4R'} \Leftrightarrow R' = \frac{1}{2}r \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được:

$$\left(R^2 - OI^2\right)\frac{1}{2}r = r^2R \Leftrightarrow OI^2 = R^2 - 2Rr.$$

5. Kết luận

Việc chứng minh các bài toán Hình học sơ cấp là một vấn đề khó đối với SV Sư phạm Toán. Trong quá trình DH, giảng viên giúp SV nhận thức được rằng các bài toán Hình học có thể giải bằng nhiều cách thông qua việc rèn luyện khả năng liên tưởng. Việc rèn luyện cho SV KN khai thác hình thức và nội dung của bài toán để xuất hiện các mối liên hệ giúp SV nắm vững các kiến thức Hình học sơ cấp và hiểu rõ các nội dung Hình học trong mối liên hệ với nhau. Qua đó, phát triển NL giải toán Hình học nói riêng, Toán sơ cấp nói chung và nâng cao NL DH môn Toán ở trường phổ thông.

TAI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Phan Trọng Ngọ, (2005), *Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

[2]. Nguyễn Đức Sơn - Lê Minh Nguyệt - Nguyễn Thị Huệ - Đỗ Thị Hạnh Phúc - Trần Quốc Thành - Trần Thị Lệ Thu, (2015), *Giáo trình Tâm lí học giáo dục*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

[3]. Văn Như Cương, (2005), *Hình học sơ cấp và thực hành giải toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

[4]. Phan Đức Chính, (1986), *Tuyển tập những bài toán sơ cấp Hình học*, NXB Đại học và Trung học chuyên nghiệp.

[5]. Nguyễn Tường Quân, (1984), *Bài tập Hình học sơ cấp*, Trường Cao đẳng Sư phạm Hà Nội.

[6]. Nguyễn Chiến Thắng, (2012), *Các biện pháp rèn luyện kĩ năng nghề nghiệp cho sinh viên ngành Sư phạm Toán học thông qua việc dạy học các môn Toán sơ cấp và phương pháp dạy học toán ở trường đại học*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh.

[7]. Cao Thị Hà - Phan Thanh Hải, (2016), *Vận dụng thuyết liên tưởng vào quá trình dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, Tạp chí Khoa học Giáo dục, số 128, tr.4-6.

DEVELOPING MATHS - SOLVING CAPACITY FOR STUDENTS THROUGH PRACTISING ASSOCIATIVE ABILITY

Tran Thuy Hoang Yen
Dong Thap University
Email: tthyen@dthu.edu.vn

Abstract: *Associationism was much applied into teaching with great impact on setting up the problem or finding solutions and creating new problems, contributed to developing students'Maths solving competency. In Maths solving activity, associative activity happends when students master knowledge. Thereby, students will develop problem solving capacity in Geometry and basic mathematics in general, and improve maths teaching competency at high school after becoming teachers.*

Keywords: *Maths solving competency; associative competency; students.*