

SỬ DỤNG BIỂU DIỄN TRỰC QUAN HỖ TRỢ ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC TÍNH TOÁN CỦA HỌC SINH TIỂU HỌC

GS. TS. ĐÀO TAM - Trường Đại học Vinh

ThS. PHẠM THỊ KIM CHÂU - Trường Đại học Đồng Tháp

1. Đặt vấn đề

Năng lực tính toán (NLTT) là một năng lực (NL) quan trọng trong tám NL chung cốt lõi mà Chương trình Giáo dục phổ thông tổng thể 2015 đề ra. Để đánh giá (ĐG) một trong những thành tố của NLTT có nhiều phương thức khác nhau, chúng tôi tập trung vào cách sử dụng biểu diễn trực quan. Qua đó, học sinh (HS) được trải nghiệm vừa tìm phương án giải quyết vấn đề (GQVĐ) vừa bộc lộ các biểu hiện của NLTT làm cơ sở phân bậc cho thang ĐG. Đồng thời HS được phát triển NL chuyển đổi giữa ngôn ngữ thông thường với ngôn ngữ trực quan và ngôn ngữ kí hiệu.

2. Các quan niệm về năng lực tính toán của học sinh tiểu học

Các nghiên cứu về NLTT trên thế giới có từ rất lâu. Ở Anh, có quan niệm về NLTT của Crowther (1959), Cockcroft (DES, 1982), DFEE (1998). Các quan niệm về NLTT có điểm tương đồng là sự hiểu biết và khả năng làm việc với những con số, nhận thức không gian hình học, biểu diễn bằng ngôn ngữ toán học như kí hiệu, đồ thị, biểu đồ, tỉ lệ phần trăm,... Chiến lược cải thiện NLTT của Ailen giai đoạn 2011 - 2020 mô tả NLTT bao gồm khả năng sử dụng sự hiểu biết và kĩ năng toán học để GQVĐ, đáp ứng nhu cầu cuộc sống trong môi trường xã hội phức tạp. Quan niệm về NLTT ở Úc (2013) là kiến thức, kĩ năng, hành vi và khả năng HS cần để sử dụng toán học trong nhiều tình huống. Theo OECD (2008), NLTT là khả năng sử dụng, giải thích và giao tiếp thông tin, ý tưởng toán học khi tham gia vào cuộc sống xã hội. Theo Chương trình Giáo dục phổ thông tổng thể của Bộ GD&ĐT (2015), các thành tố của NLTT bao gồm:

- Sử dụng các phép tính và đo lường cơ bản: Sử dụng được các phép tính số học trong học tập; đo lường được kích thước, khối lượng, thời gian trong các trường hợp đơn giản và bước đầu biết ước lượng.

- Sử dụng ngôn ngữ toán: Nhận biết và sử dụng được các thuật ngữ, kí hiệu toán học, tính chất đơn giản của số tự nhiên, một số hình đơn giản; bước đầu biết sử dụng thống kê trong học tập; hình dung và vẽ phác hình dạng của các hình học cơ bản; nhận biết và biểu diễn được mối liên hệ toán học giữa các yếu tố trong các tình huống đơn giản hay bài toán có lời văn.

- Sử dụng công cụ tính toán: Sử dụng được các dụng cụ đo, vẽ, tính trong học tập; sử dụng được máy tính cầm tay với những chức năng tính toán đơn giản trong học tập và cuộc sống.

Nguyễn Thị Kiều Oanh đã đề xuất quan điểm phát triển NLTT ở tiểu học gồm các thành tố sau [1]:

- Thực hiện thành thạo bốn phép tính số học, tự tin ước lượng trong học tập và cuộc sống; hiểu và có thể sử dụng các kiến thức, kĩ năng về đo lường trong nhà trường và cuộc sống hàng ngày;

- Sử dụng chính xác, hiệu quả ngôn ngữ toán học như các thuật ngữ, kí hiệu toán học, tính chất đơn giản của các số, tính chất một số hình học, thông tin thống kê toán học để GQVĐ nảy sinh trong học tập và cuộc sống; có khả năng tưởng tượng không gian như

hình dung, xác định và sắp xếp, vẽ phác hình dạng các đối tượng đơn giản trong môi trường xung quanh, nắm được tính chất cơ bản của chúng;

- Biết vận dụng suy luận logic, phân tích và lựa chọn được phương án tối ưu để GQVĐ đơn giản; xây dựng mô hình toán về mối quan hệ giữa các đại lượng, yếu tố để GQVĐ trong học tập và cuộc sống;

- Sử dụng hiệu quả công cụ, dụng cụ đo lường, tính toán như các loại thước, êke, compa, máy tính cầm tay; biết tính toán với các số đo.

3. Quan niệm cá nhân về năng lực tính toán của học sinh tiểu học

Tất cả nghiên cứu trên có ý nghĩa quan trọng trong việc hình thành và phát triển NLTT của HS tiểu học. Tuy nhiên, để phù hợp với mục tiêu ĐG, chúng tôi quan niệm NLTT gồm các NL thành tố sau:

3.1. Năng lực tính nhanh

Các biểu hiện chủ yếu của NL tính nhanh bao gồm: Sử dụng thành thạo các biện pháp tính nhẩm, biết chuyển đổi hợp lí cách tính phức tạp về cách tính đơn giản.

3.2. Năng lực sử dụng các kĩ thuật tư duy

Các biểu hiện chủ yếu của NL sử dụng các kĩ thuật tư duy bao gồm: Biết suy luận logic; biết dự đoán và kiểm nghiệm; biết so sánh, phân tích, tổng hợp, khái quát... để tìm phương án tối ưu trong GQVĐ; biết quy lạ về quen để tính các biểu thức phức tạp.

3.3. Năng lực sử dụng ngôn ngữ và kí hiệu toán học

Các biểu hiện chủ yếu của NL sử dụng ngôn ngữ và kí hiệu toán học bao gồm: Biết chuyển đổi giữa ngôn ngữ thông thường với ngôn ngữ trực quan và ngôn ngữ kí hiệu; sử dụng chính xác, hiệu quả các thuật ngữ, kí hiệu toán học, tính chất đơn giản của các số và một số hình đơn giản; bước đầu biết sử dụng thống kê trong học tập; hình dung và vẽ phác hình dạng các đối tượng đơn giản trong môi trường xung quanh.

3.4. Năng lực sử dụng các phép tính, quy tắc, công thức

Các biểu hiện chủ yếu của NL sử dụng các phép tính, quy tắc, công thức bao gồm: Đếm; thực hiện thành thạo bốn phép tính số học; vận dụng được các quy tắc, công thức trong các tình huống cụ thể; biết ước lượng; hiểu và sử dụng các kiến thức, kĩ năng về đo lường trong nhà trường và cuộc sống.

3.5. Năng lực sử dụng công cụ tính toán

Các biểu hiện chủ yếu của NL sử dụng công cụ tính toán bao gồm: Thực hiện thành thạo các thao tác tô, cắt, ghép, gấp, vẽ,... trên các công cụ tính toán (thước thẳng, êke, tranh ảnh, trục số, tia số, sơ đồ, hình vẽ, bảng, biểu đồ, máy tính cầm tay...); biết sử dụng các thao tác trên các công cụ tính toán để GQVĐ.

NLTT có nhiều NL thành tố với nhiều biểu hiện ở các mức độ khác nhau. Khi tính toán để giải quyết tình huống học tập, HS phải trải qua rất nhiều hoạt động và thao tác tính toán. Do đó, việc phân hoạch NLTT ra các NL thành tố chỉ có tính tương đối và giao thoa. Tuy nhiên, việc phân chia này là cơ sở cho việc xây dựng các tiêu chí cũng như hành vi trong ĐG NLTT của HS cuối cấp Tiểu học.



4. Tính toán qua biểu diễn trực quan trong Toán tiểu học

4.1. Biểu diễn toán học và các hình thức của biểu diễn toán học

Theo PISA, NL toán học phổ thông gồm nhiều NL thành phần mà biểu diễn toán học là một NL cơ bản và quan trọng. Biểu diễn toán học phân thành 3 phạm trù như sau: *Thực tế*: Gồm các biểu diễn thực tế ở mức độ thấp, thao tác trực tiếp bằng tay; *Biểu tượng*: Các biểu diễn trực quan sử dụng các hình ảnh, đồ thị, sơ đồ, biểu bảng,...; *Kí hiệu*: Gồm các biểu diễn ngôn ngữ và biểu diễn kí hiệu [2]. Biểu diễn trực quan đóng vai trò trung gian kết nối biểu diễn thực tế với biểu diễn kí hiệu.

Tadao phân loại các biểu diễn trong giáo dục Toán thành 5 dạng sau:

- *Biểu diễn thực tế*: Các biểu diễn dựa trên trạng thái thực của đối tượng, tác động trực tiếp, cụ thể và tự nhiên.
- *Biểu diễn bằng mô hình thao tác được*: Chúng như những công cụ hỗ trợ dạy học. Đó là sự thay thế hay các mô hình giả về đối tượng mà HS tác động trực tiếp.
- *Biểu diễn bằng hình ảnh* (biểu diễn trực quan): Các biểu diễn sử dụng tranh minh họa, sơ đồ, đồ thị, biểu đồ. Đây là loại biểu diễn giàu tính trực quan và sinh động.
- *Biểu diễn bằng ngôn ngữ*: Các biểu diễn sử dụng ngôn ngữ hằng ngày để diễn đạt. Loại biểu diễn này bị chỉ phớt bởi các quy ước nhưng thiếu tính ngắn gọn. Biểu diễn có tính mô tả và tạo cảm giác quen thuộc.
- *Biểu diễn bằng kí hiệu*: Các biểu diễn sử dụng kí hiệu toán học như số, kí tự, biểu tượng.

Trong Chương trình Toán tiểu học, phần lớn các kiến thức được trình bày dưới dạng trực quan (tranh ảnh, trục số, tia số, sơ đồ, hình vẽ, bảng, biểu đồ) cùng các yêu cầu về thao tác (đếm, tô, cắt, ghép, gấp, vẽ, ước lượng, đo, lường).

4.2. Quan niệm cá nhân về Biểu diễn trực quan trong Toán tiểu học và tính toán qua biểu diễn trực quan trong Toán tiểu học

Từ các kết quả nghiên cứu về biểu diễn toán học và đặc điểm chương trình Toán tiểu học nêu trên, chúng tôi đề xuất hai quan niệm sau:

- *Biểu diễn trực quan trong Toán tiểu học* là việc mô tả hay biểu diễn các đối tượng Toán tiểu học qua các mô hình trực quan như: Tranh ảnh, trục số, tia số, sơ đồ, hình vẽ, bảng, biểu đồ bằng các thao tác đếm, tô, cắt, ghép, gấp, vẽ, ước lượng, đo, lường.
- *Tính toán qua biểu diễn trực quan trong Toán tiểu học* là việc thực hiện những thao tác đếm, tô, cắt, ghép, gấp, vẽ, ước lượng, đo, lường; so sánh, đối chiếu, phân tích tổng hợp, khái quát; thực hiện các phép tính số học trên miền giá trị của mô hình trực quan; các thao tác chuyển đổi giữa ngôn ngữ thông thường với ngôn ngữ toán học và ngôn ngữ trực quan trên mô hình trực quan.

Cần sử dụng tính toán qua biểu diễn trực quan trong ĐG NLTT của HS tiểu học vì nó phù hợp nguyên lí dạy học Toán tiểu học, đặc điểm tư duy của HS tiểu học, nguyên tắc dạy học từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng và giải quyết những khó khăn của HS tiểu học trong việc tìm nghĩa của tri thức. Việc tính toán trên biểu diễn trực quan không chỉ là cơ hội để ĐG NLTT của HS mà còn là tình huống giúp HS phát triển NL sử dụng ngôn ngữ toán học.

5. Đánh giá năng lực tính toán của học sinh tiểu học qua biểu diễn trực quan

Mục đích của Chương trình ĐG HS quốc tế (PISA) là ĐG NL của HS như: NL sử dụng ngôn ngữ toán, NL mô hình hoá và các kĩ năng GQVĐ. Ở Việt Nam, NL sử dụng ngôn ngữ toán được xem là một thành tố của NLTT. Mặt khác, dựa vào các biểu hiện của NLTT, ngôn ngữ toán học được hiểu không chỉ gồm các thuật ngữ, kí hiệu toán học mà còn mở rộng tới các loại ngôn ngữ sơ đồ, hình vẽ, tranh ảnh, bảng, biểu đồ. Do đó, việc thiết kế các tình huống biểu diễn trực quan vừa có tác dụng hỗ trợ ĐG một số thành tố NLTT của HS tiểu học vừa đáp ứng mục tiêu ĐG của PISA.

Ví dụ: *Tình huống phân số trên đoạn thẳng*

Hãy tính tổng sau: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}$

(với $2^n = 2.2.2...2$ gồm n thừa số 2).

Với HS trung học phổ thông, bài toán này giải bằng cách sử dụng giới hạn khi n dẫn tới vô cực. Trong tình huống này, chúng tôi muốn nhấn mạnh vai trò hỗ trợ của biểu diễn trực quan trong việc định hướng HS tiểu học quy lạ về quen để tìm kết quả. Chúng tôi minh hoạ giá trị phân số qua biểu diễn trực quan, HS từ việc quan sát - thao tác - dự đoán - khái quát sẽ nhận thấy kết quả bài toán.



Hình 1: Các mô hình bằng giấy trắng

Giả sử lớp học chia thành 04 nhóm, phát cho mỗi nhóm 01 mô hình trong 04 mô hình ở Hình 1. Yêu cầu mỗi nhóm giải quyết các câu hỏi trong tình huống trên mô hình của nhóm mình, sau đó trình bày kết quả và giải thích cách làm.



Hình 2



Hình 3



Hình 4

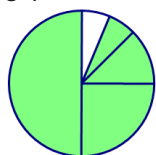
NLTT của HS tiểu học chỉ được thể hiện qua các hoạt động khi giải quyết tình huống. Chúng tôi thiết kế tình huống với nhiều hoạt động trong Bảng 1:

Bảng 1: Các hoạt động giải quyết tình huống của HS

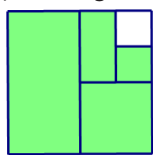
Câu hỏi của giáo viên	Hoạt động của HS (Xét mô hình bằng giấy)	Biểu hiện tính toán của HS (Làm cơ sở phân bậc cho thang ĐG)
1. Hãy thực hiện thao tác trên mô hình để xác định giá trị phân số $\frac{1}{2}$ và ghi công thức tính giá trị phân số $\frac{1}{2}$.	- Gấp đôi bằng giấy. - Tô một phần (Hình 2). - Chưa nhận ra cách tính tổng theo công thức $(1 - \frac{1}{2})$.	- Ước lượng, chia bằng giấy làm 02 phần bằng nhau. - Chuyển từ ngôn ngữ kí hiệu sang ngôn ngữ giá trị phân số trên bảng giấy.

2. Hãy thực hiện thao tác trên mô hình vừa thực hiện ở Bước 1 để xác định giá trị của tổng $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$ và ghi công thức tính giá trị của tổng này.	- Phân tích: Phần băng giấy chưa tô là $\frac{1}{2}$. Muốn có $\frac{1}{4}$ phải gấp để chia phần băng giấy chưa tô làm 02 phần bằng nhau. - Tô một phần (Hình 3). Tính tổng: - Cách 1: Tính trực tiếp: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$ - Cách 2: Phân tích: Phần đã tô là $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ và phần chưa tô là $\frac{1}{4}$. Phần đã tô bằng 1 trừ phần chưa tô. Vậy $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4}$	- Chuyển từ ngôn ngữ kí hiệu sang ngôn ngữ giá trị phân số trên băng giấy. - Chuyển từ ngôn ngữ kí hiệu sang ngôn ngữ giá trị phân số trên băng giấy. - Cách 1: HS không biết chuyển từ ngôn ngữ giá trị trên băng giấy sang ngôn ngữ kí hiệu. - Cách 2: HS biết chuyển từ ngôn ngữ giá trị trên băng giấy sang ngôn ngữ kí hiệu; biết phân tích tổng trừ phân số, phần bù và các phần bằng nhau của đơn vị.
3. Thực hiện thao tác trên mô hình vừa thực hiện ở Bước 2 để xác định giá trị của tổng $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ và ghi công thức tính giá trị của tổng này.	Các hoạt động của HS tương tự như trong câu hỏi 2 (Hình 4).	Các biểu hiện của HS tương tự như trong câu hỏi 2.
Ở bước thứ n, ta có tổng sau: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2.2} + \frac{1}{2.2.2} + \dots + \frac{1}{2.2.\dots.2}$ (phân số thứ n có mẫu số gồm n thừa số 2). Hãy tính tổng ở bước thứ 8.	- Cách 1: Tính trực tiếp tổng của 8 phân số theo cách quy đồng mẫu số. - Cách 2: HS biểu diễn trên đoạn thẳng lần lượt đến bước 5, 6, 7 và 8 rồi tính tổng: $1 - \frac{1}{256} = \frac{255}{256}$. - Cách 3: HS không biểu diễn trên đoạn thẳng, các em phân tích: Bước 1 tổng bằng $(1 - \frac{1}{2})$; Bước 2 tổng bằng $(1 - \frac{1}{4})$; Bước 3 tổng bằng $(1 - \frac{1}{8})$... Tương tự, tổng ở bước 8 là $(1 - \frac{1}{256})$.	- Biểu hiện như trong cách 1 của câu hỏi 2. Tính theo cách này vất vả, sai sót, mất thời gian. - Biểu hiện như trong cách 2 của câu hỏi 2. - Cách 3: Nhảy bèn trong kĩ thuật tư duy, biết quy lạ về quen để đưa biểu thức phức tạp về đơn giản, sáng tạo trong cách QGVĐ.

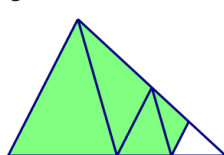
Cách gấp trên mô hình hình tròn và mô hình hình vuông thực hiện tương tự (Hình 5, 6). Cách gấp trên mô hình hình tam giác như sau: Gấp đôi một cạnh để có trung điểm, kẻ đoạn thẳng đi qua đỉnh còn lại của tam giác và trung điểm vừa gấp; tam giác được chia làm hai phần bằng nhau (Hình 7). Chúng tôi chỉ minh hoạ cách gấp mà HS tiểu học thường sử dụng.



Hình 5



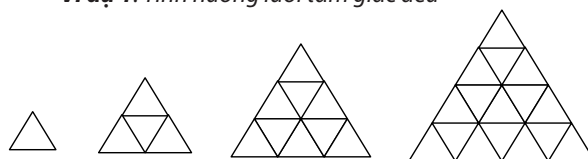
Hình 6



Hình 7

Khi quan sát mỗi nhóm trình bày kết quả và giải thích cách làm, HS cả lớp phát hiện dù thực hiện trên các mô hình khác nhau nhưng cách QGVĐ tương tự nhau. Từ đó, HS khái quát cách QGVĐ cho loại toán này.

Ví dụ 1: Tình huống lưới tam giác đều



Hình 8

Hình 9

Hình 10

Hình 11

Chúng tôi thiết kế tình huống theo các câu hỏi nâng dần độ khó trong Bảng 2.

Với HS tiểu học, câu hỏi 5 trong mỗi tình huống trên tương đối khó. Cách thiết kế các câu hỏi theo trật tự ngụ ý quy luật cùng các biểu diễn trực quan tương ứng làm HS thấy vấn đề đơn giản, có thể giải quyết được.

6. Kết luận

Chúng tôi đã tiến hành phân tích hiệu quả của việc sử dụng biểu diễn trực quan trong ĐG NLTT của HS cuối cấp

(Xem tiếp trang 22)