



VẬN DỤNG THUYẾT LIÊN TƯỢNG VÀO QUÁ TRÌNH DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

PGS.TS. CAO THỊ HÀ - Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên
ThS. PHAN THANH HẢI - Trường THPT Trường Chinh - Đắk Nông

1. Đặt vấn đề

Nghiên cứu về năng lực nhận thức, các cơ chế của quá trình nhận thức, các con đường nhận thức của loài người vẫn đang là vấn đề thu hút được sự quan tâm của nhiều tác giả. Các giả thuyết, lí thuyết về quá trình nhận thức nói chung và quá trình học tập của học sinh (HS) nói riêng vẫn liên tục được các nhà khoa học trên thế giới kiểm nghiệm. J.Piaget cho rằng: "Quá trình nhận thức là quá trình người học tạo dựng và biến đổi các sơ đồ tri thức thông qua hoạt động đồng hoá và điều ứng các kiến thức kĩ năng đã có sao cho phù hợp với tình huống mới." "Nhận thức là một quá trình người học thích nghi và tổ chức lại thế giới quan của chính người học..." [1]. Để thích nghi và tổ chức lại thế giới quan của mình, người học phải thực hiện các hoạt động tìm tòi trí tuệ, các *liên tưởng trong tư duy* cũng như liên kết hoạt động với người khác. Trong bài viết này, chúng tôi đề cập đến một số vấn đề của thuyết liên tưởng và vận dụng nó trong quá trình dạy học môn Toán ở trường phổ thông.

2. Thuyết liên tưởng

2.1. Khái niệm liên tưởng

Theo *Từ điển Tiếng Việt*, liên tưởng có nghĩa là nhân sự việc, hiện tượng nào đó mà nghĩ tới sự việc, hiện tượng khác có liên quan [2]. Tuy nhiên, khi nói đến liên tưởng chúng ta đều hiểu rằng đó là một hoạt động tư duy của con người. Do vậy, trong Tâm lí học, trường phái tiếp cận liên tưởng vẫn đề tư duy cho rằng: Tư duy là quá trình thay đổi tự do tập hợp các hình ảnh, là sự liên tưởng các biểu tượng [3]. K. K Platonôp xem tư duy như là một quá trình gồm nhiều giai đoạn kế tiếp nhau, mà hai trong số các giai đoạn ấy là: *xuất hiện các liên tưởng*, *sàng lọc các liên tưởng* và hình thành các giả thuyết. Mỗi quan tâm của các nhà nghiên cứu là *tốc độ và mức độ liên kết* các hình ảnh, các biểu tượng đã có, tức là quan tâm chủ yếu đến cách tái tạo các mối liên tưởng. Theo các tác giả, có bốn loại liên tưởng là: *liên tưởng giống nhau*, *liên tưởng tương phản*, *liên tưởng gần nhau về không gian và thời gian*, *liên tưởng nhân quả*.

Tác giả Bùi Văn Huệ chia liên tưởng thành bốn loại: *liên tưởng gần nhau về không gian và thời gian*, *liên tưởng giống nhau về hình thù hoặc nội dung*, *liên tưởng trái ngược nhau*, *liên tưởng nhân quả*. Tác giả cho rằng liên tưởng có vai trò rất quan trọng trong ghi nhớ và nhớ lại.

Nhà tâm lí học P.A. Sêvarev đã nghiên cứu rất tỉ mỉ những *mối liên tưởng khái quát độc đáo và vai trò của chúng trong dạy học*. Ông chỉ ra rằng, những mối liên tưởng khái quát bao gồm ba kiểu cơ bản: những liên tưởng được biến đổi một nửa, những liên tưởng - biến thiên và những liên tưởng cụ thể - biến thiên.

2.2. Nội dung chính của thuyết liên tưởng

Có thể nêu tóm lược các luận điểm chính của thuyết liên tưởng như sau:

- *Tâm lí* (hiểu theo nghĩa là yếu tố ý thức) được cấu thành từ các cảm giác. Các cấu thành cao hơn như biểu tượng, ý nghĩ, tình cảm,... xuất hiện nhờ liên tưởng các cảm giác. Nói cách khác, con đường hình thành tâm lí con người là liên kết các cảm giác và các ý tưởng.

- *Điều kiện* để hình thành các liên tưởng là sự gắn gũi của các quá trình tâm lí.

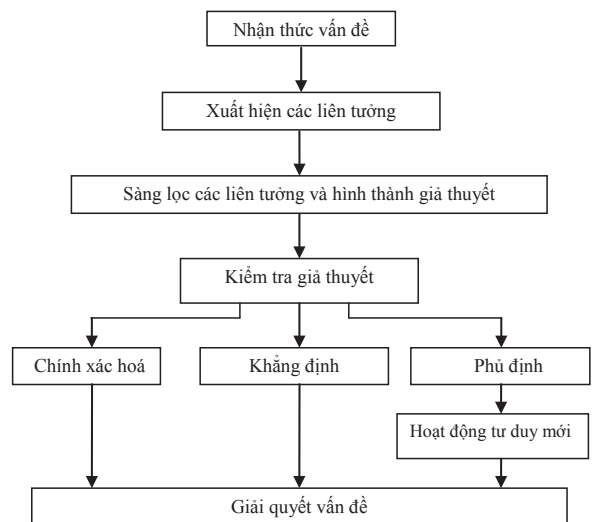
- *Sự liên kết* các cảm giác và ý tưởng để hình thành ý tưởng mới không phải là sự kết hợp giản đơn các cảm giác hoặc ý tưởng đã có, mà giống như sự kết hợp của các nguyên tố hoá học để tạo thành hợp chất mới, như Oxy và Hidro kết hợp với nhau để tạo thành nước.

- *Các mối liên tưởng* bị quy định bởi sự linh hoạt của các cảm giác và các ý tưởng thành phần được liên tưởng và tần số nhắc lại của chúng trong kinh nghiệm. Nghĩa là các cảm giác hay ý tưởng sống động hơn, thường xuyên hơn thì tạo ra các cảm giác và các ý tưởng mạnh hơn.

- *Các liên tưởng* được hình thành theo một số quy luật sau: *Quy luật tương tự*: Ý thức của chúng ta dễ dàng đi từ một ý tưởng này sang một ý tưởng khác tương tự với nó; *Quy luật tương cận*: Khi nghĩ đến một vật, ta có khuynh hướng nhớ lại những vật khác đã trải qua cùng một nơi và cùng một thời gian. Ví dụ: Nghĩ đến món quà, nhớ đến người tặng quà. Có thể diễn ra tương cận theo không gian, thời gian và theo tương phản giữa các cảm giác và ý tưởng; *Quy luật nhân quả*: Khi có một ý tưởng về kết quả thường xuất hiện các ý tưởng là nguyên nhân dẫn đến kết quả đó. Trong các quy luật trên, quy luật nhân quả có vai trò đặc biệt quan trọng trong quá trình nhận thức và phát triển trí tuệ. Sự phát triển nhận thức là quá trình tích lũy các mối liên tưởng. Sự khác biệt về trình độ nhận thức được quy về số lượng các mối liên tưởng, về tốc độ hoạt hoá các mối liên tưởng đó.

- Các liên tưởng được giải thích về phương diện sinh lí thần kinh là sự hình thành và khôi phục các đường mòn thần kinh nhờ các kích thích. Nhà tâm lí học K.K. Platonôp đã tóm tắt các giai đoạn của quá trình tư duy được thể hiện bằng sơ đồ 1 (Xem sơ đồ 1).

Sơ đồ 1 cho thấy, tác giả K.K. Platonôp xem tư duy như là một quá trình gồm nhiều giai đoạn kế tiếp nhau,



Sơ đồ 1: Các giai đoạn của quá trình tư duy

mà hai trong số các giai đoạn ấy là: xuất hiện liên tưởng, sàng lọc liên tưởng và hình thành giả thuyết. Như vậy, việc xuất hiện các liên tưởng là giai đoạn mấu chốt quan trọng để con người có thể hoàn thiện được quá trình tư duy nhất định.

3. Mối quan hệ giữa sự liên tưởng - quá trình tư duy và kết nối tri thức trong quá trình dạy học môn Toán ở trường phổ thông

Khi xét về mối liên hệ giữa tri thức và tư duy, M.Crugliac đã nhấn mạnh vai trò của *tư duy trong việc kết nối tri thức đã có với tri thức mới cần tìm*, tác giả cho rằng: “Dựa vào cái đã biết và nhờ tư duy, HS suy ra được tri thức mới”. Tri thức và tư duy gắn bó với nhau như là sản phẩm đi đôi với quá trình, lĩnh hội tri thức về một đối tượng nào đó thì đó là sản phẩm, là kết quả của quá trình triển khai logic hiện tượng ấy trong tư duy, tri thức được bộc lộ ra và hình thành trong tư duy. Mặt khác, những tri thức đã lĩnh hội được lại tham gia vào quá trình tư duy như là một yếu tố của tư duy để tiếp thu những tri thức mới khác [4]. Như vậy, tư duy đi từ hệ thống tri thức đã biết đến các tri thức mới cần tìm. Nói cách khác, tư duy kết nối hệ thống tri thức đã biết đến các tri thức cần biết.

Khi đứng trước một vấn đề (khái niệm, định lý, quy tắc, bài toán,...), nếu HS có năng lực liên tưởng tốt thì sẽ liên tưởng được nhiều khái niệm, định lý, quy tắc, bài toán phụ để giải quyết vấn đề đơn giản, nhưng nếu các em không liên tưởng được hay chỉ liên tưởng được ít khái niệm, mệnh đề, định lý, quy tắc, bài toán phụ thì vấn đề sẽ bị bế tắc. Có thể minh họa nội dung trên thông qua một số ví dụ sau đây:

Ví dụ 1: Cho hình hộp ABCD.A₁B₁C₁D₁. Dựng đường thẳng MN sao cho M thuộc AC₁, N thuộc B₁D₁ và MN//A₁D.

Với bài toán này, HS có thể liên tưởng đến những tri thức sau:

- *Hệ quả:* Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó. Như vậy, để dựng được MN, HS sẽ tìm giao tuyến của hai mặt phẳng song song với A₁D và lần lượt chứa AC₁, B₁D₁.

- *Quy tắc hình hộp.* Từ giả thiết, HS có thể liên tưởng:

$$M \in AC_1, N \in B_1D_1 \text{ suy ra } \overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{B_1N} = y\overrightarrow{B_1D_1}, MN // A_1D,$$

hay $\overrightarrow{MN} = \lambda\overrightarrow{A_1D}$ và áp dụng quy tắc hình hộp biểu thị ba vectơ $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{B_1N}, \overrightarrow{MN}$ qua ba vectơ không đồng phẳng sau:

với $\overrightarrow{AB} = \vec{a}; \overrightarrow{AD} = \vec{b}; \overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$, ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC_1} = x(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \\ \overrightarrow{B_1N} = y\overrightarrow{B_1D_1} = y(\vec{b} - \vec{a}) \\ \overrightarrow{MN} = \lambda\overrightarrow{AD} = \lambda(\vec{b} - \vec{c}) \end{cases}$$

Việc xác định M, N chính là việc tìm được giá trị x, y.

- *Phép chiếu song song:* Vì $MN // A_1D, M \in AC_1, N \in B_1D_1$ nên có thể sử dụng phép chiếu song song theo phương DA₁ lên mặt phẳng (A₁B₁C₁D₁) để tìm điểm N. Chú ý rằng,

N chính là ảnh của M qua phép chiếu song song đó.

Năng lực liên tưởng và huy động kiến thức có vai trò quan trọng trong tiến trình nhận thức và phát triển trí tuệ của HS. Nếu người học không có năng lực này thì khả năng giải quyết vấn đề sẽ bị hạn chế, cách nhìn về toán học sẽ cục bộ, rời rạc. Tuy nhiên, đứng trước một vấn đề cụ thể, không phải lúc nào mọi sự liên tưởng và huy động đều có ích cho việc giải quyết vấn đề, cần chọn lọc thông qua phép thử sai để tiến tới một sự liên tưởng và huy động phù hợp nhất.

Ví dụ 2: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại C. Cạnh huyền AB=c. Các cạnh bên nghiêng đều trên đáy một góc α . Hãy tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp theo c và α .

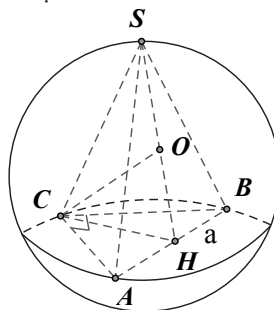
Trong ví dụ này, những tri thức mà HS được chuẩn bị đó là:

- Trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ABC và đi qua tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

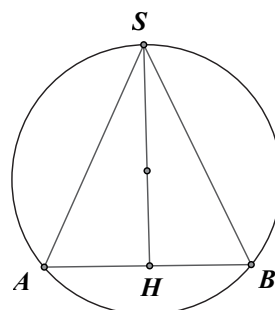
- Trong bài toán do các cạnh bên SA, SB, SC nghiêng đều trên đáy nên hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy ABC trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, hay nói cách khác SH là trục đường tròn.

- Do tâm O của mặt cầu phải thuộc trục đường tròn nên mặt phẳng (SAB) sẽ chứa tâm O của mặt cầu và mặt phẳng này cắt mặt cầu theo một đường tròn lớn, đó chính là đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.

Từ hệ thống tri thức nói trên, nhờ hoạt động tư duy, cụ thể là nhờ thực hiện các thao tác phân tích, tổng hợp, so sánh HS biết chuyển việc tìm bán kính mặt cầu về tìm bán kính đường tròn lớn. Đó chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác cân SAB có góc ở đáy bằng α và cạnh AB=c.



Hình 1.2



Hình 1.3

Do tam giác SAB cân đỉnh S và góc ở đáy bằng α . Suy ra

$$\angle ASB = \pi - 2\alpha, \frac{c}{\sin(\pi - 2\alpha)} = 2R$$

$$\Rightarrow R = \frac{c}{2\sin(\pi - 2\alpha)} = \frac{c}{2\sin 2\alpha}$$

4. Kết nối tri thức theo quan điểm lí thuyết hoạt động

Theo Nguyễn Bá Kim [5], tri thức vừa là điều kiện vừa là kết quả của hoạt động. Ta có thể hiểu nhận định này theo nghĩa *tri thức đóng vai trò là yếu tố để điều chỉnh và định hướng hoạt động*. Hoạt động ở đây được bộc lộ chủ yếu là hoạt động của chủ thể xâm nhập vào đối tượng để làm bộc lộ đối tượng đó. Đối tượng hoạt động trong dạy học toán là các mối liên hệ toán học, các quy luật toán học. Như vậy, hoạt động tạo ra những sản phẩm đó là các tri thức mới, bao gồm các đối tượng toán học mới, các quy luật toán học mới đối với HS. Như vậy,



quy luật hoạt động của chủ thể là nhân tố kết nối tri thức đã có với tri thức cần tìm.

Theo Jean Piaget: Các tri thức phát sinh từ hoạt động, không theo nghĩa đáp lại *liên tưởng giản đơn* mà theo nghĩa sâu sắc hơn nhiều, nghĩa đồng hóa thực tại vào những phối hợp cần thiết và tổng quát của hoạt động. Biết một đối tượng là tác động lên nó và thay đổi nó để nắm bắt những cơ chế của biến đổi gắn liền với chính những hoạt động biến đổi đó. Vậy biết là đồng hóa thực tại vào cấu trúc của những biến đổi, và chính trí tuệ xây dựng những cấu trúc như là sự kéo dài trực tiếp của hoạt động [1].

Tác giả Đào Tam đã quan tâm đến hoạt động kết nối tri thức đã có và tri thức cần tìm qua các phương thức hoạt động biến đổi đối tượng sau đây:

Phương thức 1: Luyện tập cho HS xác định tri thức cội nguồn của tri thức cần tìm ẩn chứa trong các vấn đề đưa ra nhằm định hướng đúng cho hoạt động xâm nhập đối tượng nghiên cứu. Việc xác định các tri thức cội nguồn để làm sáng tỏ quan hệ nhân quả giữa tri thức đã biết và tri thức cần tìm; các tri thức cội nguồn đóng vai trò định hướng, điều chỉnh hoạt động xâm nhập vào đối tượng làm sáng tỏ các đối tượng toán học, các quan hệ cần khám phá. Đó là cơ sở để HS hoạt động chiếm lĩnh tri thức. Phương thức này có thể thực hiện trong dạy học các định lý, quy tắc và dạy học giải bài tập toán. Giáo viên có thể xây dựng hệ thống các câu hỏi sự phạm, giúp HS huy động kiến thức và định hướng hoạt động giải quyết vấn đề.

Ví dụ 3: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi các điểm M, N, P lần lượt là các trung điểm của các cạnh AD, BB_1, C_1D_1 . Hãy dựng thiết diện của hình lập phương tạo bởi mặt phẳng (MNP).

Khi giải bài toán này, HS gặp khó khăn là xác định giao của mặt phẳng (MNP) với một mặt của hình lập phương để từ đó xác định giao của mặt phẳng này với các mặt còn lại. Tri thức cội nguồn đã chuẩn bị cho HS bao gồm:

- Quy trình tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.
- Quy trình tìm giao của một đường thẳng với một mặt phẳng.

- Cách xác định mặt phẳng: Mặt phẳng đi qua ba điểm; mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau; mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng song song; mặt phẳng chứa một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó. Từ đó, có thể giúp HS huy động kiến thức nói trên thông qua hệ thống các câu hỏi hoặc đề ra các yêu cầu đối với HS, cụ thể như sau:

- Nêu quy trình dựng giao của đường thẳng MN với mặt phẳng $A_1B_1C_1D_1$?

- Xác định mặt phẳng (α) chứa MN, đó là mặt phẳng chứa hai đường song song BB_1 và MM_1 , trong đó M_1 là trung điểm của cạnh A_1D_1 .

- Xác định giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng đáy ($A_1B_1C_1D_1$), đó là đường thẳng B_1M_1 .

- Trong mặt phẳng (α) xác định giao điểm S của đường thẳng MN và B_1M_1 ?

Từ đó yêu cầu HS xác định giao của mặt phẳng (MNP) và mặt $A_1B_1C_1D_1$ của hình lập phương. Nhờ các kiến thức đã biết HS tìm được giao là đoạn PQ (xem hình 1.4). Các giao điểm còn lại HS có thể tự xác định nhờ hệ thống các kiến thức đã biết nêu trên và tìm được thiết diện là lục giác đều MTNQPR, trong đó Q; R; T lần lượt là trung điểm của các cạnh B_1C_1 ; D_1D và AB.

Phương thức 2: Chuyển việc nghiên cứu, tìm tòi các tính chất của hình không gian qua việc nghiên cứu các

tính chất của các bộ phận phẳng thích hợp, từ đó huy động các kiến thức đã biết trong hình học phẳng để giải quyết vấn đề của hình không gian.

Vai trò ý nghĩa của phương thức 2: Thực hiện phương pháp này tạo sự kết nối giữa việc học tập, nghiên cứu hình học không gian với các kiến thức hình học phẳng đã biết. Từ đó tránh được sự đứt quãng về phương diện tâm lý của HS. HS nghiên cứu hình học theo phương pháp này là cơ hội để tiếp cận phát hiện cách giải quyết vấn đề không gian nhờ việc chuyển hóa cách giải bài toán không gian về bài toán phẳng. Chẳng hạn:

- Chuyển bài toán tìm tâm và bán kính mặt cầu về bài toán tìm tâm và bán kính của đường tròn lớn, ở trong một mặt phẳng xác định đi qua tâm.

- Chuyển hóa bài toán quỹ tích không gian về bài toán quỹ tích trong mặt phẳng.

- Chứng minh một định lý của hình học không gian được chuyển về vận dụng định lý đã biết trong mặt phẳng.

Phương thức 3: Luyện tập cho HS chuyển hóa các liên tưởng từ đối tượng này sang đối tượng khác nhằm cấu trúc lại hình thức và nội dung của vấn đề cần nghiên cứu để dễ dàng xác lập mối liên hệ với các kiến thức đã có, từ đó huy động đúng đắn các kiến thức để giải quyết vấn đề.

Ý nghĩa và mục đích của phương thức 3 là: Thực hiện biện pháp này nhằm giúp HS khắc phục khó khăn khi chưa xác lập được mối liên hệ giữa đối tượng cần khám phá với các kiến thức và phương pháp đã có của HS. Thực hiện phương thức này nhằm giúp HS biến đổi thông tin ẩn chứa trong vấn đề cần giải quyết, tạo cơ hội để HS xem xét nhìn nhận các vấn đề của hình học không gian theo nhiều cách khác nhau, khai thác các mối liên hệ phổ biến trong dạy học hình học. Phương thức này sẽ tạo cơ hội để giáo dục tư duy linh hoạt trong việc phát hiện cách giải quyết vấn đề.

Phương thức 4: Khảo sát, nghiên cứu các dạng sai lầm của HS khi dạy học hình học không gian và tạo cơ hội sửa chữa các sai lầm cho HS khi họ hoạt động huy động kiến thức giải quyết các vấn đề đặt ra [6].

Các lý thuyết dạy học hiện đại đặc biệt nhấn mạnh dạy học để người học tự mình phát hiện kiến thức mới thông qua hoạt động tìm tòi trí tuệ: Phát hiện mâu thuẫn, xác định nhiệm vụ nhận thức, đề xuất phán đoán, giả thuyết, hoạt động xâm nhập vào vấn đề, xâm nhập vào đối tượng thông qua sử dụng các thao tác tư duy, hoạt động đồng hóa, điều ứng để thích nghi với bối cảnh mới, môi trường mới và từ đó tiếp nhận tri thức mới.

Các hoạt động tìm tòi trí tuệ nêu trên được điều chỉnh bởi hệ thống tri thức và kinh nghiệm đã có được tổ chức tuân thủ theo các quy luật nhận thức. Hoạt động tìm tòi trí tuệ cũng có cơ sở tự hoạt động tư duy đi từ cái đã biết đến cái chưa biết và cần biết. Tác giả Đào Tam đã quan niệm: "Tìm tòi trí tuệ là hoạt động của HS hướng suy nghĩ của mình vào đối tượng đang tìm hiểu; họ có nhu cầu tìm hiểu bên trong do chính đối tượng gây nên, hướng họ vào hoạt động tích cực nghiên cứu phân tích đối tượng để tìm ra cách giải quyết vấn đề. HS tiếp thu tri thức không phải trực tiếp qua truyền đạt giản đơn mà thông qua con đường vòng nhờ những hành động trí tuệ và thao tác tư duy cần thiết, được điều chỉnh bởi tri thức và kinh nghiệm đã có nhằm tìm ra điều chưa biết" [6].

Theo G. Polya: "Tất cả những tư liệu, yếu tố phụ, các định lý... sử dụng trong quá trình giải bài toán được lấy từ đâu? Người giải đã được tích lũy kiến thức đó trong trí

(Xem tiếp trang 17)