



VẤN ĐỀ MÔ HÌNH HÓA TRONG CHƯƠNG TRÌNH SÁCH GIÁO KHOA MÔN TOÁN PHỔ THÔNG

TS. NGUYỄN DANH NAM - Trường Đại học Sư phạm, Đại học Thái Nguyên

ThS. HÀ XUÂN THÀNH - Bộ Giáo dục và Đào tạo

1. Đặt vấn đề

Chương trình (CT) giáo dục phổ thông của nhiều nước trên thế giới được xây dựng theo hướng hình thành kỹ năng, do đó CT sách giáo khoa (SGK) môn Toán và hệ thống đánh giá năng lực học sinh (HS) cũng được thiết kế dựa vào các tình huống trong thực tiễn cuộc sống. Tiêu chuẩn “biểu diễn” trong CT toán học phổ thông của Hoa Kỳ nêu rõ: “*HS cần tạo và sử dụng các loại biểu diễn khác nhau để tổ chức, thiết lập và giao tiếp các ý tưởng toán học; lựa chọn, áp dụng và phiên dịch các dạng biểu diễn toán học khác nhau để giải quyết vấn đề; sử dụng biểu diễn để mô hình hóa và hiểu các hiện tượng vật lý, xã hội và toán học*” [1]. Vì thế, bộ sách “Toán học trong ngữ cảnh” của Hoa Kỳ được rất nhiều giáo viên (GV) sử dụng để phát triển CT dạy học môn Toán gắn liền với ngữ cảnh thực tế. Đối với CT của Hà Lan, khoảng 30 năm trước, Viện Freudenthal đã phát triển CT môn Toán tiếp cận theo hướng gắn liền với thực tiễn. Khung CT dựa trên quan niệm rằng toán học là hoạt động và HS cần được trải nghiệm để khám phá lại những tri thức toán học bằng cách của chính mình hay nói cách khác là toán học hóa suốt quá trình học. Vấn đề toán học trong SGK nhằm giúp HS phát triển năng lực giải quyết vấn đề. CT SGK của Pháp định hướng cho HS thực hành “phương pháp tiếp cận khoa học”, trong đó HS phải biết: 1/ Quan sát, đặt câu hỏi, trình bày một giả thuyết và hợp thức hóa nó, tranh luận, mô hình hóa theo cách cơ bản; 2/ Hiểu sự liên hệ giữa các hiện tượng tự nhiên và ngôn ngữ toán học được áp dụng ở đó và hỗ trợ mô tả các hiện tượng này” [2].

Như vậy, vấn đề mô hình hóa và gắn toán học với thực tiễn rất được coi trọng trong CT SGK của nhiều nước trên thế giới. Đặc biệt, ở các nước Hoa Kỳ, Australia, Đức, Canada và Anh, có rất nhiều tài liệu về dạy học mô hình hóa được chính thức phát hành ở tất cả các cấp độ từ tiểu học đến trung học phổ thông và đại học. Trong các tài liệu này đã xây dựng được những ví dụ, những tình huống cụ thể để hỗ trợ GV trong việc triển khai dạy học mô hình hóa. Tuy nhiên, trong SGK môn Toán của Việt Nam, việc thiết kế các mô hình toán học và các bài toán có nội dung thực tiễn phục vụ cho việc dạy học đến nay chưa được nghiên cứu một cách đầy đủ. Trong SGK và các tài liệu tham khảo về môn Toán thường chỉ chú ý tập trung làm rõ những vấn đề, những bài toán trong nội bộ toán học. Một số bài tập mô hình hóa chỉ mang tính hình thức, không khuyến khích HS tìm tòi, khám phá vấn đề theo đầy đủ các bước của quá trình mô hình hóa mà chủ yếu tập trung vào bước giải bài toán trong ngữ cảnh toán học [3]. Hơn nữa, nhiều bài toán hầu như mới chỉ được xây dựng theo các tình huống giả định mà chưa xuất phát từ những tình huống thực tế sinh động.

2. Đưa vấn đề mô hình hóa vào chương trình sách giáo khoa

Toán học có nguồn gốc từ thực tiễn, phản ánh thực tiễn và có ứng dụng trong thực tiễn. Từ đó, có thể thấy mối quan hệ mật thiết giữa toán học và thực tiễn, do đó việc dạy học toán không thể tách rời vấn đề liên hệ với thực tiễn [4]. Chúng ta có thể liệt kê một số ý tưởng vận dụng toán học

giải quyết vấn đề thực tiễn trong CT SGK của Việt Nam hiện nay như: khái niệm đạo hàm và bài toán tìm vận tốc tức thời của một chất điểm chuyển động thẳng; khái niệm tích phân và bài toán tính diện tích, thể tích; khái niệm cấp số nhân và bài toán về gửi tiền tiết kiệm,... Ngoài ra, SGK còn đưa vào một số hình ảnh về các đường cô-níc trong thực tế; khái niệm bất phương trình và bài toán kinh tế; xác suất, thống kê mô tả và hệ thống các bài tập thực hành,... Tuy nhiên, số lượng tình huống, mô hình toán học và bài toán thực tiễn còn quá ít và chưa thực sự trở thành quan điểm chỉ đạo, xuyên suốt quá trình dạy học.

Theo kết quả khảo sát chúng tôi thu thập được cho thấy đại đa số HS đều muốn biết những mô hình toán học trong thực tiễn nhưng các em đều không thường xuyên tự mình tìm hiểu điều này. Vì vậy, HS mong muốn trong SGK cần có nhiều ví dụ, hình vẽ, mô hình sinh động hơn xuất phát từ chính thực tiễn cuộc sống của các em. Nhiều GV cũng quan tâm đến việc dạy học theo hướng tăng cường mối liên hệ toán học với thực tiễn nhưng sự quan tâm này chỉ dừng lại ở cấp độ thấp và chưa thường xuyên. Nhiều nội dung kiến thức trong CT nặng về tính học thuật, không có nhiều ví dụ, mô hình toán học thực tiễn. Có khoảng 50% số GV được khảo sát cho rằng họ không thường xuyên cho HS giải quyết những tình huống thực tế ngoài SGK. Thật vậy, việc tìm ra các tình huống liên quan đến thực tiễn hoặc các mô hình toán học để minh họa cho bài giảng đòi hỏi GV phải có sự tìm tòi, suy nghĩ tích cực và mất nhiều thời gian trong khi sự am hiểu các lĩnh vực của cuộc sống của nhiều GV còn hạn chế và thực trạng “thi gì, học nấy” vẫn còn tồn tại. Chính tư tưởng này cùng với các đề thi không có bài tập có liên quan đến thực tiễn nên dẫn đến việc dạy học có lồng ghép các mô hình toán học bị xem nhẹ, thậm chí bỏ qua, mặc dù có một số mô hình là dẫn xuất để giúp HS hiểu được bản chất các khái niệm toán học. Đặc biệt, để giải quyết các bài tập có liên quan đến xây dựng mô hình toán học đòi hỏi HS phải có những kiến thức, kỹ năng và sự hiểu biết nhất định về chính các tình huống thực tiễn của mô hình đó.

Chúng tôi quan niệm bài toán có nội dung thực tiễn có hai loại chính, đó là: *bài toán có tình huống giả định* và *bài toán chứa tình huống thực*. Bài toán có tình huống giả định là những bài toán có nội dung liên quan đến thực tiễn chỉ mang tính chất mô phỏng, theo ý chủ quan của người biên soạn, các dữ kiện không phản ánh đúng hoàn toàn đúng với hiện thực. Từ đó, chúng tôi đề xuất tăng cường đưa các tình huống thực tiễn vào CT SGK môn Toán theo các hình thức sau đây: 1/ *Bài toán mở đầu* nhằm gợi động cơ, tạo hứng thú cho HS và giúp GV đưa ra tình huống “có vấn đề” trước khi tiếp cận một khái niệm mới hoặc nội dung một định lý mới; 2/ *Hoạt động mô hình hóa* được thiết kế sau khi học xong một đơn vị kiến thức giúp HS biết vận dụng, liên hệ và sử dụng những công cụ toán học phù hợp trong giải quyết vấn đề thực tiễn; 3/ *Bài tập mô hình hóa* ở cuối bài học giúp HS củng cố, đào sâu và mở rộng kiến thức để giải bài toán trong những ngữ cảnh khác nhau; 4/ *Dự án mô hình hóa* giúp HS có điều kiện làm việc theo nhóm trong

thời gian khoảng hai ngày và trình bày báo cáo kết quả tại các buổi xêmina hoặc ngoại khóa toán học; 5/Bài đọc thêm ở cuối bài hoặc cuối chương giúp HS tìm hiểu về lịch sử toán học và nguồn gốc của các ý tưởng toán học quan trọng. Đối với các hình thức 1, 4, 5, cần tăng cường đưa vào các tình huống thực (có tính đến sự phù hợp với trải nghiệm thực tế của HS); với các hình thức 2, 3 thì các tình huống giả định có thể chiếm ưu thế. Ngoài ra, SGK cần đảm bảo tính thẩm mỹ, trình bày nhiều hình ảnh và mô hình toán học sinh động gắn gũi với cuộc sống xung quanh HS.

3. Tích hợp mô hình hóa trong quá trình dạy học

Tích hợp mô hình hóa trong quá trình dạy học toán phải đạt được hai mục đích cơ bản sau đây: 1/ *Mô hình hóa để học toán* có nghĩa là coi mô hình hóa là một phương tiện hỗ trợ việc học các ý tưởng và khái niệm toán học của HS, ví dụ như tạo động cơ, củng cố, vận dụng khái niệm và liên hệ với kiến thức của các môn học khác; 2/ *Học toán để mô hình hóa* có nghĩa là coi mô hình hóa là một mục đích của việc học toán, qua đó bồi dưỡng cho HS năng lực giải quyết vấn đề, năng lực tư duy phê phán, năng lực sử dụng công cụ và ngôn ngữ toán học để mô tả, giải thích hiện tượng thực tiễn. Ngoài ra, dạy học gắn với mô hình hóa là một cách thức tốt để thực hiện dạy học liên môn, dạy học tích hợp và truyền thụ “văn hóa toán học” [5]. Tích hợp mô hình hóa trong dạy học toán giúp chuẩn bị tốt cho HS bước vào cuộc sống đa dạng sau bậc học phổ thông, có khả năng nhìn một vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau khi giải quyết vấn đề với những kiến thức tổng hợp của nhiều môn học. Cách tiếp cận này là cần thiết vì mọi hiện tượng của tự nhiên và xã hội đều tồn tại với tư cách một thực thể thống nhất hữu cơ. Từ nghiên cứu thực tiễn chúng tôi đề xuất một số biện pháp sau đây trong dạy học môn Toán:

a) Biện pháp 1: Tăng cường gợi động cơ mở đầu xuất phát từ tình huống thực tiễn và yêu cầu HS thường xuyên liên hệ với thực tiễn

Việc gợi động cơ mở đầu trong dạy học có thể xuất phát từ vấn đề trong thực tiễn hoặc trong nội bộ toán học. Khi gợi động cơ xuất phát từ thực tiễn GV có thể nêu lên: 1/ *Thực tế gắn gũi xung quanh cuộc sống của HS*; 2/ *Thực tế xã hội rộng lớn (kinh tế, kĩ thuật, quốc phòng,...)*; 3/ *Thực tế ở những môn học và khoa học khác (vật lí, hóa học, sinh học, kĩ thuật,...)*. Việc xuất phát từ thực tế gắn gũi xung quanh HS sẽ giúp các em thấy được sự tồn tại khái niệm toán học ẩn chứa trong thực tiễn, từ đó có được niềm tin và hứng thú để khám phá khái niệm toán học. Hơn nữa, HS thường đã có trải nghiệm về thực tế gắn gũi xung quanh và đây là cơ sở để HS có thêm thuận lợi trong việc hình thành khái niệm được học. Việc xuất phát từ thực tế không những có tác dụng gợi động cơ mà còn góp phần hình thành thế giới quan duy vật biện chứng. Nhờ đó, HS nhận rõ việc nhận thức và cải tạo thế giới đã đòi hỏi phải suy nghĩ và giải quyết những vấn đề toán học như thế nào, tức là nhận rõ toán học bắt nguồn từ những nhu cầu của đời sống thực tế.

Việc yêu cầu HS liên hệ đến thực tiễn trong quá trình học là cần thiết bởi việc làm này tạo cơ hội để HS sử dụng những trải nghiệm trong cuộc sống, nhìn thấy được kiến thức toán học trong cuộc sống. Việc liên hệ có thể được thực hiện dưới các hình thức như: *Tìm hình ảnh, xây dựng mô hình trong thực tiễn phản ánh kiến thức toán học, tìm các ứng dụng của kiến thức toán học đã học vào thực tiễn hoặc dựa vào số liệu thực tiễn để phân tích và dự báo về vấn đề trong tương lai gần.*

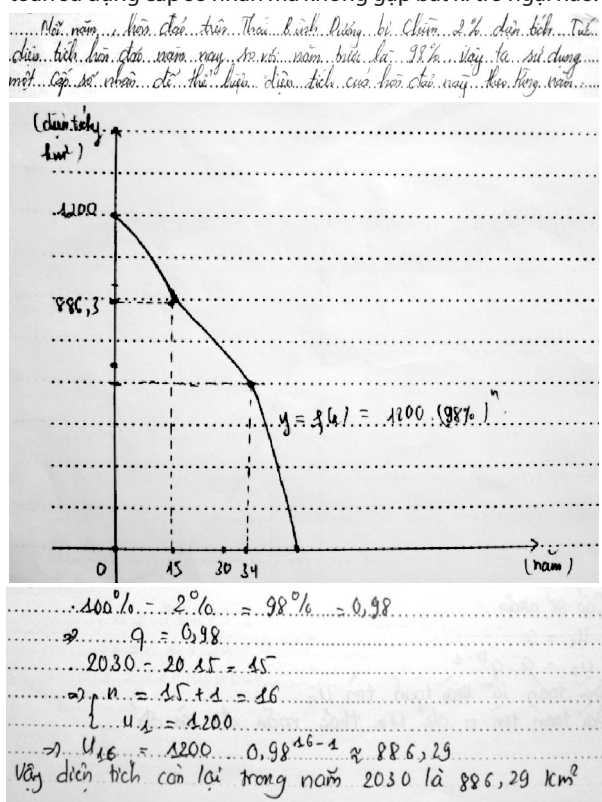
b) Biện pháp 2: Chú trọng phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn trong quá trình dạy học

Dạy học phát triển năng lực đòi hỏi phải tăng cường

yêu cầu HS mô hình hóa toán học, vận dụng kiến thức vào giải quyết những vấn đề thực tiễn. Khi giải quyết vấn đề trong thực tiễn đòi hỏi HS phải huy động và vận dụng kiến thức tổng hợp liên quan đến nhiều môn học như vật lí, sinh học, hóa học, kĩ thuật... Nhiều mô hình toán học cũng được GV các môn học khác sử dụng để giải thích và dự báo về các hiện tượng trong tự nhiên, xã hội và môi trường.

Ví dụ 1: *Do hiện tượng tan băng, nước biển dâng nên diện tích một hòn đảo trên Thái Bình Dương mỗi năm bị chìm thêm 2%. Giả sử năm 2015 diện tích đảo là 1.200 km², hỏi năm 2030 diện tích của đảo còn bao nhiêu?*

Đây là bài toán HS phải huy động kiến thức về toán học và kiến thức về địa lí, môi trường. Kết quả thực nghiệm cho thấy đa số HS có thể chuyển vấn đề thực tế sang bài toán sử dụng cấp số nhân mà không gặp bất kì trở ngại nào.

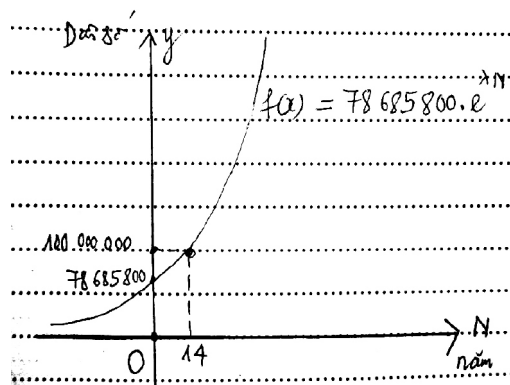


Hình 1: HS phân tích, mô hình hóa và giải bài toán

Tuy nhiên, khả năng phân tích, tổng hợp, liên hệ kết quả lời giải bài toán và đối chiếu thực tế của nhiều HS còn hạn chế. Chỉ một số ít HS có thể đưa ra những biến số ảnh hưởng đến kết quả của bài toán trong thực tiễn như biến đổi khí hậu, hiện tượng băng tan, trái đất nóng lên, hiệu ứng nhà kính, lượng khí thải tăng, lượng mưa, sự bồi đắp hay xâm lấn,...

c) Biện pháp 3: Giáo dục tích hợp thông qua các mô hình toán học

Trong quá trình dạy học toán, GV cần tăng cường sử dụng các mô hình toán học để tích hợp giáo dục các vấn đề về dân số, môi trường, sức khỏe, thể thao,... cho HS thông qua các dự án học tập làm việc theo nhóm với thời gian hoàn thành dự án khoảng 2 ngày. Do đó, khi thiết kế chủ đề dự án GV cần phải xác định rõ mục tiêu rèn luyện kĩ năng sống, khả năng vận dụng kiến thức liên môn, những nội dung HS tự khám phá và những nội dung GV có thể hỗ trợ



Hình 2

như: yêu cầu đọc kĩ vấn đề, phân hóa mô hình, xác định mục tiêu, số liệu cần thiết, thu thập thêm số liệu, chọn lọc số liệu, ý nghĩa của kết quả trong thực tiễn,...

Ví dụ 2: Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = Ae^{rN}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau N năm, r là tỉ số tăng dân số hằng năm. Biết năm 2001, dân số Việt Nam là $S = 78.685.800$ người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $r = 1,7\%$. Hỏi đến năm nào dân số nước ta ở mức 100 triệu, nếu tỉ số tăng dân số không đổi?

GV đưa mô hình bài toán về dân số sau khi học xong bài hàm số mũ nhằm giúp HS vận dụng toán học trong dự báo dân số và góp phần giáo dục dân số. Kết quả thực nghiệm cho thấy đa số HS đã biểu diễn được mô hình toán học (Hình 2) và dự báo thời điểm dân số của Việt Nam đạt mức 100 triệu người.

Tuy nhiên, rất nhiều HS chưa có thói quen đối chiếu kết quả tính toán với thực tế và nhanh chóng đưa ra kết luận rằng đến năm 2015 dân số Việt Nam sẽ đạt 100 triệu người mà không nhận ra rằng kết thúc năm 2015 dân số của nước ta chưa đạt đến con số đã được tính toán và chưa đưa ra được nguyên nhân vì sao lại có sự khác biệt giữa tính toán trên mô hình toán học và số liệu thực tế.

Một số ít HS liên hệ thực tế rất tốt và đưa ra nguyên nhân có những sai số trong quá trình tính toán dựa trên mô hình toán học: "Hiện nay, dân số nước ta khoảng trên 90 triệu người. Sai số đã tính toán là do tỉ lệ gia tăng dân số đã thay đổi qua từng năm. Trên thực tế thì tỉ lệ tăng dân số còn phụ thuộc vào một số yếu tố khác như tỉ lệ tử, di cư nhập cư, chiến tranh, chính sách kế hoạch hóa gia đình,... Vì vậy, kết quả được tính ở trên chỉ mang tính chất tương đối. Tuy nhiên, chúng ta có thể nhận thấy hiệu quả của công tác kế hoạch hóa gia đình trong thời gian gần đây".

Như vậy, thông qua các mô hình toán học, GV có thể lồng ghép vấn đề giáo dục dân số và giáo dục môi trường rất có hiệu quả và có tính khả thi cao. Vì thế, cần tăng cường đưa các mô hình toán học về các vấn đề tự nhiên và xã hội vào trong SGK để góp phần giáo dục toàn diện cho HS ở bậc học phổ thông. Ngoài ra, GV có thể sưu tầm các bài toán và mô hình toán học gắn với thực tiễn bằng cách: 1/ Tìm kiếm các bài toán từ nguồn tài liệu tham khảo trong và ngoài nước; 2/ Tìm kiếm bài toán từ CT SGK của các môn học khác; 3/ Tìm kiếm bài toán nảy sinh từ những vấn đề trong thực tiễn như: ngân hàng, chứng khoán, bảo hiểm, giao thông, kinh doanh, y tế, thể thao, âm nhạc, mỹ thuật,...; 4/ Tìm hiểu ý nghĩa thực tiễn của các khái niệm toán học trong SGK và lồng ghép kiến thức lịch sử toán học trong suốt quá trình dạy học.

Theo bài ra ta có:
 $78.685.800 \cdot e^{0,017 \cdot N} = 100.000.000$
 $\Rightarrow e^{0,017 \cdot N} = \frac{100.000.000}{78.685.800} \approx 1,27$
 $\Rightarrow 0,017 \cdot N = \log_e(1,27)$
 $\Rightarrow N \approx 14$
 Vậy đến năm 2015 dân số nước ta là 100 triệu người.

Hình 3: Lời giải bài toán của HS về mô hình phát triển dân số

4. Kết luận

Kết quả nghiên cứu cho thấy HS hoàn toàn có thể tham gia vào quá trình mô hình hóa nếu xây dựng được những tình huống phù hợp và tích hợp mô hình hóa trong quá trình dạy học. Thông qua đó, có thể phát triển ở HS năng lực giải quyết vấn đề và xây dựng mô hình toán học phù hợp với thực tế. Chúng tôi đề xuất một số biện pháp tăng cường liên hệ toán học với thực tiễn, lồng ghép phương pháp mô hình hóa nhằm hỗ trợ GV trong dạy học tích hợp, liên môn. Trong bối cảnh CT giáo dục phổ thông đang tiếp cận theo hướng phát triển năng lực HS thì việc vận dụng kết quả nghiên cứu này để tạo cơ hội cho GV và HS xây dựng các mô hình toán học phục vụ cho quá trình dạy học toán là một việc làm rất có ý nghĩa. Thông qua đó, HS thấy được vẻ đẹp của toán học qua các ứng dụng thực tiễn của nó, đồng thời thông qua các mô hình toán học, HS có cơ hội được giải quyết các vấn đề trong thực tiễn đời sống. Đây cũng chính là một trong những mục tiêu quan trọng của quá trình dạy học môn Toán ở trường phổ thông.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Richard Lesh, Peter Galbraith, Christopher Haines, Andrew Hurford, (2010), *Modeling students' mathematical modelling competences*. Springer.
- [2]. Qi Dan, Jinxing Xie, (2011), Mathematical modelling skills and creative thinking levels: An experimental study. In G. Kaiser et al. (eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, International Perspectives in the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Springer.
- [3]. Nguyễn Danh Nam, (2015), *Thiết kế hoạt động mô hình hóa trong dạy học môn Toán*, Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, 60(8A), 152-160.
- [4]. Nguyễn Thị Nga, (2014), *Bàn về vấn đề dạy học mô hình hóa toán học ở trường phổ thông*, Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, 59(8), 69-75.
- [5]. Trần Vui, (2009), *Sử dụng toán học hóa để nâng cao hiểu biết định lượng cho học sinh trung học phổ thông*, Tạp chí Khoa học Giáo dục, số 43, Tr. 23-26.

SUMMARY

The paper addresses the issue of modeling in the Mathematics textbooks at schools. According to the author, students can fully participate in this process within appropriate situations and integrate modeling in the teaching process. Then, students can develop competence in solving problems and building mathematical models fit reality. The author also proposes a number of measures to strengthen contacts with practice, integrated modeling approach to assist teachers into integrated teaching, interdisciplinary. In the context of general education towards competence development, provides opportunities for teachers and students to develop mathematical models to serve mathematics teaching is a very meaningful job.

Keywords: Modelling; curriculum; textbooks.