BỒI DƯỠNG THỦ PHÁP "PHÂN NHỎ" CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC GIẢI TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC CƠ SỞ

TS. NGUYỄN VĂN THUẬN - Trường Đại học Vinh
ThS. NGUYỄN THỊ THANH TÂM - Trường Đại học Hà Tĩnh

1. Đặt vấn đề

Phân chia đối tượng theo những tiêu chí nhất định giúp chúng ta hiểu về các đối tượng một cách đầy đủ hơn, sâu sắc hơn và có ý nghĩa trong nhiều hoạt động của con người. Trong giải toán, việc phân chia một bài toán phức tạp thành các bài toán thành phần đơn giản hơn có ý nghĩa quan trọng trong việc tìm kiếm lời giải và khai thác bài toán. Đề-các đã cho rằng "Hãy chia bài toán mà bạn đang xét thành nhiều phần ở chừng mực bạn có thể và bạn cần để giải bài toán được dễ hơn" [1]. Nhà toán học và là nhà sư phạm G. Polya đã đưa ra lời khuyên đối với người giải toán là: "Hãy hiểu thật rõ bài toán và phân chia nó ra" [1]. Theo ông, khi quan sát một bài toán cần giải, nếu xem nó như một thể thống nhất thì cảm giác đối tượng không được rõ ràng lắm, vì vậy cần phân chia cái toàn thể ra nhiều phần nhỏ. Còn các tác giả L. M. Phoritman, E. N. Turetxki, đã khẳng định, thủ pháp phân nhỏ (TPPN) là một cách để chuyển các bài toán không có dạng chuẩn (bài toán được giải không theo một angôrít đã biết từ trước) về dạng chuẩn. Tuy nhiên, các nghiên cứu trên chỉ mới nêu lên việc cần thiết phải phân nhỏ các bài toán phức tạp, chưa đề cập đến nội hàm của TPPN cũng như làm thế nào để bồi dưỡng cho học sinh (HS). Trong bài viết này, chúng tôi đề xuất một số phương thức nhằm bồi dưỡng TPPN cho HS trong dạy học giải bài tập toán ở trường trung học cơ sở (THCS).

2. Quan niệm TPPN và một số tình huống thường vận dụng trong giải toán

2.1. Quan niệm TPPN trong giải toán

Theo Từ điển Tiếng Việt [2], "Thủ pháp là cách để thực hiện một ý định, một mục đích cụ thể nào đó" và "Phân chia là chia, tách ra từng phần, từng đơn vị, từng giai đoạn". Như vậy, có thể xem phân nhỏ là việc phân chia đối tượng thành các phần nhỏ hơn. Do đó, TPPN là cách chia đối tượng thành các bộ phận nhỏ nhằm đạt một mục đích cụ thể nào đó.

Genrich Saulovich Altshuller - người khai sinh ra phương pháp luận sáng tạo TRIZ đã quan niệm đồng nhất "*thủ thuật*" với "*thủ pháp*" và đề cập đến "*phân nhỏ*" là thủ thuật đầu tiên trong 40 nguyên tắc (thủ thuật) sáng tạo cơ bản. Theo ông, đây là cách chia nhỏ đối tượng ra cho vừa sức, dễ thực hiện, phù hợp với những phương tiện hiện có... và thường dùng trong những trường hợp khó làm trọn gói, nguyên khối, một lần. Nội dung của thủ thuật *phân nhỏ* bao gồm: *a) Chia đối tượng thành các phần độc lập; b) Làm đối tượng trở nên tháo lắp được; c) Tăng mức độ phân nhỏ của đối tượng* [3]. Như vậy, tác giả xem thủ thuật phân nhỏ là nghệ thuật để chia đối tượng thành các bộ phận nhỏ nhằm đạt một mục đích cụ thể.

Mặt khác, D. N. Perkins và một số nhà giáo dục học khác đã đặt thủ pháp trong mối quan hệ giữa "*thủ thuật*" và "*phương pháp*" [4]. Theo các tác giả, thủ pháp là phương pháp, thủ thuật nghĩa là là cách thức tiến hành một hoạt động nào đó mang tính khéo léo để hoàn thành một công việc hiệu quả. Trong bài viết này, chúng tôi quan niệm: "*TPPN trong giải toán là phương pháp được đặc trưng bởi tính khéo léo, linh hoạt, độc đáo để chia một bài toán phức tạp, khó giải quyết trọn gói thành các bài toán thành phần đơn giản hơn hoặc có dạng chuẩn nhằm mục đích dễ dàng huy động kiến thức đã biết vào việc giải và khai thác hiệu quả bài toán ban đầu*".

2.2. Một số tình huống thường vận dụng TPPN trong giải toán

Trong việc tìm tòi, thực hiện lời giải và khai thác các bài tập toán ở trường THCS, có nhiều tình huống cần vận dụng TPPN. Dưới đây là một số tình huống thường gặp:

- Các bài toán có kết luận là **hội** của hai hay nhiều yêu cầu, nhiệm vụ, bằng cách khéo léo người giải phân nhỏ bài toán ban đầu thành các bài toán thành phần dựa vào cách chia nhỏ kết luận.

- Các bài toán có giả thiết là **tuyển** của hai hay nhiều dữ kiện, điều kiện bằng cách khéo léo người giải phân nhỏ bài toán ban đầu thành các bài toán thành phần dựa vào cách chia nhỏ giả thiết. Đặc biệt, một số bài toán mà với kiến thức ở vùng phát triển hiện tại, HS chỉ giải quyết được một phần tương ứng với một số trường hợp riêng, khi đó người giải phải khéo léo chia bài toán ban đầu thành các bài toán bộ phận trong đó có những trường hợp riêng đã giải quyết được, rồi lấy đó làm "điểm tựa" để giải quyết bài toán trong những trường hợp còn lại nhờ việc đưa HS đến vùng phát triển gần nhất theo lí thuyết của L. X. Vưgotxki.

- Khai thác hiệu quả các bài toán có **giả thiết** hoặc **kết luận** là **hội** của nhiều yếu tố, bằng cách khéo léo chia nhỏ giả thiết hoặc kết luận của bài toán và thay đổi một số yếu tố trong đó.

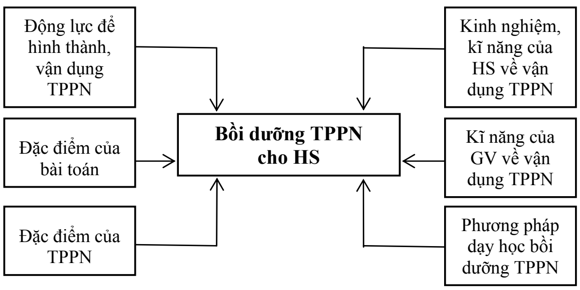
- Biến đổi bài toán một cách khéo léo, linh hoạt về dạng dễ **"tháo, lắp"** với các bài toán không thể giải quyết được trọn gói, một lần nhưng chưa có dạng để có thể chia nhỏ thành các bài toán bộ phận ("tháo, lắp" được hiểu là có thể chia bài toán ban đầu thành các bài toán thành phần và tổng hợp các bài toán thành phần đó để có lời giải bài toán ban đầu).

- Các bài toán thành phần tìm được nếu chưa giải quyết được trọn gói, một lần lại tiếp tục được phân thành những bài toán nhỏ hơn nữa; cứ như vậy cho đến khi những bài toán nhỏ cần giải là những bài toán đã có dạng chuẩn (tăng dần mức độ chia nhỏ bài toán).

3. Bồi dưỡng TPPN trong giải toán cho HS ở trường THCS

3.1. Một số nhân tố cơ bản hình thành, bồi dưỡng TPPN cho HS trong giải toán

Có nhiều yếu tố liên quan đến việc bồi dưỡng TPPN cho HS trong giải toán. Trước hết, phải kể đến sự hứng thú của HS thông qua việc nhận thức được ý nghĩa và sự cần thiết của TPPN trong giải toán. Thứ hai, dựa vào các đặc điểm của bài toán, đặc điểm của TPPN, HS sẽ biết cách phân chia bài toán thành các bộ phận một cách hợp lí để giải quyết và đây là các nhân tố đóng vai trò quan trọng đối với việc bồi dưỡng TPPN cho HS. Thứ ba, những kinh nghiệm, kĩ năng của GV về việc vận dụng TPPN cũng như các phương pháp dạy học mà họ sử dụng có ảnh hưởng không nhỏ đến việc hình thành và vận dụng TPPN cho HS. Thứ tư, là vốn kinh nghiệm của HS, kĩ năng của họ về việc chia nhỏ bài toán để giải các bài toán phức tạp một cách hiệu quả. Bởi vậy, theo chúng tôi, 6 nhân tố sau là cơ bản để hình thành, bồi dưỡng TPPN cho HS trong giải toán (Hình 1).



Hình 1 : Các nhân tố cơ bản trong việc bồi dưỡng TPPN cho HS

3.2. Một số phương thức bồi dưỡng TPPN cho HS trong giải toán

Phương thức 1: *Làm cho HS thấy được tính hữu ích của TPPN trong giải toán, từ đó các em tự kích hoạt hứng thú của bản thân trong việc hình thành và vận dụng TPPN.*

Hứng thú đóng vai trò quan trọng trong dạy học nói chung và dạy học toán nói riêng. K. D. Usinxki đã khẳng định: "Một sự học tập mà không có hứng thú gì, chỉ biết hoạt động bằng sức mạnh, cưỡng bức thì sẽ giết chết lòng ham muốn học tập của cá nhân". Nhà toán học và là nhà sư phạm G. Polya, cho rằng: "Khi giải một bài toán mà ta thực sự hiểu thấu và hứng thú thì ta được một tài sản quý giá là một lược đồ, một mô hình mà ta có thể bắt chước khi giải những bài toán tương tự,... phát triển một lược đồ như vậy sớm muộn bạn sẽ đi đến một sự phát minh thực sự" [5]. Như vậy, có thể thấy hứng thú là nguồn gốc của tính tích cực, sáng tạo trong quá trình học tập của HS và hứng thú, nhu cầu nhận thức của HS sẽ tăng lên nếu đối tượng nhận thức càng hấp dẫn. Do đó, điều quan trọng nhất để kích thích sự hứng thú, nỗ lực của các em trong việc bồi dưỡng TPPN là làm cho họ thấy được sự hấp dẫn của thủ pháp bởi tầm quan trọng, tính hữu ích của nó. Để làm tốt điều này chúng ta có thể thực hiện như sau:

- Làm cho HS thấy rõ TPPN giúp khắc phục các khó khăn, trong việc giải một số bài toán phức tạp thông qua việc giải các bài toán thành phần quen thuộc, đơn giản hơn.

Thực tiễn dạy học toán cho thấy, HS thường gặp khó khăn trong việc tìm kiếm lời giải với nhiều bài toán không có thuật giải, không thể giải quyết trọn gói, một lần. Trong những tình huống đó, nếu HS biết TPPN và vận dụng một cách thích hợp, các em sẽ linh hoạt để chuyển việc giải bài toán phức tạp đã cho về việc giải các bài toán thành phần quen thuộc hoặc đã có dạng chuẩn giúp việc giải bài toán ban đầu được dễ dàng hơn. Đặc biệt, đối với nhiều bài toán thì việc giải trong trường hợp tổng quát được dựa trên các trường hợp riêng đơn giản đã biết. Như vậy, TPPN đã đưa người học đến vùng phát triển gần nhất theo lí thuyết của L. X. Vưgotxki và thực hiện tốt nguyên tắc "đảm bảo sự thống nhất giữa tính vừa sức và yêu cầu phát triển" [6] trong dạy học môn Toán. Do đó, tính tích cực nhận thức của các em được phát huy.

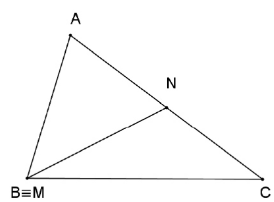
- Giúp HS biết nhờ TPPN có thể biến đổi vấn đề để thâm nhập vấn đề - làm sáng tỏ vấn đề đó.

Trong quá trình giải toán, có nhiều cách để HS thâm nhập vấn đề (bài toán), tìm được mối liên hệ giữa "cái đã cho", "cái phải tìm" và những cái có liên quan với chúng nhằm phát hiện và giải quyết vấn đề. TPPN là một trong những cách hữu hiệu, vì nhờ chia nhỏ bài toán một cách hợp lí người giải có được cái nhìn đầy đủ hơn, sâu sắc hơn và toàn diện hơn về vấn đề cần giải quyết.

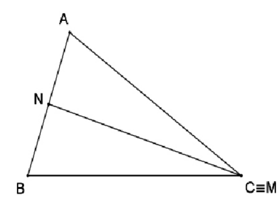
- Giúp HS nhận thức được TPPN là công cụ thường được sử dụng trong giải toán và nếu biết vận dụng nó một cách hợp lí sẽ thúc đẩy quá trình giải toán của các em.

Qua việc giải một số bài toán cụ thể, GV cần giúp HS ý thức được TPPN là công cụ hữu hiệu để giải khá nhiều dạng toán phức tạp, đặc biệt là những bài toán không thể giải quyết được trọn gói, một lần, những bài toán có giả thiết, kết luận có cấu trúc là hội của nhiều yếu tố... và khai thác, phát triển chúng thành nhiều bài toán thú vị. Một số ví dụ sau đây sẽ minh họa cho các vấn đề nêu trên:

Ví dụ 1: *Cho tam giác ABC, M là một điểm bất kì trên cạnh BC. Dựng đường thẳng qua M, chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích bằng nhau.*

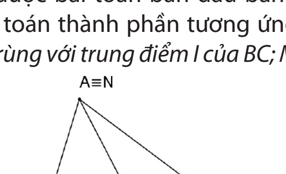


Hình 2.1



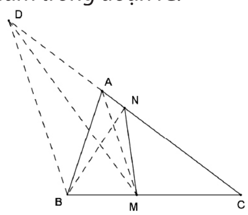
Hình 2.2

Với bài toán này, HS thường gặp không ít khó khăn, vì giả thiết bài toán cho trong trường hợp tổng quát "*M là một điểm bất kì trên cạnh BC*" đây là *tuyển* của nhiều vị trí *M* trên *BC*. Bởi vậy, GV gợi ý để người học nhận ra một kiến thức đã biết, đó là "trong tam giác đường trung tuyến chia đôi diện tích tam giác". Từ đó, HS dễ dàng giải các bài toán đơn giản khi *M trùng B (hình 2.1), M trùng C (hình 2.2)* và khi *M trùng với trung điểm I của BC (hình 2.3);* rồi lấy lời giải trong các trường hợp này làm "điểm tựa" giúp HS biết vẽ *hình phụ* để giải bài toán trong trường hợp còn lại. Do đó, chúng ta sẽ giải quyết được bài toán ban đầu bằng việc chia nhỏ thành các bài toán thành phần tương ứng với: *M trùng B; M trùng C; M trùng với trung điểm I của BC; M nằm trong đoạn BI và M nằm trong đoạn IC.*

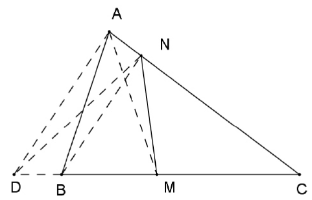


Hình 2.3

Thật vậy, với *M nằm trong đoạn BI* bằng cách *vẽ hình phụ* tạo thành tam giác có một đỉnh là M với diện tích bằng diện tích ∆ABC và đưa về "*dựng một đường* *thẳng qua đỉnh M chia diện tích ΔMCD thành hai phần bằng nhau*" (*hình 2.4)* hoặc *vẽ hình phụ* tạo thành tam giác có M là trung điểm của một cạnh sao cho diện tích của nó bằng diện tích ΔABC và đưa về "*dựng một đường thẳng qua trung điểm M của cạnh CD chia diện tích ΔNCD thành hai phần bằng nhau*" (*hình 2.5)*. Hoàn toàn tương tự khi *M nằm trong đoạn IC*.



Hình 2.4



Hình 2.5

Khai thác bài toán, chúng ta thấy: giả thiết là *hội* của các điều kiện "*tam giác ABC*", "*M là một điểm bất kì trên cạnh BC*" và "*đường thẳng đi qua M chia diện tích tam giác ABC thành hai phần bằng nhau*". Bởi vậy, bằng cách thay đổi một hay một số yếu tố trong đó chúng ta sẽ có nhiều kết quả thú vị. Chẳng hạn:

Thay giả thiết "*tam giác* " bởi "*tứ giác*" hay "*ngũ giác*"..., thay điều kiện "*M là một điểm bất kì trên cạnh BC*" bởi "*M là một đỉnh*" và giữ nguyên điều kiện còn lại, ta có các bài toán: *Cho tứ giác ABCD. Dựng đường thẳng qua A, chia tứ giác thành hai phần có diện tích bằng nhau. Hoặc: Cho ngũ giác ABCDE. Dựng đường thẳng qua A, chia ngũ giác thành hai phần có diện tích bằng nhau...*

Hay, giữ nguyên các điều kiện trước và thay giả thiết "*đường thẳng đi qua M chia diện tích tam giác ABC thành hai phần bằng nhau*" bởi "*đường thẳng đi qua M chia diện tích tam giác ABC thành hai phần theo tỷ số k dương cho trước*", ta có bài toán "*Cho tam giác ABC, M là một điểm bất kì trên cạnh BC. Dựng đường thẳng qua M, chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích theo tỷ số k dương cho trước*".

Ví dụ trên cho thấy, TPPN là công cụ hữu hiệu để giải toán, nó giúp người học hiểu bài toán một cách đầy đủ, trọn vẹn hơn; biết chuyển việc giải bài toán phức tạp ban đầu về các bài toán thành phần quen thuộc và khai thác, phát triển chúng thành nhiều bài toán đơn giản. Tuy nhiên, để HS nhận thức sâu sắc hơn về ý nghĩa và tầm quan trọng của TPPN, chúng ta nên cho HS cảm nhận được điều đó thông qua nhiều tình huống học tập cụ thể, những bài toán mà khi giải cần phải chia nhỏ một cách khéo léo. Hơn nữa, nếu sự hứng thú vận dụng TPPN được duy trì thường xuyên trong quá trình học toán thì đến một thời điểm nào đó HS sẽ tự hình thành nhu cầu và động lực bồi dưỡng TP này.

Phương thức 2: *Rèn luyện cho HS khả năng quan sát đặc điểm bài toán, suy luận và liên tưởng với những kiến thức đã biết để tìm tòi lời giải bằng cách chia bài toán thành các bộ phận độc lập, đầy đủ theo một tiêu chí nào đó.*

G. Polya [5] cho rằng, "*...khó mà có được một ý hay khi mà bản thân mình hiểu biết quá ít về đối tượng và hoàn toàn không thể có được một ý hay khi mình không biết gì về đối tượng đó. Những "ý hay" dựa trên kinh nghiệm đã trải qua và dựa trên những kiến thức mới có*". Theo ông [5], trước hết phải quan sát một cách tổng hợp đầy đủ để nhận dạng bài toán thuộc loại nào, cần huy động kiến thức gì, sau đó tìm cách để tách biệt bài toán không chuẩn ra từng bộ phận, chi tiết (trường hợp riêng, bài toán nhỏ), rồi lại kết hợp những kết quả của hoạt động tách biệt đó và những tri thức đã biết để trình bày lời giải. Hơn nữa, muốn đi tới cách giải một bài toán, ta phải huy động và tổ chức những kiến thức đã có từ trước. Chúng ta cần phải nhớ lại và vận dụng hàng loạt những yếu tố cần thiết cho việc giải toán... Bởi vậy, khi đứng trước một bài toán cần giải, người học phải quan sát, tiếp cận với đối tượng nghiên cứu, cần nhận ra trên các kí hiệu (chữ số, dấu phép tính, quan hệ...), hình vẽ đang xét... một biểu thức, hình tượng quen thuộc nào đó, áp dụng một định lí đã biết nào đó. Từ đó, các em sẽ phát hiện được lời giải (hoặc lời giải hay) của bài toán ban đầu nhờ việc chia nhỏ bài toán. Tuy nhiên, cũng cần lưu ý nếu chia bài toán quá nhiều và quá nhỏ sẽ làm cản trở suy nghĩ, sẽ bị "ngập" trong cái chi tiết mà không tập trung được vào điểm mấu chốt và nhìn ra được điểm mấu chốt, đó chính là trường hợp người thấy cây mà không thấy rừng [1]. Do đó, GV cần phải giúp HS nghiên cứu đặc điểm của bài toán, phải xem xét bài toán một cách tổng thể để tìm cách *phân chia bài toán thành những bài toán thành phần thích hợp* trong từng tình huống cụ thể. Đặc biệt là phân chia thành các bài toán bộ phận dựa trên sự *phân chia giả thiết, kết luận* của bài toán. Để thực hiện tốt điều này, GV nên tiến hành như sau:

- Yêu cầu HS giải một số dạng bài toán phức tạp, không thể giải quyết được trọn gói, một lần;
- GV gợi ý HS quan tâm các đặc điểm của giả thiết, kết luận trong bài toán cần thiết cho sự phân nhỏ bài toán;
- GV giúp HS có các liên tưởng với những kiến thức đã biết và đưa ra tiêu chí phù hợp với đặc điểm của bài toán để chia bài toán thành các bài toán bộ phận đơn giản hơn và đảm bảo tính độc lập, đầy đủ (nghĩa là: bài toán *A* được chia thành *n* bài toán $A_1, A_2, ..., A_n$ sao cho $A_i \cap, A_j = \varnothing$ với $i \neq j; i, j \in \overline{1,n}$ và $\bigcup_{i=1}^{n} A_1 = A$);
- HS giải các bài toán thành phần tương ứng với sự phân chia; nếu chưa giải quyết được trọn gói, một lần GV gợi ý giúp các em tiếp tục phân thành những bài toán nhỏ hơn nữa; cứ như vậy cho đến khi những bài toán nhỏ cần giải là những bài toán đã có dạng chuẩn;
- Kết hợp các bài toán thành phần đó để có lời giải bài toán ban đầu.

Ví dụ 2: *Chứng minh rằng nếu p là các số nguyên tố lớn 3 thì* $p^2 - 1 \vdots 24$.

Hướng thứ nhất, quan sát đặc điểm bài toán, HS nhận thấy giả thiết "*p là các số nguyên tố lớn* 3", kết luận "$p^2 - 1 \vdots 24$" nên *p* không chia hết cho các số nguyên tố 2 và 3, đây cũng là các ước nguyên tố của 24 và $2.3 = 6$. Từ đó, GV gợi ý để HS nhận ra tiêu chí phân nhỏ bài toán là xét các trường hợp theo "*số dư của p khi chia cho* 6". Với kiến thức đã biết và giả thiết *p* là số nguyên tố nên HS sẽ nhận ra nó chỉ có một trong hai dạng $6k + 1$ hoặc $6k - 1$.

Như vậy, giả thiết là *tuyển* của hai điều kiện trên nên bài toán đã cho được chia nhỏ thành hai bài toán thành phần "*Chứng minh rằng nếu p là các số có dạng* $6k+1, k \in \mathbb{N}^*$ *thì* $p^2-1 \vdots 24$" (2.1) và "*Chứng minh rằng nếu p là các số có dạng* $6k-1, k \in \mathbb{N}^*$ *thì* $p^2-1 \vdots 24$" (2.2). Việc chứng minh (2.1) và (2.2) không mấy khó khăn, kết hợp (2.1) và (2.2) ta có lời giải bài toán ban đầu.

Hướng thứ hai, với đặc điểm kết luận bài toán là "$p^2-1 \vdots 24$", HS nhận thấy $24 = 2^3.3 = 3.8$ và ƯCLN(3,8) = 1. Do đó, liên tưởng đến tính chất "Nếu $a \vdots m, a \vdots n$ và ƯCLN(*m*,*n*) = 1 thì $a \vdots mn$" các em nhận ra kết luận của bài toán là *hội* của hai điều kiện $p^2-1 \vdots 3$ và $p^2-1 \vdots 8$, từ đó chia bài toán ban đầu thành hai bài toán thành phần :*Chứng minh rằng nếu p là các số nguyên tố lớn 3 thì* $p^2-1 \vdots 3$ (2.3) và $p^2-1 \vdots 8$" (2.4). Việc chứng minh (2.3), (2.4) vẫn chưa thể giải quyết trọn gói, một lần mà vẫn tiếp tục phải chia nhỏ thành các bài toán bộ phận. Chẳng hạn, với (2.3), ta có các số *p* nguyên tố lớn hơn 3 thì có hai trường hợp: *p* có dạng $3k+1, k \in \mathbb{N}^*$ hoặc $3k-1, k \in \mathbb{N}, k>1$ nên tiếp tục chia bài toán (2.3) thành các bài toán "*Chứng minh rằng nếu p là các số có dạng* $3k+1, k \in \mathbb{N}^*$ *thì* $p^2-1 \vdots 3$" (2.3.1) và "*Chứng minh rằng nếu p là các số có dạng* $3k-1, k \in \mathbb{N}, k>1$ *thì* $p^2-1 \vdots 3$" (2.3.2). Hoàn toàn tương tự để chứng minh (2.4). Kết hợp (2.3) và (2.4) ta có lời giải bài toán đã cho. Tuy nhiên, qua khảo sát thực tế, khá nhiều HS thường mắc sai lầm khi phân nhỏ để giải các bài toán này, nhiều em đã chứng tỏ $p^2-1 \vdots 4$ và $p^2-1 \vdots 6$ hay chứng tỏ $p^2-1 \vdots 2,3$ và 4 (vì quên điều kiện ƯCLN(*m*,*n*) = 1). Do đó, việc phân chia bài toán chưa đảm bảo sự độc lập. Bởi vậy, chúng ta cần giúp HS nắm vững yêu cầu của sự phân chia đảm bảo lập thành hệ độc lập, đầy đủ để tránh sai lầm.

Tương tự việc phân nhỏ bài toán trên thành các bài toán (2.3), (2.4), HS sẽ biết vận dụng TPPN vào giải các bài toán dạng "*Chứng minh một biểu thức* A(*n*) *chia hết cho số tự nhiên m*" bằng cách chia thành *k* bài toán thành phần: "*Chứng minh* A*(n) chia hết cho* $m_i; \forall i=\overline{1,k}$" *trong đó* $m=m_1.m_2...m_k$ *với các số* $m_i; \forall i=\overline{1,k}$ *đôi một nguyên tố cùng nhau*". Hoặc thông qua việc phân nhỏ bài toán (2.3) thành (2.3.1) và (2.3.2), các em biết giải các bài toán dạng "*chứng minh một biểu thức* A(*n*) *chia hết cho số nguyên tố p*" bằng cách chia nhỏ thành *p* bài toán thành phần: "*Chứng minh* A*(n) chia hết cho p với* $n=pk+r$, $r=0,1,...,p-1$".

Với quá trình này, lúc đầu là khả năng của HS với hướng dẫn của GV và sự hợp tác của bạn bè, nhưng lâu dần chúng sẽ trở thành khả năng bên trong của chính bản thân các em. Khi đó, HS trở thành chủ thể trực tiếp tác động vào đối tượng (bài toán).

Như vậy, với sự quan sát, suy luận, liên tưởng và huy động kiến thức một cách hợp lí, người học biết phân nhỏ bài toán ban đầu thành các bài toán thành phần quen thuộc, đơn giản hơn, giúp họ dễ dàng vận dụng những kiến thức đã biết để tìm tòi lời giải và khai thác hiệu quả bài toán ban đầu.

Phương thức 3: *Rèn luyện cho HS khả năng biến đổi bài toán về dạng dễ chia nhỏ*

G. Polya cho rằng: "Thành công trong việc giải bài toán phụ thuộc vào việc chọn con đường đúng và phụ thuộc vào việc ta tấn công pháo đài có đúng mặt yếu của nó hay không. Để thấy được con đường nào đúng hơn, phía nào dễ qua hơn, ta phải xét bài toán theo nhiều quan điểm khác nhau, đề cập bài toán theo nhiều cách, phải biến đổi bài toán." [5].

Biến đổi bài toán cũng có nhiều hướng, nhiều cách dẫn đến có nhiều phương án bổ trợ cho giải quyết vấn đề. Một điều khó khăn thường gặp đối với HS trong giải toán là không thấy được mối liên hệ giữa "cái đã cho", "cái phải tìm" và những cái có liên quan với chúng đã biết. Việc biến đổi bài toán một cách thích hợp mang lại những mô hình mới, tạo ra liên hệ mới, khả năng mới làm sống lại trong trí nhớ của người giải toán những gì đã biết có liên quan đến bài toán ban đầu. Do đó, với nhiều bài toán phức tạp, không giải quyết trọn gói được một lần mà chưa có dạng dễ "tháo, lắp", GV cần chú trọng cho HS biến đổi bài toán về dạng dễ "tháo, lắp" để chia thành các bài toán bộ phận đơn giản, quen thuộc rồi kết hợp lại để suy ra lời giải bài toán ban đầu.

Ví dụ 3: Giải phương trình:

$$2(x+1)^2 = (x+5)\left(1-\sqrt{3+2x}\right)^2$$

HS nhận ra với điều kiện $x \ge -\frac{3}{2}$, người giải không thể khai triển các biểu thức rồi sau đó bình phương làm mất dấu căn thức để giải phương trình, vì như thế sẽ đưa về một phương trình bậc ba rất phức tạp. GV gợi ý cho HS để ý đến mối liên hệ giữa các biểu thức tham gia trong bài toán, giúp các em phát hiện được:

$$\left(1-\sqrt{3+2x}\right)^2\left(1+\sqrt{3+2x}\right)^2 = \left[1-(3+2x)\right]^2 = 4(x+1)^2.$$

Khi đó, HS biết biến đổi bài toán tương đương với:

$$4(x+1)^2 = (2x+10)\left(1-\sqrt{3+2x}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(1-\sqrt{3+2x}\right)^2\left(1+\sqrt{3+2x}\right)^2 = (2x+10)\left(1-\sqrt{3+2x}\right)^2 \quad (*)$$

Bài toán (*) giúp người học biết phân nhỏ thành hai trường hợp được giải khá đơn giản, đó là: $1-\sqrt{3+2x}=0 \Leftrightarrow x=-1$ và $1-\sqrt{3+2x} \ne 0 \Leftrightarrow x \ne -1$, kết hợp lời giải trong hai trường hợp đó và điều kiện của bài toán ta có tập nghiệm của bài toán ban đầu $S=\{-1,3\}$. Như vậy, việc biến đổi bài toán đã giúp HS biết phân nhỏ bài toán một cách hợp lí và giải quyết hiệu quả bài toán.

Qua các bài toán trên, chúng ta thấy việc bồi dưỡng TPPN cho HS thường phải rất công phu, phải thông qua nhiều ví dụ cụ thể HS mới có thể tiếp thu và vận dụng được. Mặt khác, việc chia nhỏ một bài toán phức tạp thành các bài toán bộ phận thường được diễn ra đồng thời với việc liên kết những bộ phận đã được xem xét đó lại với nhau trong một chỉnh thể rõ nét hơn, bổ sung lẫn nhau, thúc đẩy quá trình giải toán. Vì vậy, để bồi dưỡng TPPN cho HS, *chúng ta nên tạo ra nhiều cơ hội, nhiều tình huống để HS được tiến hành vận dụng TPPN*.

4. Kết luận

TPPN có vai trò quan trọng trong hoạt động giải toán. Khi HS biết vận dụng TPPN một cách hợp lí thì sẽ nhanh chóng tìm được lời giải của nhiều bài toán phức tạp thông qua việc giải các bài toán bộ phận đơn giản hơn và khai thác chúng một cách hiệu quả. Bởi vậy, chúng ta cần quan tâm bồi dưỡng TPPN cho HS để nó trở thành công cụ trong việc lĩnh hội tài liệu học tập của các em và giúp các em phát triển năng lực giải quyết vấn đề, năng lực sáng tạo nhằm đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục phổ thông theo hướng "*tiếp cận năng lực*".

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. G. Polya, (2010), *Sáng tạo toán học*, NXB Giáo dục.

[2]. Hoàng Phê, (2002), *Từ điển Tiếng Việt*, NXB Đà Nẵng và Trung tâm từ điển ngôn ngữ, Hà Nội - Đà Nẵng.

[3]. Phan Dũng, (2010), *Các thủ thuật (nguyên tắc) sáng tạo cơ bản*, NXB Trẻ, TP.Hồ Chí Minh.

[4]. Dự án Việt - Bỉ, (2000), *Dạy học các kĩ năng tư duy*, Hà Nội.

[5]. G. Polya, (2009), *Giải một bài toán như thế nào?* NXB Giáo dục.

[6]. Nguyễn Bá Kim, (2011), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

[7]. Trần Luận, (1996), *Vận dụng tư tưởng sư phạm của G.Pôlya xây dựng nội dung và phương pháp dạy học trên cơ sở các hệ thống bài tập theo chủ đề nhằm phát huy năng lực sáng tạo của HS chuyên toán cấp* II, Luận án Phó Tiến sĩ Khoa học Sư phạm - Tâm lí, Viện Khoa học Giáo dục, Hà Nội.

[8]. Pimpaka Intaros et al., (2014), *Students' problem solving strategies in problem solving - mathematics classroom*, Procedia - Social and Behavioral Sciences 116, tr. 4119-4123.

SUMMARY

Small division role-play method plays an important role in teaching Maths solving, help students effectively solve many complicated problems, then contribute to practise students'problem solving competence, creative competence. The author offers some obvious ways to foster this method for students in Maths teaching at lower secondary schools.

Keywords: *Small division method; Maths teaching; developing; students; lower secondary schools.*

BÀI TOÁN ĐỔI MỚI ĐÁNH GIÁ... *(Tiếp theo trang 3)*

- Phát triển các mạng lưới nghề nghiệp, các trang mạng (như trang http://truongtructuyen.edu.vn hiện nay của Bộ GD&ĐT) để các nhà giáo, cán bộ quản lí, nhà nghiên cứu, phụ huynh và HS chia sẻ, trao đổi, học tập về các sáng kiến, kinh nghiệm trong đổi mới đánh giá.

- Xây dựng môi trường giáo dục trong nhà trường hướng tới sự đánh giá vì tiến bộ của HS, trong đó từ hiệu trưởng, tổ trưởng bộ môn, giáo viên, đến HS đều tham gia tích cực vào việc đổi mới đánh giá cùng với việc đổi mới chương trình GDPT.

- Học tập kinh nghiệm thế giới để việc đổi mới đánh giá người học, từng bước tiếp cận các tiêu chí tiên tiến được xã hội và cộng đồng giáo dục thế giới tin cậy và công nhận như Nghị quyết 29 yêu cầu.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. US Department of Education, (2002), *Defining and assessing learning: Exploring competency-based initiatives.* Washington, DC: National Center for Education Statistics.

[2]. Allan, M. (2011) QEP "21st century skills general overview" research guide. https://www.google.com/?gws_rd=ssl#q=QEP+%2221st+century+skills+general+overview%22+research+guide

[3]. Gordon et al., (2009), *Key competences in Europe: Opening doors for lifelong learners across the school curriculum and teacher education*. Warsaw: Center for Social and Economic Research.

[4]. EC Directorate General for Education and Culture, (2012), *Education and Training 2020 work programme. Thematic working group 'Assessment of key competences".* Brussels.

[5]. OECD, (2015), *Education policy outlook 2015: Making reforms happen*, OECD Publishing.

[6]. EC., (2012), *Assessment of key competences in initial education and training: Policy guidance*. Strasbourg.

[7]. OECD, (2013), *Synergies for better learning: An international perspective on evaluation and assessment*. Paris: OECD Publishing.

[8]. Gardner, J., Harlen, W., Hayward, L. và Stobart, S., (2008), *Changing assessment practice. Process, principles and standards.* http://www.qub.ac.uk/aria/ARIA-pamphlet.htm

SUMMARY

The article mentions innovation of learners' assessment towards competence. According to the author' viewpoint, in competence-based-education, teaching/learning, assessment and explanation will be based on output outcomes- what to be learnt/known and implemented after finishing a learning period or units. The author also analyzed and clarified rules to assess general competencies and assessment methods.

Keywords: *Assessment; assessment innovation; education; competence; competence approach.*